WISSENSCHAFTLICHE ABHANDLUNGEN DER PHYSIKALISCH-TECHNISCHEN REICHSANSTALT

Charlottenburg (Berlin, ...





Wissenschaftliche Abhandlungen

der

Physikalisch-Technischen Reichsanstalt



Band II.

BERLIN
VERLAG VON JULIUS SPRINGER
1895

Wissenschaftliche Abhandlungen

der

Physikalisch-Technischen Reichsanstalt



Band II.

BERLIN
VERLAG VON JULIUS SPRINGER
1895



DRUCK VON H. S. HERMANN IN BERLIN.

VORREDE.

Im vorliegenden zweiten Bande der „Wissenschaftlichen Abhandlungen" erfolgt neben der Veröffentlichung einer Reihe von Arbeiten von Beamten der Reichsanstalt ein erneuter und in mehrfacher Hinsicht ergänzter Abdruck des Aufsatzes von Professor E. Dorn in Halle a/S. „Ueber den wahrscheinlichen Werth des Ohm etc.".

Professor Dorn's Arbeit giebt eine kritische Vergleichung der bis zum Jahre 1890 ausgeführten Ohm-Bestimmungen und war s. Z. derjenigen Denkschrift beigefügt worden, welche im Januar 1893 unter dem Titel „Vorschläge zu gesetzlichen Bestimmungen über elektrische Maasseinheiten, entworfen durch das Kuratorium der Physikalisch-technischen Reichsanstalt" als gesonderte Schrift veröffentlicht wurde.

Aus diesem Grunde ist die Dorn'sche Arbeit in Uebereinstimmung mit den Absichten des verstorbenen Präsidenten Excellenz von Helmholtz jetzt auch in die „Wissenschaftlichen Abhandlungen" aufgenommen worden, obwohl diese sonst nur für die Veröffentlichung der in der Reichsanstalt selbst ausgeführten Arbeiten dienen sollen.

Charlottenburg, im März 1895.

Der Präsident der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.

In Vertretung:

Hagen.

INHALTSVERZEICHNISS.

THERMOMETRISCHE ARBEITEN

BETREFFEND DIE

VERGLEICHUNGEN VON QUECKSILBERTHERMOMETERN UNTER EINANDER

AUSGEFÜHRT VON

M. THIESEN K. SCHEEL L. SELL

MITGETHEILT VON

M. THIESEN

INHALTSVERZEICHNISS

Anhang:

1. Geschichte und Zweck der Untersuchungen.

In dem ersten Bande dieser Abhandlungen[1]) sind die Arbeiten ausführlich beschrieben worden, welche die Herstellung und Untersuchung von Quecksilberthermometern aus dem Jenaer Glase 16III sowie die Untersuchung einiger aus dem französischen *verre dur* von Herrn Tonnelot angefertigten Thermometer betreffen. In dem Schlussworte dieser Arbeit wird hervorgehoben, dass erst die Vergleichung dieser Thermometer untereinander erkennen lassen kann, wie weit das Endziel der individuellen Untersuchungen, die Sicherung und Uebereinstimmung der Temperaturmessungen in verticaler und horizontaler Lage der Thermometer bis auf etwa zwei Tausendstelgrade, erreicht worden ist.

Die vorliegende Veröffentlichung soll nun über die ausgeführten Vergleichungen berichten.

Zur Erreichung des oben erwähnten Zieles wäre es nothwendig und hinreichend gewesen, die elf Thermometer, für welche die Untersuchungen in den veröffentlichten Tabellen abgeschlossen vorlagen, mit einander in den beiden Lagen und bei einer genügenden Zahl von verschiedenen Temperaturen sorgfältig zu vergleichen. Allein dieses Programm wurde, wie die folgende Uebersicht der Vergleichungen zeigt, aus verschiedenen Gründen theils beschränkt, theils auch erheblich erweitert.

Eine Vergleichung von Thermometern in verticaler Lage wurde im Jahre 1891 vom 31. Juli bis 12. November bei den Temperaturen von 10°, 15°, 20°, 25°, 30°, 35°, 40°, 45° ausgeführt. Dabei wurden von vornherein zwei der erwähnten elf Thermometer fortgelassen, nämlich No. 2, weil es sich wegen seines Emaillebelages weniger für genaue Bestimmungen eignet, und No. V, weil dasselbe im Dezember 1890 in der Mitte der Scale zerbrochen war.[2]) Ausserdem zerbrach No. 13 während der Vergleichungen durch freiwilliges Abspringen des Gefässes von dem im Wasser befindlichen Instrumente.

[1]) Derselbe soll hier kurz mit „I" citirt werden.

[2]) Dasselbe ist unter Einschaltung einer kleinen Ampulle reparirt worden und wird seitdem mit No. 5 bezeichnet.

Andrerseits wurden aber zu diesen Vergleichungen noch eine Reihe von andern Thermometern zugezogen, welche, zu Temperaturmessungen bei Specialuntersuchungen bestimmt, grossentheils durchaus mit derselben Sorgfalt untersucht worden waren, wie die als Haupt-Normalthermometer bezeichneten Instrumente. Zu allen Vergleichungen zugezogen wurde ein aus dem französischen *verre dur* von Herrn Tonnelot verfertigtes Thermometer (No. 4284, im Privatbesitze), während sechs zu der Klasse der sogenannten Gebrauchsnormale[1]) gehörende Thermometer bei den Temperaturen 15°, 25°, 35°, 45° verglichen wurden. Zwei weitere Gebrauchsnormale sind nur bei 25° verglichen worden.

Eine zweite Vergleichsreihe, die erste in horizontaler Lage, fand vom 27. September bis 12. Oktober 1892 bei den Temperaturen 25°, 50°, 75° statt. Mit den Vergleichungen wurde eine Bestimmung der Abhängigkeit des Eispunktes von der Temperatur der vorausgegangenen Erwärmung verbunden, welche sich auch auf die Temperaturen 0° und 100° erstreckte. Zu diesen Vergleichungen sollten ursprünglich alle in die erste Vergleichsreihe eingetretenen, noch verfügbaren Hauptnormale zugezogen werden, doch so, dass von den beiden Ampullenthermometern No. IV und No. II das erstere nur bei den niederen, das zweite nur bei den höheren Temperaturen benutzt werden sollte, da das andernfalls unvermeidliche Arbeiten mit verschiedener Quecksilberfüllung desselben Thermometers die Genauigkeit der Depressionsversuche verringern musste. Da sich aber herausstellte, dass No. II starke Unregelmässigkeiten zeigte, die einer nicht genügenden Reinigung des Thermometers vor seiner Füllung zugeschrieben werden mussten[2]), so sah man schliesslich von der Zuziehung dieses Thermometers ganz ab. Ausser den Hauptnormalen traten nur noch die beiden Tonnelot'schen Thermometer No. 4284 und No. 4904 in die Vergleichungen ein, einander in der Weise ergänzend, wie es für No. II und No. IV beabsichtigt gewesen war.

Eine dritte Vergleichsreihe fand vom 23. Mai bis 19. Juni 1894 ebenfalls mit voraufgehenden und nachfolgenden Bestimmungen der Eispunkte, die den Temperaturen 0° und 100° entsprachen, in horizontaler Lage und bei denselben Temperaturen wie in der zweiten Reihe statt. Bei diesen Vergleichungen war aber das eine Ziel der frühern Vergleichungen, die Güte der individuellen Untersuchungen der Hauptnormale festzustellen, erheblich zurückgetreten. Die Grenzen, innerhalb deren sich die Correctionen eines Thermometers durch einen bestimmten Aufwand von Arbeit bestimmen lassen, schienen

[1]) I, S. 16, Fig. 3.

[2]) Das Thermometer No. II war, nach Abschluss der Arbeiten, auf Grund deren die veröffentlichten Tabellen aufgestellt sind, zur Heilung eines Sprunges an der obern Ampulle geöffnet und neu gefüllt worden.

durch die bisherigen Untersuchungen genügend festgestellt zu sein. Abgesehen von den mit den Vergleichungen verbundenen Eispunktsbestimmungen konnte es sich daher bei diesen Vergleichungen hauptsächlich nur darum handeln, eine systematische Abweichung der Thermometer von einander, die von einer Verschiedenheit des Glases herrührt, zu bestimmen.

Inzwischen war auch durch die fabrikmässige Herstellung eines neuen Glases, 59 III, eine Verschiebung in der Bedeutung der bisherigen aus dem Glase 16 III angefertigten Hauptnormale eingetreten. Die Vorzüge, welche die aus dem neuen Glase angefertigten Thermometer vor den älteren besitzen[1]), liessen es wünschenswerth erscheinen, bei eintretendem Bedürfnisse nach neuen Thermometern dies Glas vorzugsweise zu berücksichtigen; es galt daher vor allem auch, die Beziehung zwischen der Scale der aus diesem Glase angefertigten Thermometer zu den andern festzustellen. Zu den eigentlichen Vergleichungen wurden daher in dieser Reihe je drei Thermometer aus den drei verschiedenen Glassorten (Jenaer 16 III, Jenaer 59 III, französisches *verre dur*) zugezogen, von denen die sechs aus den älteren Glassorten angefertigten zu den schon in die früheren Vergleichungen eingegangenen Hauptnormalen gehörten.

Endlich sollen noch die Resultate einer vierten Reihe mitgetheilt werden, in welcher einige der schon in die erste Reihe eingegangenen Gebrauchsnormale in horizontaler Lage mit einem Hauptnormale aus *verre dur* vom 15. bis 25. August 1894 bei den Temperaturen 5°, 10°, 15°, 20°, 25°, 30° verglichen wurden.

2. Individuelle Untersuchung der Thermometer.

Hauptnormale; Neucalibrirung von No. **4636**. — In Bezug auf die Haupt-Normalthermometer No.No. **4437, 4433, VII**[2]), **II, IV**[3]) **3, 9, 13** kann auf den ersten Band dieser Abhandlungen verwiesen werden. Bei Berechnung der ersten beiden Vergleichsreihen lagen allerdings die veröffentlichten Corrections-Tafeln theilweise noch nicht in ihrer endgültigen Form vor; doch sind die Ab-

[1]) Das härtere Glas erlaubt die Thermometer höheren Temperaturen auszusetzen, die Depression ist wesentlich kleiner, die Abweichung von der Temperaturscale des Gasthermometers sehr gering; ausserdem haben die Thermometer bisher nicht das freiwillige Zerspringen der Thermometer aus dem Glase 16 III gezeigt. Die neu hergestellten Thermometer zeichnen sich auch im allgemeinen durch eine grössere Schärfe der Striche und grössere Reinheit der Füllung vor den älteren aus.

[2]) Der Abstand von der Mitte des Gefässes bis zum Nullstriche ist für dieses Thermometer (I, S. 147*) irrthümlich 107,5 statt 47,5 mm angegeben.

[3]) Die veröffentlichten Dimensionen dieses Thermometers (I, S. 215*) müssen wie folgt verbessert werden: Gefässlänge 67 mm statt 90 mm; Punkt 0° bis Punkt 50° 65,3 mm statt 50,3 mm.

weichungen zwischen den benutzten und den veröffentlichten Werthen stets so klein geblieben, dass dieselben nachträglich summarisch berücksichtigt werden konnten.

Für No. **4636** hatte die Discussion der Vergleichungen und die nähere Durchsicht der in Abschrift vorhandenen Calibrirungs-Protokolle zu der Vermuthung geführt, dass die vom *Bureau international* ausgeführte Calibrirung dieses Thermometers mit nicht unerheblichen systematischen Fehlern behaftet sei. Bei dieser Calibrirung sind die Fäden stets nur in einer Richtung von unten nach oben hin verschoben worden; da aber eine kleine Erwärmung und daraus folgende Verlängerung der Fäden während der Beobachtung kaum vermieden werden kann, so mussten absolut genommen zu grosse Correctionen für die Mitte der Scale gefunden werden. Eine Neucalibrirung, welche diese Voraussetzung bestätigte, wurde 1894 von Sell und Herrn Diesselhorst in der Weise ausgeführt, dass zunächst mit allen neun Fäden eine Zehntheilung zwischen den Punkten 0° und 100°, sodann für die einzelnen Zehn-Grad-Intervalle eine Fünftheilung mit allen vier Fäden ausgeführt wurde; nur an den Enden der Scale trat an Stelle der Fünftheilung eine Sechstheilung zwischen den Punkten −2° bis +10° und +90° bis +102°. Die Einstellungen fanden, wie es für einwandsfreie Calibrirungen unerlässlich scheint, bei Hin- und Rückgang mit „Theilung hinten" und „Theilung vorn" statt; die Berechnung geschah, wie in allen später zu erwähnenden Fällen, nach derjenigen Methode, welche meistens als Neumann-Thiesensche bezeichnet wird.[1]) Die auf Grund dieser Calibrirung aufgestellte Tafel ist mit den Tafeln der anderen wichtigeren neu bestimmten Thermometer im Anhange veröffentlicht.

No. **4904**; Untersuchung über die Bestimmung des äusseren Druckcoefficienten. — Das von Tonnelot aus französischem *verre dur* verfertigte Thermometer **4904** von dem I., S. 14, Fig. 2 abgebildeten Typus ist vom *Bureau international* untersucht worden. Da dies Instrument bei den Vergleichungen keine wesentliche Rolle spielt und die Resultate seiner Calibrirung ähnlichen Bedenken unterliegen, wie sie sich für No. **4636** bestätigt fanden, so sind die Correctionstafeln hier noch nicht veröffentlicht.

Andererseits ist dies Thermometer zu einer Untersuchung über die Bestimmung des äusseren Druckcoefficienten benutzt worden, welche eine kleine Aenderung der Methode dieser Bestimmung bezweckte und herbeiführte. Bei den früher ausgeführten Bestimmungen dieser Art[2]) befand sich das

[1]) Thiesen, Carl's Repertorium 15, S. 285 und 677, München 1879; Zeitschrift der österr. Ges. f. Meteorologie 14, S. 426, Wien 1879.

[2]) Vergl. I, S. 71; sowie: Marek, Trav. et Mém. du Bur. int. des Poids et Mes. 1 D, S. 6, Paris 1881; Guillaume, Trav. et Mém. 5, S. 28 Paris 1886.

Thermometergefäss in Quecksilber, während der übrige Theil der das Thermometer enthaltenden Röhre bei den älteren Versuchen von Marek mit Luft, später mit Glycerin gefüllt war. Es erschien nun zweckmässig, bei der Wahl der das Thermometergefäss umgebenden Flüssigkeit in erster Linie darauf zu sehen, dass dieselbe durch die Druckänderungen möglichst geringe Temperaturänderungen erfährt, da diese Temperaturänderungen sich wenigstens zum Theil auf das Thermometergefäss übertragen und das Resultat der Bestimmung verfälschen müssen

Die Temperaturänderung einer Flüssigkeit in Folge einer Druckänderung und bei Vermeidung eines jeden Wärmeverlustes ist durch die Formel gegeben:[1])

$$\frac{d_Q T}{d p} = \frac{T v_0}{c_p} \cdot \frac{d_p v}{v_0 d T}.$$

Hier bezeichnet T die absolute Temperatur, c_p die specifische Wärme bei constantem Druck und $\frac{d_p v}{d T}$ die Ausdehnung bei constantem Druck in mechanischen Einheiten gemessen. Die Grösse v_0, das Volumen bei 0°, ist nur zur leichteren numerischen Auswerthung zugefügt. Die Erwärmung durch Compression ist also um so geringer, je grösser die auf die Volumeneinheit bezogene specifische Wärme der Flüssigkeit und je kleiner ihre Ausdehnung ist; sie wird für Wasser von 4° verschwinden und für kälteres Wasser negativ werden. Insbesondere wird beiläufig, wenn eine Quecksilbersäule von 1 mm Länge als Druckeinheit gewählt wird[2])

für Quecksilber . . . $\frac{d_Q T}{dp} = +\ 0{,}^\circ 000\,00\,37$

„ Wasser . . . . . $+\ 0{,}^\circ 000\,000\,12\ (t - 4^\circ)$

„ Glycerin . . . . $+\ 0{,}^\circ 000\,006\,1$

Die Grössen $-\frac{d_Q T}{d p}$ stellen gleichzeitig die Verbesserungen dar, welche an den beobachteten Coefficienten anzubringen wären, wenn die durch den Druck erhöhte Temperatur der Flüssigkeit in ihrem ganzen Betrage in den Angaben des Thermometer zur Erscheinung käme. Thatsächlich wird nur ein Bruchtheil der Wirkung eintreten, dessen Grösse von verschiedenen Umständen, namentlich der Weite der das Thermometer aufnehmenden Röhre und dem Tempo der Beobachtungen abhängen wird.

[1]) Clausius, Pogg. Ann. 125, S. 376, 1865.

[2]) Directe Bestimmungen dieser Grösse für verschiedene Flüssigkeiten liegen mehrfach vor, erreichen aber wohl kaum die Genauigkeit der indirecten Berechnung. Bei den Versuchen von Berton u. Marschall (Proc. London Roy. Soc. 50, S. 130, 1891) fehlt die für genauere Bestimmungen und namentlich bei Wasser ganz unerlässliche Angabe der Temperatur, auf die sich die Versuche beziehen.

Für das Thermometer No. **4904** wurden nun je drei Bestimmungen des äusseren Druckcoefficienten unter verschiedenen Bedingungen ausgeführt, welche im Mittel die folgenden Resultate ergeben:

Gefäss in Quecksilber tauchend

$$\beta_e = 0{,}000\,121\,8 \pm 0{,}000\,000\,5;$$

Gefäss in Wasser von 0° tauchend

$$\beta_e = 0{,}000\,120\,1 \pm 0{,}000\,000\,4;$$

Gefäss in Wasser von etwa 22°,5 tauchend

$$\beta_e = 0{,}000\,121\,0 \pm 0{,}000\,000\,8.$$

Eine Bestimmung des Herrn Guillaume im *Bureau international* hatte den etwas grösseren Werth

$$\beta_e = 0{,}000\,123\,0$$

ergeben.

Als Einheit dieser Grössen gilt dabei der Scalengrad[1]) und der Druck von 1 mm Quecksilber von 0°.

Die nach den verschiedenen Methoden erhaltenen Werthe fallen sehr nahe innerhalb der Grenzen der wahrscheinlichen Fehler mit einander zusammen; doch liegen die Abweichungen in dem von der Theorie geforderten Sinne.[2]) Da nun auch in andrer Beziehung das Arbeiten mit einer Wasserfüllung der Röhre angenehmer ist, als mit dem Gemisch von Quecksilber und Glycerin, so sind alle späteren Druckcoefficienten in Wasser bestimmt; doch wurde davon abgesehen, an den ältern Bestimmungen eine Correction anzubringen, die beiläufig — 0,000 001 4 betragen würde.

No. **4284**. — Das im Privatbesitze befindliche Thermometer No. **4284** ist aus französischem *verre dur* von Herrn Tonnelot zu Paris nach meinen Angaben im Mai 1884 in der Weise verfertigt worden, dass sich zwischen Gefäss und der grösseren, über 33° umfassenden Theilung zwei Erweiterungen von nahezu 33° befinden.[3]) Der Eispunkt liegt bei vollständiger Quecksilberfüllung in der Nähe von 67°; der Fundamentalabstand kann nur nach Abtrennung eines Fadens von etwa 67° bestimmt werden.

[1]) Es empfiehlt sich, einen besonderen Namen für die Grösse einzuführen, welche nahe einem Temperaturgrad entspricht und schon wegen Theilungs- und Caliberfehler, aber noch nicht wegen der Lage der Eis- und Siedepunkte corrigirt ist.

[2]) Berechnet man die Versuche unter der nicht ganz richtigen Annahme, dass bei allen drei Versuchen derselbe Bruchtheil der theoretischen Wirkung zur Geltung kam, so findet man für diesen Bruchtheil den Werth 0,375 und für den Coefficienten die vollständig identischen Werthe $\beta_e = 0{,}000\,120\,4$
120 3
120 2.

[3]) Dies Thermometer kam schon bei Arbeiten des *Bureau international* zur Verwendung, insbesondere bei Versuchen über die Aenderung der Schwere mit der Höhe und über die Ausdehnung des Wassers.

Bei der von mir ausgeführten Calibrirung lagen die Hauptpunkte um 4,°1 oder Vielfache dieser Grösse von einander entfernt, da bei dieser Entfernung eine einheitliche Calibrirung möglich war, welche auch die Erweiterungen und die kleinen zwischen diesen liegenden Theilungen umfasste. Die Hauptcalibrirung erfolgte mit 25 verschieden langen Fäden, die Vielfache von 4,°1 darstellten, unter Einstellung auf alle für den Faden in Frage kommenden Hauptpunkte; ausserdem erfolgten Hilfscalibrirungen mit 21 Fäden verschiedener Länge zur Feststellung des Verlaufs der Correctionen an noch zweifelhaft gebliebenen Punkten. Die Berechnung erfolgte zunächst für die Hauptcalibrirung nach der Neumann-Thiesen'schen Methode; sodann wurden aber unter Zuziehung der Hilfsbeobachtungen Verbesserungen nach Methoden gerechnet, die der strengen Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate gleich stehen.

Für die Druckcoefficienten des Thermometers liegen folgende Bestimmungen vor:

Nach einer Bestimmung des Herrn Guillaume im *Bureau international*

$$\beta_e = 0{,}000\,120\,8$$

Nach Bestimmungen durch Thiesen und Scheel in der Reichsanstalt (in Quecksilber)

$$\beta_e = 0{,}000\,124\,8$$

Nach Bestimmungen von Thiesen in der Reichsanstalt (bei Siedetemperatur)

$$\beta_i = 0{,}000\,140\,0$$

Für die Berechnung der Tafeln sind die Werthe

$$\beta_e = 0{,}000\,122\,81$$
$$\beta_i = 0{,}000\,138\,08$$

angenommen.

Der Fundamentalabstand des Thermometers wurde im *Bureau international* für einen reducirten Eispunkt von + 1,°7 bestimmt und für andere Lagen des Eispunktes unter Annahme einer scheinbaren Ausdehnung des Quecksilbers im Glase *(verre dur)* zwischen 0° und 100°

$$0{,}015\,779$$

berechnet.[1]) Von einer Veröffentlichung der Tafeln dieses Thermometers ist Abstand genommen.

Untersuchung mehrerer Gebrauchsnormale. — Von den Thermometern vom Typus der sogenannten Gebrauchsnormale aus dem Jenaer

[1]) Eine in der folgenden Abhandlung mitgetheilte Bestimmung hat für diese Grösse den Werth

$$0{,}015\,823\,5$$

ergeben. Aus der Verschiedenheit der beiden Werthe würden Unterschiede in den reducirten Temperaturangaben des Thermometers von höchstens 0,°002 entstehen.

Glase 16III sind die No. No. **116**, **118**, **120** grossentheils von Herrn Kreichgauer untersucht und bei den Arbeiten der elektrischen Gruppe benutzt worden. Die Thermometer No. No. **132**, **140**, **142** sind für die Vergleichungen theils ohne, theils von geringer Bedeutung; dieselben sind auch etwas weniger genau untersucht als die übrigen. Die Tafeln dieser sechs Thermometer sind nicht veröffentlicht worden.

Die Calibrirung der drei Thermometer No. No. **170**, **186**, **188** ist von Scheel mit allen Fäden, welche Vielfache von 2° darstellen, mit allen brauchbaren Einstellungen auf die um je 2° von einander entfernten Hauptpunkte, durchgeführt worden, mit gleichzeitiger Bestimmung der Erweiterungen und der jenseits derselben liegenden kurzen Theilungen. Die Calibrirung hat also ein grösseres Gewicht als die Calibrirung irgend eines der Hauptnormale. Ausserdem erforderten aber eigenthümliche Unstetigkeiten des Caliberverlaufes bei allen drei Thermometern noch Hilfsbeobachtungen zur Feststellung des Verlaufes in der Nähe der Unstetigkeitspunkte.

Beim Thermometer No. **188** liegt ein solcher Unstetigkeitspunkt in der Nähe von 123°; demselben entspricht eine starke Zacke in der im übrigen regelmässig verlaufenden Caliberkurve; bei einer Calibrirung von 5° zu 5° hätte diese Unregelmässigkeit der Aufmerksamkeit ganz entgehen müssen und einen schwer erklärbaren Fehler von über 0,°01 in den Angaben des Thermometers bei 23° verursacht.

In anderer Beziehung bemerkenswerth sind die Unregelmässigkeiten des Calibers der Thermometer No. **170** und No. **186**. Bei beiden Instrumenten ändert sich das Caliber sehr stark in unmittelbarer Nähe der Punkte 100° und 150°, also gerade derjenigen Punkte, welche bei der Bestimmung von Eispunkten und Fundamentalabständen vorzugsweise in Frage kommen. Dieser Umstand, welcher die Genauigkeit der Thermometerangaben beeinträchtigen müsste, wenn nicht der Caliberverlauf in der Nähe der betreffenden Punkte mit grosser Sorgfalt festgestellt wäre, rührt jedenfalls daher, dass bei Herstellung der Thermometer der Glasbläser für die Haupttheilung genau den Theil der Capillarröhre gewählt hat, welcher auf Grund der vorläufigen Calibrirung[1]) für gut befunden war.[2])

Die Druckcoefficienten der drei Thermometer sind aus den beobachteten in der Weise abgeleitet worden, dass man den beiden Mitteln der äussern und innern Druckcoefficienten dasselbe Gewicht zutheilte, und für ihre Differenz die Bedingung einführte

$$\beta_i - \beta_e = 0{,}000\,015\,4.$$

[1]) Vergl. I, S. 13.

[2]) Das Hauptnormal No. 3 zeigt ebenfalls eine Unstetigkeit unweit des Nullpunktes.

Die in der folgenden Zusammenstellung aufgeführten äusseren Druckcoefficenten sind sämmtlich in Quecksilber und zwar die ersten im Juni 1891 durch Thiesen und Scheel, die zweiten im August 1892 durch Scheel und Sell bestimmt worden. Die innern Druckcoefficenten wurden sämmtlich bei der Siedetemperatur,[1]) die ersten im Juni 1891 durch Thiesen, die zweiten im September 1892 durch Scheel und Sell bestimmt.

Thermometer	Beobachtet	Fehler	Berechnet
170	$\beta_e = 0{,}000\,1548$	+ 4	$\beta_e = 0.000\,1544$
	1570	+ 26	± 15
	$\beta_i = 0{,}000\,1631$	67	$\beta_i = 0.000\,1698$
	1733	+ 35	± 15
186	$\beta_e = 0{,}000\,1523$	− 8	$\beta_e = 0{,}000\,1531$
	1519	− 12	± 22
	$\beta_i = 0.000\,1615$	− 70	$\beta_i = 0{,}000\,1685$
	1774	+ 89	± 22
188	$\beta_e = 0.000\,1620$	+ 93	$\beta_e = 0{,}000\,1527$
	1568	+ 41	± 30
	$\beta_i = 0{,}000\,1664$	− 17	$\beta_i = 0{,}000\,1681$
	1564	− 117	± 30

Die Resultate der Bestimmungen der Gradwerthcorrection für die drei Thermometer ergiebt die umstehende Zusammenstellung.

Als endgiltige Werthe der Gradwerthcorrection sind angenommen worden

für Thermometer No. 170 $-0{,}0228 \frac{\sigma}{100}$ Red. Eisp. bei 100,14

„ „ 186 $+0{,}0840 \frac{\sigma}{100}$ „ „ „ 99,90

„ „ 188 $-0{,}0454 \frac{\sigma}{100}$ „ „ „ 100,02

falls σ die Anzahl der Scalengrade bezeichnet, welche durch die Correction in Temperaturgrade verwandelt werden sollen. Die Zahlen entsprechen nahezu einer Verbindung der 1892 und 1894 erhaltenen Bestimmungen bei gleichem Gewicht der Mittel.

Die Bestimmungen erfolgten in den Jahren 1891 und 1892 wesentlich mit den früher beschriebenen Einrichtungen;[2]) bei den letzten Bestimmungen dagegen war der Siedeapparat mit den Regulirungsvorrichtungen versehen,

[1]) Vergl. I, S. 75. Bei der Berechnung ist auf die Temperatur nur insofern Rücksicht genommen, als von derselben der Druck der Quecksilbersäule abhängt, da die bisher vorliegenden Bestimmungen die genügend sichere Ableitung eines Temperaturcoefficienten nicht gestatten.

[2]) I, S. 87 bis 102.

Thermometer No.	Datum			Temperaturgrade	Skalengrade	Eispunkt (reducirt)	Gradwerthcorrection	Beobachter[1]
170	1891	VI.	30.	99,9162	99,9383	100,0834	— 221	Th., Sch.
			30.	9504	9685	0834	— 181	"
	1892	VIII.	15.	9419	9799	1299	— 380	Sch., S.
			16.	100,1654	100,1819	1327	165	"
			16.	2646	2790	1327	— 144	"
			17.	99,8794	99,8933	1304	— 139	"
			17.	9692	100,0010	1304	— 318	"
			18.	100,0429	0622	1296	— 193	"
			18.	1793	2100	1296	— 306	"
	1894	I.	2.	100,2446	2594	1415	— 148	Th., Sch.
			4.	5571	5817	1406	— 245	Sch., S.
			6.	9728	99,9925	1388	— 197	"
186	1891	VI.	26.	99,8514	99,7534	99,8740	+ 982	Th., Sch.
			26.	8657	7959	8740	+ 699	"
	1892	VIII.	15.	9405	8560	8910	+ 846	Sch., S.
			16.	100,1684	100,0808	8909	+ 875	"
			16.	2682	1790	8909	+ 890	"
			17.	99,8875	99,8023	8894	+ 854	"
			17.	9809	9098	8894	+ 712	"
	1894	I.	3.	100,5105	100,4332	8996	+ 770	"
			4.	5282	4405	9009	+ 873	"
			6.	99,9541	99,8616	8924	+ 926	"
188	1891	VI.	29.	99,9434	99,9704	99,9105	— 270	Th., Sch
			29.	9416	9773	9105	— 357	"
	1892	VIII.	15.	9541	9929	9996	— 388	Sch., S.
			16.	100,1651	100,2049	100,0036	— 397	"
			16.	2599	3007	0036	— 407	"
			16.	2697	3086	0036	— 388	"
			17.	0048	0575	0007	— 527	"
			17.	99,8989	99,9427	0007	— 438	"
	1893	XII.	30.	100,6993	100,7478	0168	— 481	Th., Sch.
	1894	I.	3.	5311	5757	0205	— 443	Sch., S.
			6.	99,9497	99,9926	0158	— 429	"

welche in einer in diesem Bande folgenden Abhandlung genauer beschrieben sind. Der im Apparate herrschende Ueberdruck war bei diesen späteren Bestimmungen stets nahe derselbe, und jede Siedebestimmung wurde mit einer ihr unmittelbar folgenden Beobachtung des deprimirten Eispunktes verbunden. Die gefundenen Unterschiede können zum grossen Theile dem Umstande zur Last gelegt werden, dass die an sich nicht besonders scharfen Striche der

[1]) Th. = Thiesen; Sch. = Scheel; S. = Sell. Der vorangestellte Beobachter beobachtete auch die deprimirten Eispunkte.

Thermometer bei den Siedebestimmungen schlecht Farbe hielten und selten genügend scharf einzustellen waren.

Herstellung der Thermometer aus dem Glase 59^{III}. Untersuchung der Schraube der Theilmaschine. — Die Thermometer No. No. **203**, **204**, **207** sind aus dem Jenaer Glase 59^{III} hergestellt worden. Die Capillaren und Gefässröhren wurden im November 1891 direkt aus Jena bezogen, die ersteren waren an den Enden geschlossen und wurden in diesem Zustande ohne vorläufige Calibrirung dem Glasbläser übergeben. Die Instrumente wurden von Herrn Richter geblasen und gefüllt; dagegen musste auch für diese Instrumente die Ausführung der Theilung von der Reichsanstalt übernommen werden, da andernfalls derselbe Zeitaufwand auf ihre Untersuchung hätte verwandt werden müssen, ohne dass dadurch die Nachtheile einer weniger guten Theilung ganz aufgeboben worden wären.

Die Theilmaschine von Brauer, mit welcher die älteren Thermometer getheilt worden waren[1]), stand der Reichsanstalt nicht mehr zur Verfügung, dagegen war inzwischen eine Theilmaschine von Sommer und Runge angeschafft und deren Schraube von etwa 1 mm Ganghöhe und etwa 560 mm brauchbarer Länge untersucht worden[2]).

Die fortschreitenden Fehler der Schraube wurden zunächst für je 10 Umgänge in der Weise bestimmt, dass man ein durch die Schraube fortbewegtes Mikroskop hinter einander auf die cm-Striche eines Meterstabes (des Genfer Meters) einstellte, sodann den Stab um 1 cm verschob, die Einstellungen wiederholte und so fortfuhr, bis man 10 Reihen bei ebensoviel verschiedenen Lagen des Stabes erhalten hatte. In vier anderen Reihen, von denen man zwei in umgekehrter Drehungsrichtung ausführte, wurden nur die dm-Striche des Massstabes eingestellt, die Beobachtungen aber in allen (14) möglichen verschiedenen Lagen des Massstabes nach seiner Verschiebung um je 1 dm wiederholt, bis alle 10 dm-Intervalle des Massstabes mit den 5 brauchbaren Intervallen von je 100 Umdrehungen auf der Schraube verglichen worden waren. Die periodischen Fehler wurden in ähnlicher Weise bestimmt, unter Benutzung einer in 0,9 mm getheilten Hilfsscala, die man um je 0,1 mm verschob. Aus den an verschiedenen Stellen der Schraube

[1]) Vergl. I, S. 19 bis 39.

[2]) Es mag hier auf einen weit verbreiteten Constructionsfehler hingewiesen werden, den auch diese Theilmaschine anfangs zeigte. Dieselbe war nur in drei Punkten unterstützt und erfuhr in Folge dessen bei Fortbewegung des Schlittens sehr merkliche Durchbiegungen, welche ein genaues Justiren des Instrumentes unmöglich machten. Nach Vermehrung der Unterstützungspunkte sanken diese Durchbiegungen auf nur eben wahrnehmbare Beträge herab. Eine Unterstützung in drei Punkten ist nicht bei Instrumenten angezeigt, welche wenig den Platz wechseln und bei denen kleine Formveränderungen stören.

ausgeführten Messungen ergab sich, dass diese Fehler sich zwar mit der Stelle der Schraube änderten, aber so stetig, dass eine Interpolation für eine beliebige Stelle der Schraube möglich war.

Vor den Messungen trug man Sorge, die Oelschicht auf der Schraube durch Abdrehen derselben innerhalb der zulässigen Grenzen möglichst gleichmässig zu vertheilen. Zur Aufstellung der Fehlertafeln dienten nur die Messungen, bei denen die Schraube in der Richtung der wachsenden Trommelablesungen gedreht war; diese Drehungsrichtung ist auch bei der Theilung stets zur Anwendung gekommen.

Die zunächst im Mai 1892 ausgeführte Untersuchung wurde im Sommer 1893 vollständig wiederholt. Im Anhange sind nur die aus der späteren Bestimmung abgeleiteten Fehlertafeln mitgetheilt; sie unterscheiden sich von den älteren Tafeln wesentlich (bis zu 5 μ) nur für den Anfang der Schraube in der Nähe von 60 bis 70 Umdrehungen.

Die Methode, nach welcher die Berechnung der Beobachtungen erfolgte, ist in dem in diesem Bande folgenden Aufsatze bei Gelegenheit der Bestimmung der periodischen Fehler von Bamberg'schen Mikroskopen in ihren Grundzügen näher auseinandergesetzt. Doch musste die Auflösung der Endgleichungen bei der Bestimmung der fortschreitenden Fehler mittels der cm-Intervalle durch successive Annäherung erfolgen, da nur ein Theil der dem vollständigen Schema entsprechenden Beobachtungen vorlag.

Die Theilung der erwähnten und einiger anderer Thermometer aus dem Glase 59^{III} wurde nun unter Berücksichtigung der gefundenen Schraubenfehler ausgeführt. Einige Schwierigkeit bereitete anfangs die Aetzung dieses Glases, da die jetzt übliche Aetzung mit flüssiger Flusssäure keine brauchbaren Resultate gab. Es wurden daher Versuche angestellt, die Aetzung auf die früher für Mattätzungen allein übliche, aber jetzt, wie es scheint, ganz in Vergessenheit gerathene Weise mit gasförmiger Säure auszuführen, die sich jetzt leicht durch schwache Erwärmung aus der käuflichen Säure gewinnen lässt. Diese Versuche führten bald zu befriedigenden Erfolgen[1]), und es über-

[1]) Die Thermometer wurden bei der Aetzung etwas angewärmt, indem man sie zwischen Glasröhren legte, die mit warmem Wasser gefüllt waren. Die zweckmässige Zeitdauer der Aetzung und die Temperatur der flüssigen Säure musste etwas mit der Stärke dieser Säure geändert werden.

Bemerkenswerth dürfte auch das Verfahren sein, durch welches auf der zu theilenden Röhre die Normalpunkte festgelegt wurden. Man versilberte einen Streifen auf dem Thermometerrohre, zog in der Nähe der Normalpunkte eine Hilfstheilung, deren Striche die Silberschicht durchschnitten, bestimmte an dieser Hilfstheilung den Siede- und Eispunkt, überzog hierauf das Thermometer mit einem genügend durchsichtigen Aetzgrund durch Eintauchen in geschmolzenes Wachs und konnte dann bei der Theilung leicht die Lage der Fundamentalpunkte berücksichtigen, indem man entweder wieder durch die Silberschicht

treffen diese Thermometer die meisten Haupt- und Gebrauchsnormale in der Güte ihrer Striche.

Untersuchung der Thermometer aus dem Glase 59 III. — Das Caliber des Thermometers No. **203**, welches nach dem einfachsten Typus[1]) ohne Ampullen hergestellt ist, wurde zunächst für die 20°-Striche durch eine Fünftheilung mit allen Fäden bestimmt, sodann wurden die Fehler der 5°-Striche durch Viertheilungen der 20°-Intervalle, bez. für die Punkte *95°[2]) und 105° durch Fünftheilungen der 25°-Intervalle festgelegt. Ausserdem wurden noch an allen Stellen, an denen die Interpolation zweifelhaft erschien, namentlich zwischen 40° und 50° Zwischenpunkte durch Fäden von 2,°5 oder 1,°7 und 3,°4 bestimmt.

Das Thermometer No. **204** ist vom Typus der vom *Bureau international* vorzugsweise gebrauchten Normale[3]) mit zwei Ampullen von etwa 33° über der Haupttheilung, welche letztere über ein Drittel des Fundamentalabstandes umfasst. Seine Calibrirung erfolgte durch Dreitheilungen zur Bestimmung der Grösse der Ampullen und des Caliberverlaufs in den Theilungen zwischen denselben; ferner durch eine Sechstheilung von 36 Graden der Haupttheilung und durch eine Dreitheilung der so gewonnenen 6°-Intervalle. Für einige der 2°-Intervalle, deren Fehler durch die Calibrirung bestimmt waren, erfolgte noch eine Halbirung durch einen 1°-Faden. Im Intervalle zwischen 12° und 14° muss der Verlauf der Calibercorrectionen wegen ihrer schnellen Aenderung etwas zweifelhaft bleiben.

Das Thermometer No. 207 vom Typus des oben erwähnten No. **4284**, wurde, abgesehen von den Dreitheilungen, zunächst für 40 Grade der Haupttheilung durch eine Fünftheilung calibrirt; sodann wurden noch die 2°-Intervalle durch Viertheilungen der 8°-Intervalle bestimmt. Auch hier erfolgten noch einige Einstellungen mit einem 1°-Faden in der Hilfstheilung nahe dem Gefässe.

Alle Arbeiten, die sich auf die Untersuchung der Theilmaschine, Theilung und Aetzung der Thermometer aus dem Glase 59 III und ihre Calibrirung beziehen, sind durch Sell ausgeführt worden.

Die Druckcoefficienten wurden aus den beobachteten berechnet, indem

hindurch theilte, oder auch die endgiltige Theilung etwas seitlich von der Hilfstheilung anbrachte.

Die Theilung wurde mit verhältnissmässig kurzen Strichen ausgeführt; die früher empfohlenen langen Striche bieten kaum einen Vortheil, sind dagegen oft bei Ablesungen in der Nähe der Striche sehr unbequem.

[1]) I, S. 13, Fig. 1.

[2]) Bei der Bezifferung sind negative Zahlen vermieden; die Ablesungen unter 0° sind hier durch das vorgesetzte Zeichen (*) unterschieden.

[3]) Benoit, Trav. et Mém. 2 C, S. 33, Fig. 6.

man das Gewicht der Bestimmungen den Druckunterschieden proportional und für die nach der Theorie constante Differenz den Werth

$$\beta_i - \beta_e = 0{,}0000154$$

annahm. Die Bestimmung des äusseren Druckcoefficienten erfolgte in Wasser von Zimmertemperatur; die Bestimmung des inneren Coefficienten wurde nur für zwei der Instrumente, und zwar bei gewöhnlicher Temperatur ausgeführt, da die in ihnen enthaltene Quecksilbermenge die Anwendung genügend langer Säulen bei dieser Temperatur erlaubte. Man fand

Thermometer	Beobachtet	Gewicht	Fehler	Berechnet
203	$\beta_e = 0{,}000\,136\,9$			$\beta_e = 0{,}000\,136\,9$
				$\beta_i = 0{,}000\,152\,3$
204	$\beta_e = 0{,}000\,142\,9$	661	+ 4	$\beta_e = 0{,}000\,142\,5$
	$\beta_i = 0{,}000\,157\,0$	334	− 9	$\beta_i = 0{,}000\,157\,9$
207	$\beta_e = 0{,}000\,149\,0$	673	+ 18	
	$\beta_i = 0{,}000\,151\,6$	346	− 110	$\beta_e = 0{,}000\,147\,2$
	$\beta_i = 0{,}000\,169\,9$	347	+ 73	$\beta_i = 0{,}000\,162\,6$

Bei den Bestimmungen des Gradwerthes benutzt man die späteren Einrichtungen des Siedeapparates in der oben angegebenen Weise; die Resultate sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

Thermometer	Datum	Temperaturgrade	Scalengrade	Eispunkt reducirt	Gradwerth-correction	Beobachter[1]
203	1893 XII. 29.	100,7783	100,7173	99,9844	+ 606	Sch., Th.
	30	7460	100,6867	99,9807	589	„
	1894 I. 6.	99,9383	99,8788	99,9775	596	„
204	1893 XII. 28.	100,6454	100,8836	99,9678	− 2361	„
	29.	7779	101,0184	99,9719	2381	„
	1894 I. 2.	2461	100,4821	99,9710	2349	„
207	1893 XII. 28.	100,6324	100,5619	0,0571	+ 701	„
	30.	7129	100,6502	0,0575	623	„
	1894 I. 2.	2588	100,1956	0,0531	631	„

Die in den mitgetheilten Tafeln angenommenen Werthe der Gradwerthcorrectionen, nämlich

für No. 203 $\quad + 0{,}0592 \, \frac{a}{100}$, $\quad$ Red.-Eisp. *99,98

„ „ 204 $\quad - 0{,}2375 \, \frac{a}{100}$, $\quad$ „ *99,97

„ „ 207 $\quad + 0{,}0645 \, \frac{a}{100}$, $\quad$ „ 0,06

[1] Sch. = Scheel; Th. = Thiesen. Die Eispunkte sind von Scheel bestimmt.

unterscheiden sich ein wenig vom Mittel der ausgeführten Beobachtungen, weil zeitweise die neue Auflage der Landolt'schen Tafeln für die Reductionen benutzt wurde, während die mitgetheilten Daten sich auf die bisher gebrauchten Tafeln beziehen. Zur Reduction der Gradwerthcorrectionen auf andere Eispunkte ist der Werth

$$0{,}016\,45$$

für die Ausdehnung des Quecksilbers im Glase zwischen 0° und 100° benutzt worden, wie er aus einer in der folgenden Abhandlung mitgetheilten Bestimmung hervorgeht.

3. Vergleichungen der Thermometer in verticaler Lage.

Der Apparat. — Der Apparat, welcher zur Vergleichung der Thermometer in verticaler Lage diente, ist durch Umänderung eines auf ganz anderen Principien beruhenden Apparates entstanden, dessen Anwendung in der ursprünglichen Form bedenklich schien. Er hat daher andere Einrichtungen und namentlich auch andere Abmessungen erhalten, als sie bei einer Neuconstruction gewählt worden wären.

Der Apparat (Fig. 1) besteht jetzt aus einem grossen cylindrischen Gefäss von etwa 170 l Inhalt, welches durch ein zweites inneres Gefäss in zwei nahe gleiche Räume getheilt wird. Zwischen den beiden Gefässen liegt eine kupferne Schlange, welche in den beiden Hähnen s_1, s_2 endet. Je zwei andere Hähne stehen mit dem äusseren (a_1, a_2) und mit dem inneren Gefäss (i_1, i_2) in Verbindung. Im inneren Gefäss befindet sich der Rührer R. Auf dem Deckel A erhebt sich noch ein cylindrischer Aufsatz, welcher unten durch zwei gegenüberliegende Glasfenster f zum Ablesen der Thermometer durchbrochen, oben durch den drehbaren Deckel E geschlossen wird.

Im Deckel E befinden sich drei leicht drehbare Hülsen; in diesen lassen sich die Stangen S und damit drei an den Stangen hängende Thermometer in beliebiger Höhe feststellen. Die Höhe wird so gewählt, dass bei der Vergleichung die drei Quecksilberkuppen alle in gleicher Höhe in der Mitte des Fensters f sichtbar sind.

Um ferner ein zu starkes Pendeln der Thermometer in dem durch das Rühren bewegten Wasser zu vermeiden, durchsetzen die Thermometer drei siebartig durchbrochene Platten, in denen je drei genau vertical untereinander liegende grössere Oeffnungen zum Durchlassen der Thermometer ausgespart sind. Die Platten sind durch drei Stangen am Deckel E befestigt und diese Stangen um je 30° gegen die Thermometer versetzt, da auf diese Weise der Ablesung und Beleuchtung der Thermometer kein Hinderniss erwächst.

Die Temperatur, bei welcher die Vergleichungen stattfinden sollten,

wurde bei den höheren Temperaturen mittels Durchleitens von Dampf durch die Schlange hervorgebracht und dadurch erhalten, dass man das Wasser,

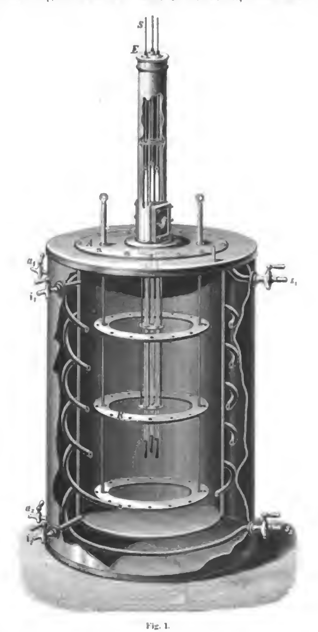


Fig. 1.

welches den Apparat bis über das Fenster f anfüllte, zwischen dem Apparate und dem geschlossenen Einsatze[1]) eines Bades von constanter Temperatur

[1]) C in Fig. 3 der folgenden Abhandlung.

circuliren liess. Das Wasser trat aus dem Einsatze durch den Hahn a_1 in den äussern Mantel des Apparats, verliess diesen durch den Hahn a_2, wurde durch ein Bleirohr nach dem Hahn i_1 geleitet und verliess den inneren Mantel bei i_2, um wieder nach dem Einsatze geführt zu werden. Die Temperatur im inneren Raume wurde durch kräftiges Rühren möglichst gleichmässig erhalten; es war dies um so nothwendiger, als sich die Gefässe der zu vergleichenden Thermometer oft in merklich verschiedener Höhe befanden. Die Vergleichungen bei 10° und 15° lagen ziemlich nahe bei der Zimmertemperatur; bei ihnen blieb, auch ohne Wassercirculation, in Folge der grossen Wassermasse, die der Apparat enthielt, die Temperatur genügend constant.

Beobachtungsmethode. — Die Ablesung der Thermometer erfolgte durch directe Schätzung[1]) mittels eines auf die Thermometerkuppe gerichteten Ablesemikroskopes. Die zu vergleichenden Thermometer, welche mit 1, 2, 3 bezeichnet werden mögen, wurden vom zweiten Beobachter durch Drehung des Deckels E in der Reihenfolge 1, 2, 3, 3, 2, 1 in das Gesichtsfeld des Mikroskopes gebracht und vom ersten Beobachter abgelesen; diese Ablesungen wurden zweimal wiederholt, nachdem die Theilung der Thermometer durch Drehung der die Stangen S tragenden Hülsen nach hinten gebracht war[2]), und darauf noch einmal mit „Theilung vorn" wiederholt. Dieser Reihe folgten noch zwei gleichartige Reihen desselben Beobachters mit den Thermometerfolgen 2, 3, 1, 1, 3, 2 und 3, 1, 2, 2, 1, 3, und schliesslich drei ähnliche Reihen des zweiten Beobachters mit den Thermometerfolgen 3, 1, 2, 2, 1, 3; 2, 3, 1, 1, 3, 2; 1, 2, 3, 3, 2, 1. Im Ganzen wurde also jedes der drei mit einander verglichenen Thermometer 48 mal abgelesen. Nach jeder der 24 aus 6 Ablesungen bestehenden kleineren Reihen wurde das Wasser des Apparates gerührt. Eine vollständige Vergleichung nahm, als die Beobachter grössere Uebung erlangt hatten, etwa 30 Minuten in Anspruch.

Eispunkte. — Jeder Vergleichung folgte unmittelbar eine Bestimmung des Eispunktes der drei verglichenen Thermometer durch mikrometrische Einstellungen auf die Kuppe und die beiden die Kuppe einschliessenden Striche im Hin- und Rückgang und in den vier Lagen „Theilung vorn", „Theilung hinten", „Theilung hinten", „Theilung vorn".[3])

[1]) Bei einer nicht weiter berücksichtigten, am 27. Juli ausgeführten Vergleichung wurden mikrometrische Einstellungen benutzt.

[2]) Zur Vermeidung des parallaktischen Fehlers, welcher von der Lage des Ablesemikroskops herrührt, und bei „Theilung vorn" und „Theilung hinten" gleich und entgegengesetzt auftritt.

[3]) Auch alle andern von mir oder unter meiner Leitung ausgeführten genaueren Eispunktsbestimmungen sind stets nach diesem Schema angestellt worden. In Bezug auf die Technik des Verfahrens sei auf I, S. 84, 85 verwiesen und ausserdem bemerkt, dass es sich sehr empfiehlt, das Eis über dem Thermometer so anzuhäufen, dass die Ablesung nur durch eine in das Eis gebohrte Oeffnung erfolgt. Man vermeidet dann ausser den Fehlern, welche

Schon während der Vergleichungen hatte man bemerkt, dass die verschiedenen Eispunktsbestimmungen keine befriedigende Uebereinstimmung zeigten, und die Berechnung der Vergleichungen ergab bald, dass der Grund nur in den Eispunktsbestimmungen selbst, nicht in wirklichen Aenderungen der Thermometer gesucht werden musste. Als Ursache fand man dann schliesslich einen Salzgehalt des Eises, der an einigen Tagen eine Erniedrigung des Eispunktes um mehr als 0,°01 bewirkt hatte. Da früher das Schmelzwasser niemals einen Chlorgehalt gezeigt hatte, auch jede Garantie für die Reinheit des aus destillirtem Wasser in der Anstalt selbst bereiteten Eises vorzuliegen schien, war die Prüfung des Schmelzwassers auf Chlor leider unterblieben. Durch ein Missverständniss war aber gerade bei Beginn der Versuche eine Aenderung in dem Verfahren der Zerkleinerung des Eises eingetreten, in Folge dessen das geschabte Eis in einem Holzbottich aufgefangen wurde, der selbst zeitweise durch abtropfende Chlorcalciumlösung verunreinigt worden war. Der Salzgehalt des Holzes genügte, wie eine beiläufige quantitative Bestimmung des Chlorgehalts im Schmelzwasser zeigte, um das Eis soweit zu verunreinigen, dass dadurch die beobachteten Abweichungen erklärt wurden.

Diese Fehlerquelle, welche für die Verwerthung der Versuche verhängnissvoll schien, ist nun durch folgende Ueberlegung wenigstens so weit eliminirt worden, dass für die bei allen Temperaturen verglichenen Thermometer eine recht befriedigende Uebereinstimmung der bei gleichen Temperaturen ausgeführten Vergleichungen erhalten wurde.

Da es sich bei den Vergleichungen nicht um die Bestimmung absoluter Temperaturen, sondern nur um Temperaturdifferenzen handelt, so wären die Resultate der Vergleichungen überhaupt nicht merklich verfälscht worden, wenn die kurz hintereinander genommenen Eispunkte der drei mit einander verglichenen Thermometer alle um denselben Betrag unrichtig beobachtet worden wären. Wenn dies auch bei dem natürlich stets sehr unregelmässig vertheilten Salzgehalt des Eises nicht der Fall war, so sind doch jedenfalls die Fehler der Eispunktsbestimmungen nicht in ihrem ganzen Betrage in die Vergleichungen eingegangen.

Es ist nun aber ferner zu beachten, dass die jedesmaligen Eispunktsbestimmungen nach den Vergleichungen wesentlich den Zweck haben, die mehr zufälligen Aenderungen im Zustande der Thermometer zu eliminiren. Soweit diese Aenderungen nach einem bestimmten, für dasselbe Glas nur von der Vergleichstemperatur abhängigen Gesetze erfolgen, fallen sie für Thermo-

leicht eintreten, wenn der Eispunkt dem Gefäss nahe liegt, auch das oft sehr lästige Beschlagen des Thermometers. Dies später stets angewandte Verfahren ist aber bei den hier erwähnten Beobachtungen vielleicht noch nicht regelmässig eingeschlagen worden.

meter aus demselben Glase im Resultate fort und lassen sich bei verschiedenen Glassorten durch besondere, bereits von anderer Seite ausgeführte Untersuchungen bestimmen. Es ist dann zur Berechnung der Vergleichungen nur noch nöthig, einen, für eine bestimmte Temperatur geltenden richtigen, oder doch für alle Thermometer gleichmässig verfälschten Eispunkt zu kennen. Dieser Eispunkt liess sich aber aus allen Bestimmungen mit einiger Sicherheit ableiten, da anzunehmen war, dass der Einfluss der Unreinheit des Eises sich im Durchschnitt auf alle Thermometer ziemlich gleichmässig vertheilen würde.

Es wurden daher in Ausführung des angedeuteten Gedankenganges nach den für das französische *verre dur* von Herrn Guillaume[1]) und für das Jenaer Glas 16III von Herrn Böttcher[2]) angegebenen Formeln die sämmtlichen für dasselbe Thermometer beobachteten Eispunkte auf 0° reducirt, aus den reducirten Werthen wurde das Mittel genommen und mit diesem Mittel rückwärts der Eispunkt für die Vergleichstemperatur berechnet.[3]) Da die mit den so corrigirten Eispunkten berechneten Temperaturen besser übereinstimmende Resultate lieferten als die mit den direct beobachteten Eispunkten ausgeführte Rechnung, so war damit der Beweis geführt, dass im vorliegenden Falle die Eispunktsbestimmungen mit zufälligen Fehlern behaftet waren, welche die zufälligen Zustandsänderungen der Thermometer während der Vergleichungen bei derselben Temperatur übertrafen. Mitgetheilt sind daher zunächst auch nur die nach dieser Rechnung gewonnenen Resultate.

Zusammenstellung der Vergleichungen. — In der folgenden Zusammenstellung enthält die vierte Colonne das Mittel der 48 Ablesungen der Thermometer. In der fünften Colonne ist zunächst der beobachtete, für Caliber, äusseren und inneren Druck corrigirte Eispunkt und dahinter in Einheiten der vierten Decimale die Correction des Eispunktes mitgetheilt, welche in der kurz vorher angegebenen Weise berechnet wurde. Der weiteren Rechnung zu Grunde gelegt sind die corrigirten Eispunkte; also ist beispielsweise für die erste Vergleichung dem Thermometer No. II der Eispunkt 114,6813 zugetheilt worden. Die „Temperatur" der sechsten Colonne ergab sich nun durch Anbringung der Correctionen für Caliber, äusseren und inneren Druck an den Zahlen der vierten Colonne, Abziehen des Eispunktes von denselben und Verwandlung der so erhaltenen Scalengrade in Temperaturgrade durch Anbringen der Gradwerthcorrection.

[1]) Guillaume, Trav. et Mém. 5, S. 54, 1886.

[2]) Böttcher, Zeitschr. f. Instrumentenkunde 8, S. 410, 1888.

[3]) Für die Thermometer No. 132 und No. 142, welche nur bei 25° verglichen sind, wurde die Eispunktscorrection so angenommen, dass sie im Mittel der Correction der andern nahe gleichzeitig bestimmten Eispunkte gleichkommt.

Zusammenstellung der Thermometer-Vergleichungen in verticaler Lage.

Datum	Beobachter[1])	Thermometer No.	Mittel der Ablesungen	Eispunkt	Temperatur	Fehler
1891 VII. 31.	J., Sch.	II	142,4584	114,6799 + 14	27,5276	− 6
		170	127,5942	100,1437 + 39	27,5186	− 3
		186	127,3066	99,9129 + 38	27,5115	+ 10
VIII. 1.	J., Sch.	4433	24,4672	+ 0,2376 + 66	24,2126	− 8
		4437	24,0982	+ 0,0523 + 71	24,2140	+ 20
		4636	24,0998	+ 0,0369 + 120	24,2116	− 12
3.	J., Sch.	4437	24,9963	+ 0,0660 − 74	25,1128	− 19
		4284	93,8321	68,4456 − 27	25,1115	+ 2
		VII	25,3443	+ 0,2750 + 17	25,1241	+ 18
4.	J., Sch.	4636	24,7561	+ 0,0470 + 13	24,8761	+ 12
		VII	25,1000	+ 0,2761 + 8	24,8800	− 17
		IV	126,4328	101,6006 + 5	24,8807	+ 5
5.	J., Sch.	4284	94,5732	68,4406 + 17	25,8419	− 1
		IV	127,4097	101,6020 − 13	25,8510	− 5
		II	140,7504	114,6853 − 28	25,8458	+ 6
5.	J., Sch.	170	125,6883	100,1464 + 25	25,6094	+ 3
		188	125,8092	99,9503 − 13	25,6150	− 9
		3	26,0776	+ 0,3776 − 48	25,6244	+ 6
6.	J., Sch.	186	124,5762	99,9132 + 54	24,7663	− 11
		3	25,2439	0,3721 + 13	24,7900	− 5
		9	24,9585	0,1631 − 42	24,7888	+ 16
6.	J., Sch.	188	125,1527	99,9527 − 33	24,9564	+ 8
		9	25,1270	0,1668 − 81	24,9586	− 16
		13	24,9977	0,2613 + 46	24,9565	+ 7
26.	Th., S.	13	25,1716	0,2637 + 21	25,1317	− 7
		118	125,6888	100,5391 − 29	25,1430	+ 7
		116	125,4725	100,4081 − 32	25,1373	+ 1
27.	Th., S.	118	125,0040	100,5399 − 32	24,4575	− 7
		142	124,5978	100,0990 − 67	24,4539	0
		120	124,8316	100,3571 − 24	24,4616	+ 8
28.	Th., S.	116	125,0491	100,4060 − 9	24,7111	− 1
		120	125,0862	100,3566 − 22	24,7182	− 7
		132	124,8156	100,1171 − 40	24,7203	+ 9

[1]) J. = Jaeger; Sch. = Scheel; Th. = Thiesen; S = Sell. Der vorangestellte Beobachter bestimmte die Eispunkte.

Zusammenstellung der Thermometer-Vergleichungen in verticaler Lage.

Datum	Beobachter	Thermometer No.	Mittel der Ablesungen	Eispunkt	Temperatur	Fehler
1891 VIII. 28.	Th., S.	142	125,0302	100,0936 — 13	24,8838	0
		132	124,9852	100,1159 — 28	24,8903	— 9
		4433	25,1325	0,2488 — 52	24,8829	+ 8
29.	Th., S.	4636	29,5917	0,0476 — 39	29,7447	0
		4437	29,6247	0,0601 — 59	29,7372	— 1
		4433	29,9855	0,2412 — 22	29,7410	+ 2
31.	Th., S.	4437	29,9109	0,0588 — 48	30,0185	+ 1
		VII	30,2579	0,2784 — 49	30,0299	— 3
		4284	98,7993	68,4420 — 37	30,0259	+ 2
IX. 1.	Th., S.	4284	99,0031	68,4441 — 60	30,2291	— 2
		3	30,6509	0,3928 — 231	30,2347	0
		IV	131,8244	101,6058 — 83	30,2339	+ 1
1.	Th., S.	9	30,3872	0,1669 — 117	30,2308	+ 1
		3	30,6475	0,3814 — 117	30,2314	— 1
		13	30,2316	0,2692 — 68	30,2206	0
3.	Th., S.	9	30,2595	0,1585 — 32	30,1022	— 4
		4636	29,9446	0,0538 — 104	30,0981	0
		VII	30,3318	0,2790 — 56	30,1028	+ 3
4.	Th., S.	IV	131,9760	101,6014 — 40	30,3849	— 1
		4433	30,6223	0,2406 — 20	30,3766	— 1
		9	30,5422	0,1598 — 47	30,3853	+ 2
5.	Th., S.	4433	34,9544	0,2420 — 77	34,7006	0
		4437	34,5939	0,0546 — 51	34,7029	+ 6
		4636	34,5436	0,0432 — 42	34,7028	— 7
18.	Sch., S.	4437	34,4469	0,0474 + 22	34,5572	— 6
		4284	103,3355	68,4229 + 109	34,5673	— 1
		VII	34,7819	0,2441 + 264	34,5709	+ 6
19	Th., Sch.	4284	102,9530	68,4284 + 58	34,1833	0
		3	34,5711	0,3720 — 48	34,1937	— 33
		IV	135,8046	101,5831 + 119	34,1914	+ 33
19.	Sch., S.	170	134,2648	100,1447 — 14	34,1800	— 8
		186	133,9579	99,9166 — 42	34,1682	— 25
		3	34,5833	0,3632 + 40	34,2060	+ 33
21.	Sch., S.	IV	136,0427	101,5987 — 39	34,4282	— 34
		4636	34,2581	0,0393 — 1	34,4191	+ 7
		186	134,2001	99,9149 — 27	34,4111	+ 26

Zusammenstellung der Thermometer-Vergleichungen in verticaler Lage.

Datum	Beobachter	Thermometer No.	Mittel der Ablesungen	Eispunkt	Temperatur	Fehler
1891						
IX. 26.	Sch., S.	170	134,5951	100,1428 + 2	34,5082	+ 7
		VII	34,7301	0,2768 — 63	34,5180	— 6
		188	134,6444	99,9439 — 8	34,5148	0
28.	Sch., S.	188	134,2633	99,9347 + 87	34,1292	0
		II	149,1607	114,6753 + 17	34,1210	+ 3
		9	34,2731	0,1437 + 90	34,1310	— 4
29.	Sch., S.	II	149,7031	114,6751 + 16	34,6546	4
		116	134,9790	100,3972 + 15	34,6653	+ 8
		118	135,1486	100,5239 + 61	34,6626	— 5
30.	Sch., S.	116	134,7119	100,3970 + 18	34,3996	— 8
		120	134,7943	100,3478 + 3	34,4009	+ 5
		9	34,5425	0,1540 — 15	34,4019	+ 3
30.	Sch., S.	118	134,8752	100,5321 — 20	34,3882	+ 5
		120	134,7821	100,3499 — 18	34,3887	— 4
		4433	34,6302	0,2353 — 8	34,3777	0
X. 2.	Sch., S.	4433	40,3358	0,2268 + 22	40,0927	— 6
		4437	39,9797	0,0422 + 20	40,0948	+ 13
		4636	39,9458	0,0313 + 25	40,0937	— 7
2.	Sch., S.	4284	72,9817	32,2955 — 53	40,5648	+ 34
		4437	40,4451	0,0431 + 7	40,5594	— 13
		VII	40,7355	0,2671 — 4	40,5696	— 20
3.	Sch., S.	4284	72,9457	32,2774 + 128	40,5274	— 33
		IV	142,1910	101,5737 + 172	40,5441	+ 18
		3	40,8830	0,3443 + 188	40,5441	+ 16
5.	Sch., S.	3	40,4172	0,3619 + 14	40,0759	— 16
		II	155,2267	114,6744 — 13	40,0731	+ 26
		9	40,2101	0,1482 + 6	40,0735	— 10
6.	Sch., S.	IV	141,8018	101,5926 — 15	40,1577	— 17
		4636	40,0013	0,0286 + 51	40,1487	+ 7
		9	40,2936	0,1437 + 51	40,1576	+ 10
6.	Sch., S.	II	155,4334	114,6737 — 7	40,2755	— 26
		4433	40,5156	0,2274 + 15	40,2729	+ 5
		VII	40,4539	0,2667 + 1	40,2855	+ 20
10.	Sch., S.	4636	45,1378	0,0253 + 33	45,2923	— 1
		4433	45,5308	0,2218 + 21	45,2924	— 4
		4437	45,2012	0,0390 + 1	45,2904	+ 6

Zusammenstellung der Thermometer-Vergleichungen in verticaler Lage.

Datum	Beobachter	Thermometer No.	Mittel der Ablesungen	Eispunkt	Temperatur	Fehler
1891						
X. 10.	Sch., S.	4284	77,8627	32,2866 − 12	45,4269	+ 3
		4437	45,3357	0,0367 + 23	45,4236	− 6
		VII	45,5613	0,2640 − 5	45,4324	+ 2
12.	Sch., S.	4284	77,6020	32,2918 − 62	45,1703	− 3
		IV	146,8787	101,5880 − 1	45,1816	− 9
		3	45,4977	0,3654 − 53	45,1865	+ 13
12.	Sch., S.	II	150,8681	105,1376 + 23	45,2833	+ 1
		9	45,4237	0,1444 + 11	45,2874	+ 12
		3	45,5988	0,3580 + 20	45,2883	− 12
13.	Sch., S.	IV	146,7757	101,5923 − 43	45,0795	+ 10
		9	45,2132	0,1458 − 2	45,0767	− 12
		4636	44,9129	0,0327 − 39	45,0670	+ 2
13.	Sch., S.	II	150,6872	105,1402 − 2	45,1051	0
		VII	45,2326	0,2700 − 63	45,1022	− 2
		170	145,1998	100,1387 − 25	45,0983	+ 2
14.	Sch., S.	186	145,1624	99,9094 − 42	45,3550	+ 2
		188	145,3155	99,9398 − 36	45,3636	0
		170	145,4593	100,1392 − 31	45,3580	− 3
14.	Sch., S.	186	144,6669	99,9067 − 12	44,8595	− 2
		116	145,2467	109,4005 − 84	44,8706	− 5
		118	145,3671	100,5239 − 5	44,8766	+ 8
15.	Sch., S	120	144,7980	100,3389 + 28	44,3072	− 4
		116	144,6788	100,3920 + 4	44,3056	+ 5
		188	144,2713	99,9341 + 27	44,3025	0
15.	Sch., S.	120	144,1195	100,2377 + 44	43,6298	+ 4
		118	144,1150	100,5223 + 17	43,6309	− 7
		4433	43,8558	0,2231 + 25	43,6187	+ 4
24.	Sch., S.	4433	15,3778	0,3374 + 153	15,0876	− 15
		4437	15.0290	0,0463 + 216	15,0881	+ 17
		4636	15,0408	0,0441 + 133	15,0837	− 1
26.	Sch., S.	4284	83,4576	68.4507 + 17	14,8846	+ 1
		4437	14,8259	0,0680 + 1	14,8828	− 16
		VII	15,0878	0.2833 + 4	14,8948	+ 16
27.	Sch., S.	4284	83,1533	68,4362 + 163	14,5844	0
		IV	116,0867	101,5946 + 137	14,5896	+ 1
		3	15,0761	0,3702 + 101	14,5909	− 1

Zusammenstellung der Thermometer-Vergleichungen in verticaler Lage.

Datum	Beobachter	Thermometer No.	Mittel der Ablesungen	Eispunkt	Temperatur	Fehler
1891 X. 27.	Sch., S.	II	119,9388	105,1472 + 128	14,7093	− 3
		9	14,9047	0,1538 + 119	14,7130	+ 2
		3	15,1984	0,3681 + 121	14,7140	+ 1
28.	Sch., S.	IV	116,5026	101,6098 − 20	15,0047	0
		9	15,1971	0,1649 + 6	15,0050	− 1
		4636	14,9560	0,0601 − 26	14,9971	+ 2
28.	Sch., S	II	120,4338	105,1609 − 12	15,2010	+ 3
		VII	15,3989	0,2807 + 27	15,2055	− 16
		170	115,3033	100,1546 − 31	15,2012	+ 12
29.	Sch., S.	186	114,5780	99,9241 + 13	14,7130	0
		188	114,8955	99,9559 + 5	14,7248	+ 13
		170	114,8216	100,1575 + 13	14,7115	− 13
29.	Sch., S.	186	114,6959	99,9233 + 20	14,8309	0
		118	115,3408	100,5414 + 18	14,8429	+ 8
		116	115,2160	100,4064 + 55	14,8338	− 8
30.	Sch., S.	188	115,0552	99,9591 − 28	14,8831	− 14
		120	115,3073	100,3616 − 4	14,8834	+ 6
		116	115,2616	100,4083 + 36	14,8784	+ 7
30.	Sch., S.	4433	15,2669	0,2545 − 17	14,9750	+ 15
		120	115,4048	100,3619 − 8	14,9809	− 6
		118	115,4822	100,5440 − 9	14,9831	− 8
XI. 4.	Sch., S.	4433	20,0466	0,2520 − 36	19,7536	− 16
		4636	19,6809	0,0579 − 48	19,7530	+ 5
		4437	19,6627	0,0687 − 51	19,7575	+ 11
4	Sch., S.	4284	89,4293	68,4525 − 55	20,7732	0
		VII	20,9967	0,2817 − 20	20,7813	+ 11
		4437	20,6706	0,0659 − 32	20,7721	− 12
5.	Sch., S.	4284	89,3978	68,4529 − 58	20,7409	− 1
		IV	122,2711	101,6089 − 50	20,7442	− 10
		3	21,2098	0,3767 − 6	20,7491	+ 11
6.	Sch., S.	9	20,3679	0,1566 + 54	20,1796	+ 6
		II	125,4481	105,1594 − 30	20,1830	+ 6
		3	20,6478	0,3731 + 34	20,1851	− 11
7.	Sch., S.	9	20,7482	0,1629 − 12	20,5609	− 7
		4636	20,4817	0,0570 − 46	20,5575	− 5
		IV	122,0924	101,6101 − 61	20,5671	+ 11

Zusammenstellung der Thermometer-Vergleichungen in verticaler Lage.

Datum	Beobachter	Thermometer No.	Mittel der Ablesungen	Eispunkt	Temperatur	Fehler
1891 XI. 7.	Sch., S.	VII	20,6358	0,2820 — 21	20,4219	— 10
		4433	20,7056	0,2519 — 41	20,4164	+ 16
		II	125,6855	105,1597 — 35	20,4186	— 5
10.	Sch., S.	4433	10,0666	0,2592 — 16	9,7915	— 2
		4437	9,7592	0,0750 — 22	9,7922	— 4
		4636	9,7845	0,0626 — 3	9,7921	+ 5
10.	Sch., S.	4284	78,4943	68,4642 — 73	10,0025	+ 2
		4437	9,9707	0,0746 — 20	10,0051	+ 3
		VII	10,2552	0,2873 — 2	10,0096	— 6
11.	Sch., S.	4284	79,1049	68,4625 — 62	10,6036	— 3
		IV	112,1160	101,6148 — 39	10,6090	+ 1
		3	11,1221	0,3873 — 42	10,6106	+ 1
11.	Sch., S.	9	10,9911	0,1662 + 22	10,8009	— 7
		II	116,0110	105,1654 — 26	10,8059	+ 8
		3	11,3166	0,3822 + 7	10,8067	— 1
12.	Sch., S.	9	10,5806	0,1701 — 14	10,3908	+ 7
		4636	10,3772	0,0645 — 28	10,3897	— 5
		IV	111,9017	101,6138 — 28	10,3935	— 2
12.	Sch., S.	VII	10,8551	0,2901 — 34	10,6192	+ 6
		4433	10,8888	0,2577 — 9	10,6124	+ 1
		II	115,8191	105,1675 — 44	10,6148	— 8

Ausgleichungsrechnungen. — Die weitere Ausgleichung der Beobachtungsresultate erfolgte für jede Temperatur gesondert[1]) durch successive Annäherung in ganz gleicher Weise wie die Ausgleichung einer unvollständigen Calibrirung.[2])

Die Resultate dieser Ausgleichung sind in der folgenden Zusammenstellung in der Form angegeben, dass man die Angaben der Thermometer auf das Mittel der (auch zweimal in horizontaler Lage verglichenen Thermometer) No. No. **4433, 4437, 4636, VII, 3, 9** bezogen hat. Die Zahl — 123 in der mit 25° überschriebenen Colonne und der mit **170** bezeichneten Reihe be-

[1]) Die erste Reihe mit der Temperatur 27,°5 ist mit den nahe bei 25° ausgeführten Vergleichungen zusammen ausgeglichen worden.

[2]) Thiesen, Carl's Rep. 15, S. 285, 1879.

deutet z. B., dass nach dem Ergebnisse der besprochenen Vergleichungen das Thermometer No. **170** eine um 0,°0123 tiefere Temperatur angiebt, als sie aus dem Mittel der Angaben der genannten sechs Thermometer folgt.

Resultate der Vergleichungen
(mit verbesserten Eispunkten).

Thermometer No.	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°
4433	− 20	− 8	− 26	− 14	− 44	− 94	− 58	− 44
4437	− 11	− 35	− 14	− 28	− 79	− 77	− 56	− 74
4636	− 21	− 61	− 53	− 20	5	− 65	− 47	− 48
3	+ 30	+ 32	+ 55	+ 24	+ 48	+ 156	+ 69	+ 96
9	− 22	+ 21	− 17	− 9	+ 40	+ 32	+ 39	+ 63
VII	+ 43	+ 53	+ 55	+ 48	+ 39	+ 48	+ 53	+ 6
4284	− 36	− 34	− 15	− 62	− 6	+ 19	− 49	− 50
IV	+ 14	+ 17	+ 27	+ 33	+ 39	+ 67	+ 67	+ 69
II	+ 13	− 11	+ 17	− 30		− 75	− 1	+ 33
13				− 53	− 61			
116		+ 21		− 5		+ 20		+ 32
118		+ 96		+ 46		+ 6		+ 89
120		+ 72		+ 72		+ 20		+ 67
170		− 18		− 123		− 63		− 37
186		− 16		− 207		− 164		− 72
188		+ 89		− 55		+ 10		+ 16
182				+ 77				
142				+ 3				

Verbessert man die bei den Vergleichungen beobachteten Temperaturen durch Abziehen der Zahlen der vorstehenden Tabelle und bildet die Abweichung vom Mittel der drei Temperaturen einer Vergleichung, so sind die gewonnenen Zahlen als Fehler der bezw. Temperaturbestimmung anzusehen und als solche in die letzte Colonne der „Zusammenstellung der Thermometervergleichungen in verticaler Lage“ eingetragen. Diese Fehler geben gleichzeitig eine genügende Bürgschaft für die Richtigkeit der Ausgleichung, da sie bei jeder Temperatur für jedes Thermometer zweimal in gleicher Grösse, aber mit entgegengesetztem Zeichen, auftreten müssen.[1])

Die „Resultate“ müssen nun noch wegen des schon oben erwähnten Umstandes verbessert werden, dass bei den Reductionsrechnungen noch nicht in allen Fällen die definitiven Tafeln angewandt werden konnten. Die Aenderung betrifft die Calibercorrectionen der Thermometer No. **4433** und No. **4437** insofern, als die Interpolation zwischen den Hauptpunkten geändert ist, und des

[1]) Abgesehen davon, dass in den Vergleichungen bei 30° das Thermometer No. **9** zum Ersatz des zerbrochenen No. **13** dreimal, das letztere nur einmal verglichen ist.

Thermometers No. **4636** wegen seiner Neucalibrirung. Ferner waren auch die anderen Correctionen von No. **4636** nach den Bestimmungen des *Bureau international* angebracht worden und mussten daher auf die veröffentlichten Tafeln reducirt werden. Bei No. **II** erforderte die benutzte Gradwerthcorrection, bei den Thermometern No. No. **170, 186, 188** die anfangs nur unvollkommen bekannten Correctionen wegen Gradwerth und Druck weitere Verbesserungen. Die Aenderungen in den Werthen der übrigen Thermometer rühren nur davon her, dass das Mittel, auf welches die Angaben bezogen sind, sich durch die eingeführten Verbesserungen änderte.

Die folgende Tabelle giebt die verbesserten Werthe.

Verbesserte Resultate der Vergleichungen
(mit verbesserten Eispunkten).

Thermometer No.	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°
4438	— 13	— 8	— 23	— 1	— 34	— 79	— 46	— 40
4437	— 10	— 37	— 18	— 24	— 73	— 65	— 49	— 68
4636	— 28	— 58	— 47	— 64	— 41	— 127	— 91	— 67
3	+ 30	+ 31	+ 54	+ 32	+ 55	+ 168	+ 77	+ 99
9	— 22	+ 20	— 18	— 1	+ 47	+ 44	+ 47	+ 66
VII	+ 43	+ 52	+ 54	+ 56	+ 46	+ 60	+ 61	+ 9
4284	— 36	— 35	— 16	— 54	+ 1	+ 31	— 41	— 47
IV	+ 14	+ 16	+ 26	+ 41	+ 46	+ 79	+ 75	+ 72
II	+ 26	+ 8	+ 42	+ 19		— 6	+ 72	+ 96
13				— 45	— 54			
116		+ 20		+ 3		+ 32		+ 35
118		+ 95		+ 54		+ 18		+ 92
120		+ 71		+ 80		+ 32		+ 70
170		— 17		— 112		— 45		— 27
186		— 11		— 189		— 137		— 50
188		+ 68		— 80		— 25		— 41
182				+ 85				
142				+ 11				

Die Methode, nach welcher die beobachteten Eispunkte verbessert wurden, hat sich insofern bewährt, als damit eine gute Uebereinstimmung der Vergleichungen herbeigeführt wird, wie dies auch die verhältnissmässig kleinen, in der Zusammenstellung angegebenen Fehler beweisen. Daraus folgt aber nur, dass sich der Eispunkt desselben Thermometers während der Vergleichungen nicht wesentlich änderte, dagegen ist es nicht ausgeschlossen, dass gerade durch die Verbesserungen systematische Fehler in die Vergleichsresultate hereingebracht sind. Für die weitere Discussion geben wir daher noch eine zweite Tabelle, welche die Vergleichsresultate ohne die Eispunktsverbesserungen enthält.

Verbesserte Resultate der Vergleichungen

(mit unverbesserten Eispunkten).

Thermometer No.	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°
4433	— 12	— 17	— 34	— 8	— 5	— 83	— 51	38
4437	— 16	— 14	— 30	41	— 72	— 115	— 49	— 64
4696	— 33	— 80	62	31	— 49	— 107	— 90	63
8	+ 28	+ 15	+ 67	+ 30	+ 6	+ 147	+ 84	+ 95
9	— 15	+ 29	+ 3	— 41	+ 61	+ 50	+ 49	+ 78
VII	+ 48	+ 68	+ 57	+ 92	+ 60	+ 108	+ 55	— 9
4284	— 71	— 13	— 46	— 27	+ 49	+ 30	— 88	— 63
IV	+ 8	+ 15	— 2	+ 50	+ 77	+ 111	+ 46	+ 86
II	— 3	+ 9	+ 5	+ 15		— 35	+ 48	+ 115
13				+ 20	— 9			
116		+ 51		+ 15		+ 34		+ 4
118		+ 91		+ 64		+ 31		+ 103
120		+ 71		+ 103		+ 33		+ 84
170		27		75		— 35		— 20
186		14		148		156		40
188		+ 52		— 72		4		35
132				+ 92				
142				+ 21				

Die Zahlen dieser Tabelle sind nicht durch eine Ausgleichung, sondern aus den Zahlen der Tabelle mit verbesserten Eispunkten in folgender Weise abgeleitet worden.

In der Vergleichung vom 31. Juli wären die Temperaturangaben der drei Thermometer No.No. **II**, **170**, **186** um bezw. + 14, + 39, + 38 (in Einheiten der vierten Stelle) höher ausgefallen, wenn sie mit unverbesserten Eispunkten berechnet worden wären. Die Abweichungen dieser Zahlen vom Mittel, nämlich — 16, + 9, + 8, betrachten wir als Reductionen, welche zu den Resultaten hinzuzufügen sind, um sie auf die Resultate bei unverbessertem Eispunkte zu bringen. Da für No. II diese Reductionen gleich — 16 nach der eben angeführten Vergleichung und gleich — 20 nach der Vergleichung vom 5. August, im Mittel also gleich — 18 werden, so wäre diese Grösse anzubringen, wenn nicht gleichzeitig durch Anbringung der Reductionen das Mittel in den Angaben der sechs Thermometer, welches zu Grunde gelegt ist, um — 14 geändert würde. Die schliesslich angebrachte Reduction ist daher — 18 + 14 = — 4, und damit wird die Zahl + 19 der ersten Tabelle, welche der Temperatur 25° und dem Thermometer No. II entspricht, auf die Grösse + 15 der folgenden Tabelle gebracht.

Eine weitere Discussion der in den beiden Tabellen enthaltenen Resul-

tate kann zweckmässig nur in Verbindung mit den einwandsfreien Resultaten der folgenden Vergleichungen in horizontaler Lage stattfinden.

4. Vergleichungen der Thermometer in horizontaler Lage.

Apparat — Der Apparat für die Vergleichungen in horizontaler Lage besteht aus einem 1 m langen, 20 cm breiten, 18 cm hohen Messingkasten, welcher durch den Deckel *B* (Fig. 2) mittels einer zwischengelegten Gummi-

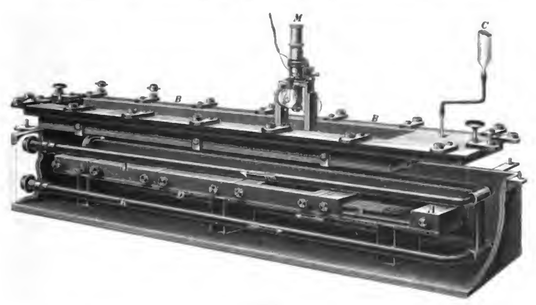


Fig. 2.

platte hermetisch verschlossen werden kann. Vier in dem Kasten angebrachte, mit Rohrstutzen versehene Oeffnungen, welche in der Zeichnung fortgelassen sind, und ein Röhrensystem, das mit zwei dieser Oeffnungen verbunden werden kann, erlauben in verschiedener Weise eine Circulation des Wassers herbeizuführen. In der ersten Versuchsreihe hatte man das Röhrensystem entfernt und liess das Wasser durch zwei diagonal gegenüberliegende Oeffnungen ein- und austreten. In den späteren Reihen dagegen liess man das Wasser, der ursprünglichen Absicht gemäss, zunächst unten in die Röhren eintreten, in diesen den Kasten in der durch Pfeile angedeuteten Weise im Hin- und Rückgang unten und dann oben durchströmen, hierauf durch eine Oeffnung der Röhre in den Kasten selbst ein- und aus der diagonal gegenüberliegenden Oeffnung (hinten, rechts, unten in der Zeichnung) wieder austreten.

In dem Kasten befindet sich, auf Füssen aus Hartgummi ruhend, eine 1 cm dicke Kupferplatte *D*, welche durch ⊓-förmige, aus 1 cm starkem Kupfer

hergestellte Kupferklötze *A* so bedeckt werden kann, dass zwischen der Platte *D* und den Klötzen *A* ein vollständig geschlossener, 6 cm breiter und 2 cm hoher Raum zur Aufnahme der Thermometer freibleibt. In diesem Raume ruhen auf passend gekerbten Trägern die Thermometer so angeordnet, dass die Mitten ihrer Gefässe nebeneinander liegen.

In der ersten Vergleichsreihe waren zwischen den in verschiedener Grösse vorhandenen Kupferklötzen *A* Lücken gelassen, welche die Ablesung der Thermometer gestatteten. Da aber durch diese Lücken, bei fortgelassenem Röhrensystem, öfters Wasserwellen von merklich abweichender Temperatur zu den Thermometergefässen drangen, so wurden in den späteren Reihen zwei der Klötze mit Glasfenstern versehen, durch welche hindurch jetzt die Ablesung erfolgte.[1]) Nach dieser Aenderung liess sich eine so vollkommene Temperaturconstanz erreichen, dass der Eintritt des stationären Zustandes bei den Vergleichungen nicht abgewartet werden durfte, wenn nicht die Genauigkeit der Vergleichungen durch die stets identischen Ablesungen leiden sollte.

Der Deckel *B* ist mit einer stark vertieft liegenden Spiegelglasplatte versehen; auf dieser liess sich ein unten mit Tuch bekleideter Mikroskopträger verschieben und damit das Ablesemikroskop *M* leicht schnell hintereinander auf die Kuppen der verschiedenen zu vergleichenden Thermometer einstellen. Zur Beleuchtung dienten am Mikroskopträger befestigte Glühlämpchen; die Kupferplatte *D*, welche den Hintergrund bildete, war weiss gestrichen.

Das Wasser circulirte in derselben Weise, wie es in dem folgenden Aufsatze beschrieben ist, zwischen dem Vergleichsapparate und einem Bade von constanter Temperatur, das Manometer *C* gab den während der Vergleichungen im Apparate herrschenden Druck an; derselbe konnte durch Aenderung im Widerstande des Motors auf der gewünschten Höhe erhalten werden. Bei Entfernung des Deckels musste, um ein Ueberlaufen zu hindern, der Gang des Motors verzögert werden; es trat daher bei jeder Unterbrechung eine merkliche Abkühlung ein, die aber in Folge der verhältnissmässig geringen Dimensionen des Apparates ziemlich schnell verschwand. Bei der Temperatur von 75° wurde der Apparat zum Aufheizen und Unterhalten der Temperatur zeitweise direct durch untergestellte Bunsenbrenner erwärmt.

[1]) In der Zeichnung ist der grösseren Deutlichkeit wegen einer der Klötze fortgelassen worden. Die Zahl der Thermometer, welche durch die Glasfenster hindurch abzulesen sind, beträgt vier; ausserdem können noch zwei weitere Thermometer in denselben Raum gebracht werden, die aber nicht mehr ablesbar sind.

Beobachtungen und Reduction derselben. — In der ersten und dritten Vergleichsreihe wurden je vier Thermometer mit einander verglichen. Zunächst las der erste Beobachter die Thermometer bei „Theilung vorn" in der Reihenfolge 1 2 3 4, 4 3 2 1, 4 3 2 1, 1 2 3 4 ab; alsdann wiederholte der zweite Beobachter dieselben Ablesungen zweimal, das erste mal in umgekehrter Folge, und der erste Beobachter noch einmal in umgekehrter Folge. Schliesslich folgte eine ganz ähnliche Reihe von zusammen 64 Ablesungen mit „Theilung hinten" und vertauschter Reihenfolge der Beobachter. Um die Thermometer umdrehen zu können, musste der Deckel und mindestens ein Kupferklotz entfernt werden; dabei war eine starke Störung des Temperaturzustandes unvermeidlich, und es musste 30 bis 40 Minuten bis zum Wiederbeginn der Beobachtungen gewartet werden.

Bei der zweiten Reihe wurden nur je drei Thermometer gleichzeitig mit einander verglichen; im übrigen war das Verfahren dasselbe.

Die vier Mittel der von den beiden Beobachtern und in den beiden Lagen ausgeführten Ablesungen stimmten durchweg sehr gut zusammen; Differenzen, wie sie namentlich die erste Reihe noch aufweist, sind durch Ablesungsfehler nicht zu erklären.

Ueber die Bestimmungen von Eispunkten, welche mit den Vergleichungen verbunden waren, wird in einer folgenden Abhandlung Näheres angegeben. An den beobachteten Eispunkten wurde eine meist sehr kleine Correction angebracht, welche davon herrührt, dass in Folge der durch Entfernung des Deckels eingetretenen Störung die Temperatur, welcher das Thermometer kurz vor Bestimmung des Eispunkts ausgesetzt war, etwas von der Vergleichstemperatur abwich. Da aber das Thermometer dieser Temperatur nur sehr kurze Zeit ausgesetzt gewesen war, so verwendete man als Correction nur $^2/_3$ der berechneten Aenderung.

An den corrigirten Mitteln der Thermometerablesungen wurde für die zweite Reihe bei den Temperaturen 25° und 75° noch eine kleine Verbesserung angebracht, die davon herrührt, dass die Thermometer aus dem Glase 59^{III} eine nicht unbedeutende systematische Abweichung von den anderen Thermometern zeigen, und welche einer Reduction der Vergleichungen auf die runden Temperaturen 25° und 75° entspricht. Die Coefficienten, mit denen bei einer Vergleichstemperatur t die Argumente $(25 - t)$ oder $(t - 75)$ multiplicirt wurden, um die Verbesserungen zu erhalten, betrugen bei einer Vergleichung von drei Thermometern aus den drei verschiedenen Gläsern:

$+ 0°,00044$ für *verre dur*,
$+ 0°,00068$ für 16^{III},
$- 0°,00112$ für 59^{III}.

Zusammenstellung der Vergleichungen. — Die folgenden Tabellen geben eine Zusammenstellung der Vergleichsresultate in der Form, dass man ihnen die vollständig corrigirten Mittel der 32 Ablesungen entnehmen kann, indem man die in grösseren Typen angegebenen Zahlen der Tabelle zur „Vergleichstemperatur“ hinzufügt, welche das Mittel der corrigirten Ablesungen für die drei oder vier verglichenen Thermometer darstellt

Zusammenstellung der Vergleichungen in horizontaler Lage.

Erste Reihe.

Datum	Vergleichs-Temperatur	Abweichungen der Thermometer vom Mittel und Fehler (Einheit = 0°,001)								Beobachter
		4433	4437	4636	4284[1]) 4904	IV	VII	3	9	
1892										
IX. 27	24,6953	— 15 + 22	— 38 + 12				+ 14 — 11		+ 40 22	Th., Sch.[3])
28.	24,7115			— 18 — 9	— 76 + 34	— 13 — 11		+ 108 + 54		Th., Sch.
29.	24,2183	— 53 — 14		— 18 — 3		— 3 + 5			+ 73 + 13	Sch., S.
29	24,7004		— 55 — 10		— 14 + 27		+ 47 + 17	+ 22 33		Sch., S.
30.	24,4438	— 28 — 7			— 23 + 7	+ 15 + 5	+ 35 — 6			Sch., S.
30.	24,9860		62 0	— 13 + 12				+ 15 23	+ 61 + 11	Sch., S.
X. 3.	50,5440	— 91 — 32	— 93 — 20				— 6 — 13		+ 189 + 64	Sch., S.
4.[2])	50,5039			+ 4 — 17	— 12 + 14	— 14 — 1		+ 21 + 1		Sch., S.
5.	49,8887	— 73 + 7		+ 28 + 21		— 34 — 5			+ 81 — 23	Th., Sch.
5.	49,5049		— 66 — 8		— 23 — 19		+ 64 + 42	+ 27 15		Th., Sch.
6.	50,2125	— 17 + 23			+ 6 + 6	+ 15 + 4	— 5 — 31			Sch., S.
6.	50,2004		— 72 + 28	— 2 — 3				+ 16 16	+ 58 40	Sch., S.
7.	75,0047	— 78 + 1	— 86 — 40				9 + 20		+ 174 + 20	Sch., S.
8.	75,0534		— 86 — 46		+ 26 + 22		— 9 + 15	+ 69 + 10		Th., Sch.
11.	75,0671			— 79 — 16	— 24 — 12	+ 10 — 26		+ 95 + 52		Sch., S.
11.	75,1458	— 178 — 82		— 69 0		+ 89 + 59			+ 158 + 21	Sch., S.
12.	74,6045	+ 16 + 79			+ 4 — 11	+ 28 — 35	— 48 — 36			Th., Sch.
12.	75,1296		+ 13 + 87	— 64 + 16				— 34 60	+ 85 — 41	Sch., S.

[1]) No. 4284 ist bei 25°, No. 4904 bei 50° und 75° verglichen.

[2]) Die Vergleichung „Theilung vorn“ ist zweimal ausgeführt; benutzt wurde das Mittel der beiden Vergleichungen.

[3]) In die Bestimmung der Eispunkte theilten sich die drei Beobachter so, dass jeder Beobachter für jedes Thermometer eine Bestimmung bei jeder Temperatur ausführte.

Zusammenstellung der Vergleichungen in horizontaler Lage.

Zweite Reihe.

(Beobachter: Scheel und Seil.)

Datum	Vergleichs-Temperatur	Abweichungen der Thermometer vom Mittel, und Fehler (Einheit = 0°,0001)								
		4433	4437	4636	8	9	VII	203	204	207
1894										
V. 23.	24,8528		+ 172 + 6				+ 200 − 26	− 371 + 19		
24.	24,7740	+ 28 + 13	+ 13 0	− 41 − 13						
26.	24,8688	+ 170 + 10			+ 246 + 7			− 415 − 17		
26.	24,8458				+ 20 + 5	− 11 − 4	− 8 − 2			
28.	24,8891		+ 194 + 9			+ 253 + 9			− 448 − 19	
28.	24,8305							+ 23 − 12	− 12 + 11	− 10 + 1
29	25,0118			+ 163 + 9			+ 253 − 2			− 415 − 8
29.	25,0706			+ 144 + 6		+ 224 − 14		− 369 + 8		
30.	25,0330	+ 179 − 3				+ 248 + 9				− 427 − 5
30	24,9350		+ 157 − 17		+ 259 + 4					− 415 + 13
31.	24,9344			+ 149 1	+ 256 − 18				− 405 + 18	
31.[1]	24,8421	+ 166 − 20					+ 273 + 29		− 440 − 10	
VI. 4	50,0271		+ 198 − 28				+ 348 + 35	− 546 − 7		
4.	50,0131	− 35 − 10	+ 37 + 21	1 10						
5.	49,9110	+ 185 − 4			+ 344 − 2			− 530 + 6		
5.	49,9069				+ 10 + 11	+ 23 − 7	− 33 − 3			
6.	50,0204		+ 226 + 11			+ 356 − 6			− 582 − 8	
6.	49,9907							+ 23 + 15	− 35 − 17	+ 13 + 3
7.	49 8944			+ 222 + 1			+ 305 − 10			− 526 + 9
7.	50,0249			+ 198 − 3		+ 372 + 17		− 570 − 13		
8.	49,9914	+ 180 + 2				+ 363 − 3				− 542 + 2
8.	50,0368		+ 212 − 4		+ 349 + 17					− 560 − 13
9.	50,0913			+ 233 + 13	+ 318 − 25				− 552 + 12	
9.	50,0376	+ 218 + 11					+ 312 − 23		− 531 + 12	

[1]) Die Beobachtungen wurden in beiden Lagen zweimal ausgeführt.

Zusammenstellung der Vergleichungen in horizontaler Lage.

Zweite Reihe.

(Beobachter: Scheel und Sell.)

Datum	Vergleichs-Temperatur	Abweichungen der Thermometer vom Mittel, und Fehler (Einheit = 0°,0001)								
		4433	4437	4636	3	9	VII	203	204	207
1894										
VI. 12.	75,3122		+ 148 − 28				+ 247 + 6	− 395 22		
12.	74,8882	− 16 − 23	+ 14 + 26	+ 3 − 3						
13.	74,5020	+ 176 + 6			+ 280 + 9			− 457 − 15		
13.	74,5312				+ 1 − 1	+ 42 − 9	− 43 + 10			
14.	74,7071		+ 144 5			+ 321 + 13			− 464 − 19	
15.	74,5562							− 23 − 13	− 1 0	+ 24 + 14
15.	75,2600			+ 192 + 10			+ 222 − 7			− 413 − 4
16.	75,3670			+ 152 2		+ 301 − 4		− 452 + 5		
16.	74,9659	+ 157 + 10				+ 297 0				− 455 − 10
18.	75,2509		+ 147 4		+ 275 + 4					− 423 − 1
18.	75,3007			+ 161 − 5	+ 257 11				− 419 + 17	
19.	75,0629	+ 192 + 7					+ 223 − 8		− 416 + 2	

Dritte Reihe.

(Beobachter: Scheel und Sell.)

Datum	Vergleichs-Temperatur	Abweichungen der Thermometer vom Mittel, und Fehler (Einheit = 0°,0001)					
		4636	140	142	170	186	188
1894							
VIII. 15.	5,1030		− 2 + 11	− 13 + 2	+ 3 + 1		+ 13 − 12
16.	4,9776	− 16 + 4			+ 18 0	− 55 − 16	+ 54 + 13
16.	5,1027	− 10 − 4	+ 7 − 10	+ 13 − 2		− 9 + 16	
17.	9,9541	− 42 − 11	+ 50 + 26	+ 6 − 21		− 13 + 8	
17.	10,0750	− 24 + 12			− 23 − 9	− 33 − 7	+ 80 + 6
18.	10,1166		− 32 − 26	+ 18 + 21	− 30 + 9		+ 43 − 8
18.	14,9696		+ 6 0	− 27 − 1	− 28 − 7		+ 48 + 8
20.	15,0568	− 21 + 4	+ 35 + 1	+ 3 + 1		− 15 − 4	
20.	15,0137	− 38 − 3			+ 5 + 8	− 16 + 6	+ 50 − 6

Zusammenstellung der Vergleichungen in horizontaler Lage.

Dritte Reihe. (Beobachter: Scheel und Seil.)

Datum	Vergleichs-Temperatur	Abweichungen der Thermometer vom Mittel, und Fehler (Einheit = 0°,0001)					
		4636	140	142	170	186	188
1894							
VIII. 21.	20,0150	− 53			+ 15	− 54	+ 94
		− 16			− 2	− 9	+ 29
21.	20,0054	− 15	+ 44	0		− 30	
		+ 17	+ 12	− 38		+ 10	
22.	19,9877		− 21	+ 35	− 16		0
			− 12	+ 38	+ 3		− 29
22.	25,0925		− 12	− 38	+ 14		+ 35
			+ 13	− 10	− 7		+ 3
23.	25,1032	− 71			+ 76	− 80	+ 77
		0			+ 6	− 3	− 4
23.	25,1483	− 44	+ 37	+ 57		− 48	
		+ 1	− 13	+ 10		+ 3	
24.	30,0654	− 16	+ 79	+ 6		− 67	
		+ 6	− 2	+ 5		− 7	
24.	30,0207	− 49			+ 49	− 76	+ 77
		− 4			− 12	+ 7	+ 11
25.	30,0610		+ 19	− 68	+ 33		+ 14
			+ 2	− 5	+ 12		− 11

Ausgleichung. — Die weitere Ausgleichung für die einzelnen Temperaturen erfolgte in ähnlicher Weise, wie es schon bei den Vergleichungen in verticaler Lage angedeutet wurde, indem man die Differenzen in eine Tafel mit doppeltem Eingang eintrug und dann wie bei der Berechnung einer Calibrirung nach der Neumann-Thiesenschen Methode verfuhr. Bei der ersten Reihe mussten die Resultate durch allmählige Näherung gewonnen werden; die zweite Reihe liefert dagegen ein vollständiges Schema und in Folge dessen eine einfache directe Rechnung, da hier jedes Thermometer mit jedem anderen verglichen wurde. In der dritten Reihe konnte man ebenfalls direct verfahren, indem man zunächst die Mittel der drei Gruppen (4636 + 186), (170 + 188), (140 + 142) berechnete und dann durch Anbringung der im Mittel zwischen den beiden Gliedern einer Gruppe gefundenen Differenz die Werthe für die einzelnen Thermometer gewann. Die Resultate wurden für die beiden ersten Reihen auf dasselbe Mittel wie bei den Vergleichungen in verticaler Lage, für die dritte Reihe auf das Mittel der fünf Thermometer aus Jenaer Glas bezogen und sind in den folgenden Tabellen mitgetheilt. An den Resultaten der ersten Reihe ist noch nachträglich eine Verbesserung angebracht, um dieselben auf die endgültigen Tafeln von No. 4433 und No. 4636 zu reduciren.

Resultate der Vergleichungen in horizontaler Lage.

Einheit 0°,0001.

Erste Reihe.

Thermometer No.	Abweichungen bei 25°	50°	75°	Verbesserte Abweichungen bei 25°	50°	75°
4433	— 43	— 68	— 79	— 29	— 60	— 73
4437	— 56	— 82	— 46	— 48	— 73	— 39
4636	— 19	+ 19	— 52	— 67	— 28	— 90
4284	— 52			— 44		
4904		— 28	— 1		— 19	+ 6
IV	— 12	— 17	+ 47	4	— 8	+ 54
VII	+ 19	— 2	— 29	+ 27	+ 7	— 22
3	+ 44	+ 18	+ 54	+ 52	+ 27	+ 61
9	+ 56	+116	+154	+ 64	+125	+161

Zweite Reihe.

Thermometer No.	Abweichungen bei 25°	50°	75°
4433	— 25	— 91	— 46
4437	— 27	— 50	— 65
4636	— 68	— 57	— 47
3	+ 54	+ 66	+ 55
9	+ 32	+ 97	+ 104
VII	+ 33	+ 37	0
203	— 583	— 815	— 658
204	— 641	— 841	— 649
207	— 629	— 813	— 638

Dritte Reihe.

Thermometer No.	Abweichungen bei 5°	10°	15°	20°	25°	30°
4636	— 25	— 51	— 45	— 56	— 95	— 61
140	— 2	+ 4	+ 14	+ 8	0	+ 42
142	— 4	+ 7	— 18	+ 14	— 3	— 38
170	+ 13	— 29	— 13	— 2	+ 46	+ 46
186	— 44	— 41	— 31	— 64	— 101	— 99
188	+ 36	+ 59	+ 48	+ 46	+ 57	+ 50

In der „Zusammenstellung" sind mit kleineren Typen die übrigbleibenden Fehler der Vergleichungen eingetragen, welche in gleicher Weise, wie es bei den Vergleichungen in verticaler Lage angegeben ist, berechnet wurden und eine leichte Controle für die Richtigkeit der Resultate gewähren.

5. Verwerthung und Discussion der Resultate.

Systematische Unterschiede. — Aus den Vergleichungen in verticaler und den beiden ersten Vergleichsreihen in horizontaler Lage geht zunächst übereinstimmend hervor, dass ein systematischer Unterschied zwischen den Angaben der drei Thermometer No. No. **4433**, **4636**, **4437** aus dem französischen *verre dur* und zwischen den Angaben der drei Thermometer No. No. **3**, **9**, **VII** aus dem Jenaer Glase 16^{III} besteht[1]). Bezeichnet t_T die aus den ersten, t_{16} die aus den letzten, t die aus allen sechs Instrumenten abgeleitete Temperaturangabe, und nimmt man an, dass sich die Abweichungen durch die parabolischen Formeln darstellen lassen:

$$t_{16} - t = + x \frac{t\,(100 - t)}{100^2},$$

$$t_T - t = - x \frac{t\,(100 - t)}{100^2},$$

so findet man für den Coefficienten x aus den verschiedenen Reihen leicht die folgenden Werthe:

Vergleichungen	in	verticaler	Lage,	verbesserte Eispunkte:	$x = 0°{,}0255$
„	„	„	„	unverbesserte „	$x = 0°{,}0264$
„	„	horizontaler	Lage,	erste Reihe	$x = 0°{,}0263$
„	„	„	„	zweite Reihe	$x = 0°{,}0256.$

Die vier Werthe des Coefficienten zeigen eine ganz überraschende Uebereinstimmung; wir theilen den drei ersten das Gewicht $1/_2$, dem letzten das Gewicht 1 zu, und finden im Mittel:

$$x = 0°{,}0259.$$

In ähnlicher Weise lässt sich aus der zweiten Vergleichsreihe in horizontaler Lage für die Abweichung des Mittels der drei Thermometer aus dem Jenaer Glase 59^{III} (No. No. **203**, **204**, **207**) die Formel ableiten:

$$t_{59} - t = - 0°{,}3336 \frac{t\,(100 - t)}{100^2}$$

---

[1]) Aeltere vom *Bureau international* ausgeführte Vergleichungen hatten nach mündlicher Mittheilung des Herrn Guillaume keinen ausgesprochenen Unterschied zwischen den beiden Thermometerarten ergeben. Die von Herrn Marek nach Versuchen der k. k. Normal-Aichungs-Kommission in Wien mitgetheilten Zahlen (Marek, Zeitschr. f. Instrumentenk. **10**, S. 283, 1890) weichen bei höheren Temperaturen von den hier mitgetheilten sogar dem Zeichen nach ab und zeigen einen an sich wenig wahrscheinlichen Gang.

Mit Hilfe dieser Formeln ist die folgende Tafel berechnet:

Reductionen der Quecksilberthermometer aus den Jenaer Gläsern 16^{III} und 59^{III} und aus dem französischen *verre dur* auf einander.

(Einheit = 0°,0001.)

bei	5° 95	10° 90	15° 85	20° 80	25° 75	30° 70	35° 65	40° 60	45° 55	50°
$t_{16} - t$ =	+ 12	+ 23	+ 33	+ 41	+ 49	+ 54	+ 59	+ 62	+ 64	+ 65
$t_T - t$ =	− 12	− 23	− 33	− 41	− 49	− 54	− 59	− 62	− 64	− 65
$t_{59} - t$ =	− 158	− 300	− 425	− 534	− 626	− 701	− 759	− 801	− 826	− 834
$t_T - t_{16}$ =	− 25	− 47	− 66	− 83	− 97	− 109	− 118	− 124	− 128	− 129
$t_T - t_{59}$ =	+ 146	+ 277	+ 392	+ 492	+ 577	+ 646	+ 700	+ 738	+ 761	+ 769
$t_{16} - t_{59}$ =	+ 171	+ 323	+ 458	+ 575	+ 674	+ 755	+ 818	+ 863	+ 890	+ 899

Die Argumente, auf welche sich die angegebenen Reductionen beziehen, können ohne merkliche Fehler in der Temperaturscale eines der drei Quecksilberthermometer ausgedrückt sein.

Individuelle Unterschiede und Fehler der Hauptthermometer. — Bringt man die vorstehend gefundenen systematischen Abweichungen zunächst an den Thermometern an, für welche dieselben abgeleitet wurden, so erhält man die in der folgenden Tabelle zusammengestellten Resultate. Dabei beziehen sich für die 6 ersten Thermometer die Zahlen der Reihe nach auf die Vergleichungen in verticaler Lage mit verbesserten und mit unverbesserten Eispunkten und auf die beiden Reihen in horizontaler Lage.

Die Zahlen der nebenstehenden Tabelle stellen direct die Unsicherheit dar, welche der Temperaturmessung mittels der betreffenden Thermometer bei Anwendung ihrer Correctionstafeln und unter den Bedingungen, die bei den Vergleichungen herrschten, noch anhaftet. Sie setzt sich, abgesehen von Ablesungsfehlern und Temperaturabweichungen, welche letztere namentlich die Eispunkte der Vergleichungen in verticaler Lage beeinflussten, zusammen aus den eigentlichen Tafelfehlern, aus der Abweichung der Temperaturscale des individuellen Thermometers von der mittleren Temperaturscale des betreffenden Glases, und aus einer Abweichung dieser Temperaturscale von der angenommenen Parabel. Eine Trennung der verschiedenen Ursachen ist direct wohl kaum ausführbar, doch lässt sich öfters auf Grund der Vergleichsresultate vermuthen, welche Elemente einer Verbesserung bedürftig sein könnten. So weisen die Resultate der Vergleichungen in horizontaler Lage auf einen zu klein angenommenen inneren Druckcoefficienten von No. VII hin, und diese Vermuthung wird durch die kleine zwischen den beiden Coefficienten für äusseren und inneren Druck gefundene Differenz [1]

[1] I, S. 79.

unterstützt. Immerhin ist im allgemeinen die Grösse der übrigbleibenden Abweichungen auffallend, namentlich wenn man damit die Fehler vergleicht, welche bei Ausgleichung der bei nahe liegenden Temperaturen angestellten Beobachtungen übrig bleiben.

Abweichungen der 9 zur Ableitung der systematischen Reductionen benutzten Thermometer.

Einheit = 0°,0001.

Thermometer No.	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	75°
4438	+ 10	+ 25	+ 18	+ 48	+ 20	− 20	+ 16	+ 24		
	+ 11	+ 16	+ 7	+ 41	+ 49	− 24	+ 11	+ 26		
				+ 20					+ 5	− 24
				+ 24					− 26	+ 3
4437	+ 13	− 4	+ 23	+ 25	− 19	− 6	+ 13	− 4		
	+ 7	+ 19	+ 11	+ 8	− 18	− 56	+ 13	0		
				+ 1					− 8	+ 10
				+ 22					+ 15	− 16
4436	− 5	− 25	− 6	+ 15	+ 13	− 68	− 29	− 3		
	− 10	− 47	− 21	+ 18	+ 5	− 48	− 28	+ 1		
				− 18					+ 37	− 41
				− 19					+ 8	+ 2
3	+ 7	− 2	+ 13	− 17	+ 1	+ 109	+ 15	+ 35		
	+ 5	− 18	+ 26	− 19	− 48	+ 88	+ 22	+ 31		
				+ 3					− 38	+ 12
				+ 5					+ 1	+ 6
9	− 45	− 13	− 59	− 50	− 7	− 15	− 15	+ 2		
	− 38	− 4	− 38	− 90	+ 7	− 9	− 13	+ 14		
				+ 15					+ 60	+ 112
				− 17					+ 32	+ 55
VII	+ 20	+ 19	+ 13	+ 7	− 8	+ 1	− 1	− 55		
	+ 25	+ 35	+ 16	+ 43	+ 6	+ 49	− 7	− 73		
				− 22					− 58	− 71
				− 16					− 28	− 49
203				+ 43					+ 19	− 32
204				15					− 7	− 23
207				− 3					+ 21	− 12

Die bisher angestellten Vergleichungen haben hiernach nicht den Beweis liefern können, dass mit jedem einzelnen der hier zunächst besprochenen neun Thermometer eine absolute Temperaturmessung auf etwa 0°,002 gesichert ist. Auch nach den Resultaten der zweiten Vergleichsreihe in horizontaler Lage muss die Grenze für zwei Thermometer noch einmal so weit herausgeschoben werden, obgleich die Resultate dieser Reihe, soweit es sich übersehen lässt, ganz

einwandsfrei sind. Aber trotz dieses Umstandes und der vorzüglichen inneren Uebereinstimmung der Beobachtungen dieser Reihe wird nicht behauptet werden dürfen, dass der grössere Theil der noch vorhandenen Abweichungen Fehlern in den Tafeln zur Last gelegt werden muss. Allerdings dürften die Calibertafeln an einzelnen Stellen noch verbesserungsfähig sein[1]); auch die älteren Bestimmungen der Druckcoefficienten zeigen nicht die später erzielte Uebereinstimmung, und in einer folgenden Abhandlung ist auch auf die Wahrscheinlichkeit von kleinen Fehlern der Fundamentalabstände hingewiesen worden. Immerhin bleiben genug Ursachen bestehen, welche der Erreichung einer grösseren Genauigkeit ein Ziel setzen. Dahin gehört die Unbestimmtheit der Striche, welche bei jeder neuen Färbung ihre scheinbare Lage ändern, Unreinheiten des Innern, welche die Kuppenform und den inneren Druck beeinflussen, und vielleicht auch thatsächliche Aenderungen der Thermometer, wie solche mehrfach beobachtet worden sind.[2])

Abweichungen der übrigen Thermometer. — Es bleibt noch übrig, auch für die andern verglichenen Thermometer die Abweichungen zu discutiren, welche sich ergeben, wenn man nach den vorstehenden Formeln die vom Glase herrührenden systematischen Abweichungen eliminirt. Diese Abweichungen sind in der nebenstehenden Tabelle zusammengestellt. Dabei giebt die letzte Colonne in leicht verständlicher Abkürzung[3]) die Vergleichsreihe an, aus welcher die Zahlen abgeleitet sind.

Die Zahlen geben bei den Thermometern No. No. **4284**, **116**, **118**, **120**, **132**, **140**, **142**, **II**, **13** zu besonderen Bemerkungen keinen Anlass. Die Abweichungen des Thermometers No. **4904** haben wahrscheinlich zum Theil wenigstens ihren Grund in der Ungenauigkeit der vom *Bureau international* ausgeführten Calibrirung.[4])

Die Abweichung von No. IV bei 75° geht in — 15 (von + 5) über, da, wie erst während des Druckes dieser Abhandlung bemerkt wurde, die I, S. 418* veröffentlichte „Correction für den innern Druck“ dieses Thermo-

[1]) Vielfache Erfahrung hat gezeigt, dass in der Regel die Aenderung im Caliber viel plötzlicher erfolgt, als man bei der graphischen Interpolution zwischen den direct bestimmten Punkten anzunehmen geneigt ist. Die Nichtbeachtung dieser Thatsache kann erhebliche Fehler veranlassen.

[2]) Ueber Aenderungen des Calibers vergl. Pernet, Trav. et Mém. 4 B, S. 51, 1885; Marek, Trav. et Mém. 3 D. S. 11, 1884. Ueber Aenderungen des Fundamentalabstandes vergl. I, S. 100, 101.

[3]) *V. v.* = Vergleichungen in verticaler Lage bei verbesserten Eispunkten.
V. u. = „ „ „ „ „ unverbesserten „
H. 1. = Erste Reihe der Vergleichungen in horizontaler Lage.
H. 3. = Dritte „ „ „ „ „ „

[4]) Vergl. S. 6 d. Abh.

Abweichungen der übrigen Thermometer.

Einheit = 0°,0001.

Thermometer No.	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	75°	Reihe
4284		−13	−2	+25	−5	+55	+90	+21	+17			*V. r.*
		−48	+20	−5	+22	+103	+89	−26	+1			*V. u.*
					+5							*H. 1.*
4904										+46	+55	*H. 1.*
IV		−9	−17	−15	−8	−8	+20	+13	+8			*V. r.*
		−15	−18	−43	+1	+23	+52	−16	+22			*V. u.*
					−53					−73	+5	*H. 1.*
11		+3	−25	+1	−30		−65	+10	+32			*V. r.*
		−26	−24	−36	−34		−94	−14	+51			*V. u.*
18					−94	−108						*V. r.*
					−29	−63						*V. u.*
116			−13		−46		−27		−29			*V. r.*
			+18		−34		−25		−60			*V. u.*
118			+62		+5		−41		+28			*V. r.*
			+58		+15		−26		+39			*V. u.*
120			+38		+31		−27		+6			*V. r.*
			+38		+54		−26		+20			*V. u.*
132					+36							*V. r.*
					+43							*V. u.*
140	−2	+5	+11	+3	0	+34						*H. 3.*
142					−38							*V. r.*
					−28							*V. u.*
	−4	+8	−21	+9	−3	−46						*H. 3.*
170			−50		−161		−104		−91			*V. r.*
			−60		−124		−94		−84			*V. u.*
	+13	−28	−16	−7	+46	+38						*H. 3.*
186			−44		−238		−196		−114			*V. r.*
			−47		−197		−215		−104			*V. u.*
	−44	−40	−34	−69	−101	−107						*H. 3.*
188			+35		−129		−84		−105			*V. r.*
			+19		−121		−63		−99			*V. u.*
	+36	+60	+45	+41	+57	+42						*H. 3.*

meters in der Nähe des Gradstrichs 50 um + 20 zu verbessern ist. Demnach deuten die Vergleichungen in horizontaler Lage eine systematische negative Abweichung des Thermometers an.

Ferner sind die Abweichungen der sehr gut untersuchten drei Thermo-

meter No. No. **170**, **186**, **188** auffällig. Zunächst weichen dieselben alle bei den Vergleichungen in verticaler Lage stark in dem Sinne ab, dass ihre Angaben zu klein bleiben, ohne dass etwa aus den Verhältnissen der Vergleichung ein besonderer Grund für die Abweichungen gerade dieser Instrumente sich ermitteln liesse. Sodann zeigen aber die beiden Thermometer No. **186** und No. **188** grössere systematische Abweichungen bei den einwandsfreien Vergleichungen in horizontaler Lage. Nimmt man an, dass diese Abweichungen das Gesetz einer Parabel befolgen, so findet man:

$$t_{186} - t_{16} = -0{,}0475 \frac{t(100-t)}{100^2}$$

$$t_{188} - t_{16} = +0{,}0296 \frac{t(100-t)}{100^2}$$

Nach Anbringung der aus diesen Formeln folgenden Reductionen lässt die dritte Reihe der Vergleichungen in horizontaler Lage die folgenden übrigbleibenden Fehler.

Einheit = 0,°0001.

Thermometer No.	5°	10°	15°	20°	25°	30°
4686	− 1	− 6	+ 14	+ 17	− 4	+ 33
140	− 3	+ 2	+ 7	− 2	− 6	+ 27
142	− 5	+ 5	− 25	+ 4	− 9	− 53
170	+ 12	− 31	− 20	− 12	+ 40	+ 31
186	− 22	0	+ 23	+ 2	− 18	− 14
188	+ 21	+ 30	+ 3	− 11	− 4	− 27

Das Thermometer No. **186** stimmt also mit den Thermometern aus französischem Glase überein, während die Abweichungen des Thermometers No. **188** vielmehr nach der anderen Seite liegen und mehr denen von Thermometern aus weicheren Glassorten entsprechen. Ob diese Unterschiede wirklich bei verschiedenen Thermometern aus dem Jenaer Glase 16^{III} auftreten können, oder ob vielleicht beim Glasbläser eine Verwechselung der Gefässröhren stattgefunden hat, muss dahingestellt bleiben. Jedenfalls wird die dritte Reihe der Vergleichungen in horizontaler Lage nach Anbringung dieser Reductionen in befriedigende Uebereinstimmung gebracht.

Anhang.

Haupt-Normalthermometer Tonnelot No. 4636:

Tafel der scheinbaren Calibercorrectionen (vom Januar 1895).

Einheit = 0°,0001.

Gradstrich	Zehntelgrade 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
− 2	− 142									
− 1	− 66	− 74	− 81	− 88	− 95	− 103	− 110	− 117	− 124	− 132
− 0	0	− 6	− 12	− 18	− 25	− 32	− 39	− 45	− 52	− 58
+ 0	0	+ 6	+ 12	+ 18	+ 24	+ 30	+ 36	+ 42	+ 47	+ 53
1	+ 58	65	70	75	81	87	92	97	101	106
2	111	117	122	127	131	136	140	145	150	155
3	160	165	169	174	178	183	188	192	197	201
4	205	209	213	218	222	226	230	234	238	241
+ 5	+ 245	+ 249	+ 253	+ 257	+ 261	+ 265	+ 269	+ 273	+ 277	+ 281
6	285	291	297	301	306	311	317	323	328	335
7	341	348	354	361	367	374	380	387	394	400
8	407	414	421	428	436	443	450	457	464	471
9	479	486	494	500	507	514	521	529	536	543
+ 10	+ 550	+ 557	+ 564	+ 570	+ 577	+ 584	+ 590	+ 597	+ 603	+ 608
11	616	624	630	637	643	650	656	662	668	674
12	680	686	690	694	698	702	706	710	714	718
13	722	726	730	734	738	743	747	751	755	760
14	765	770	775	779	784	788	793	798	803	807
+ 15	+ 813	+ 818	+ 824	+ 830	+ 836	+ 842	+ 847	+ 852	+ 857	+ 862
16	868	873	878	884	889	894	898	902	906	910
17	915	920	924	928	933	937	942	947	952	957
18	961	967	972	977	982	987	992	997	1001	1006
19	1010	1015	1020	1024	1029	1034	1038	1041	1045	1049
+ 20	+ 1053	+ 1058	+ 1063	+ 1068	+ 1074	+ 1080	+ 1085	+ 1090	+ 1096	+ 1101
21	1106	1112	1118	1124	1129	1135	1140	1145	1150	1156
22	1161	1167	1173	1178	1184	1191	1196	1202	1208	1214
23	1221	1228	1236	1243	1250	1257	1265	1271	1278	1287
24	1296	1302	1308	1316	1323	1330	1340	1350	1360	1371
+ 25	+ 1383	+ 1393	+ 1403	+ 1414	+ 1425	+ 1437	+ 1447	+ 1456	+ 1466	+ 1475
26	1484	1492	1498	1503	1508	1513	1520	1528	1535	1542
27	1550	1557	1563	1569	1575	1581	1587	1592	1596	1599
28	1602	1605	1608	1611	1614	1616	1618	1620	1622	1624
29	1626	1628	1629	1631	1633	1636	1638	1639	1641	1642
+ 30	+ 1643	+ 1645	+ 1647	+ 1649	+ 1650	+ 1651	+ 1652	+ 1653	+ 1655	+ 1656
31	1657	1658	1659	1660	1661	1662	1663	1664	1665	1666
32	1666	1665	1665	1664	1663	1661	1660	1658	1656	1654
33	1651	1648	1646	1643	1639	1635	1632	1628	1624	1619
34	1613	1609	1605	1600	1596	1592	1588	1584	1579	1575
+ 35	+ 1570	+ 1565	+ 1560	+ 1556	+ 1552	+ 1548	+ 1543	+ 1538	+ 1534	+ 1530
36	1525	1521	1517	1513	1508	1504	1501	1497	1493	1490
37	1486	1483	1479	1476	1473	1470	1467	1464	1461	1459
38	1456	1452	1447	1443	1440	1436	1432	1428	1424	1420
39	1416	1412	1408	1405	1403	1401	1399	1397	1395	1392
+ 40	+ 1390	+ 1389	+ 1388	+ 1387	+ 1386	+ 1385	+ 1385	+ 1385	+ 1385	+ 1385
41	1385	1385	1385	1385	1385	1385	1385	1385	1385	1385
42	1385	1386	1386	1386	1387	1387	1388	1388	1388	1389
43	1389	1390	1390	1390	1391	1391	1392	1392	1392	1393
44	1393	1394	1394	1395	1395	1396	1396	1397	1397	1398
+ 45	+ 1398	+ 1399	+ 1399	+ 1400	+ 1400	+ 1401	+ 1401	+ 1402	+ 1402	+ 1403
46	1403	1404	1404	1405	1406	1407	1408	1409	1410	1411
47	1413	1414	1415	1416	1417	1418	1420	1422	1424	1426
48	1428	1431	1434	1437	1440	1443	1447	1450	1453	1457
49	1461	1465	1470	1474	1478	1482	1487	1492	1497	1501

Haupt-Normalthermometer Tonnelot No. 4636:

Tafel der scheinbaren Calibercorrectionen (vom Januar 1895).

Einheit = 0°.0001.

Gradstrich	Zehntelgrade 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
+ 50	+ 1505	+ 1511	+ 1518	+ 1525	+ 1532	+ 1540	+ 1548	+ 1556	+ 1564	+ 1573
51	1583	1593	1603	1613	1623	1633	1644	1655	1666	1677
52	1690	1701	1712	1723	1735	1747	1759	1770	1782	1793
53	1805	1817	1828	1838	1849	1860	1871	1882	1893	1905
54	1917	1930	1943	1956	1969	1982	1995	2008	2020	2033
+ 55	+ 2046	+ 2059	+ 2070	+ 2080	+ 2090	+ 2100	+ 2111	+ 2121	+ 2132	+ 2143
56	2154	2162	2170	2179	2187	2194	2201	2208	2216	2223
57	2230	2237	2243	2249	2256	2261	2267	2272	2278	2284
58	2290	2296	2302	2307	2313	2320	2327	2333	2339	2346
59	2352	2358	2365	2372	2378	2385	2392	2400	2407	2415
+ 60	+ 2422	+ 2431	+ 2440	+ 2450	+ 2458	+ 2467	+ 2476	+ 2485	+ 2495	+ 2505
61	2515	2526	2536	2547	2557	2567	2576	2584	2591	2598
62	2606	2611	2616	2620	2625	2629	2633	2636	2639	2643
63	2646	2650	2654	2658	2662	2667	2671	2675	2679	2683
64	2688	2693	2698	2702	2706	2711	2716	2721	2726	2731
+ 65	+ 2737	+ 2743	+ 2749	+ 2754	+ 2760	+ 2765	+ 2770	+ 2775	+ 2780	+ 2784
66	2789	2792	2795	2798	2801	2804	2807	2809	2811	2813
67	2815	2818	2820	2821	2823	2824	2826	2827	2828	2828
68	2828	2828	2828	2827	2827	2826	2825	2824	2823	2822
69	2821	2820	2819	2818	2817	2816	2815	2814	2813	2812
+ 70	+ 2811	+ 2809	+ 2807	+ 2804	+ 2802	— 2799	+ 2796	+ 2793	+ 2790	+ 2786
71	2781	2776	2772	2768	2764	2759	2754	2750	2746	2741
72	2736	2731	2726	2721	2716	2711	2705	2700	2694	2688
73	2682	2674	2667	2661	2654	2647	2640	2633	2625	2617
74	2610	2603	2596	2587	2578	2570	2560	2551	2542	2533
+ 75	+ 2523	+ 2514	+ 2504	+ 2495	+ 2486	+ 2476	+ 2466	+ 2456	+ 2445	+ 2434
76	2423	2412	2402	2391	2381	2371	2360	2350	2340	2330
77	2319	2309	2300	2290	2280	2270	2259	2248	2238	2227
78	2216	2206	2198	2190	2181	2171	2162	2153	2144	2136
79	2127	2118	2109	2101	2094	2087	2079	2070	2062	2053
+ 80	+ 2044	+ 2037	+ 2030	+ 2022	+ 2014	+ 2007	+ 2000	+ 1993	+ 1986	+ 1979
81	1972	1965	1957	1950	1944	1937	1931	1924	1917	1910
82	1903	1898	1893	1886	1880	1873	1867	1861	1854	1848
83	1842	1836	1830	1824	1818	1811	1803	1797	1791	1785
84	1779	1770	1762	1754	1747	1740	1733	1725	1716	1707
+ 85	+ 1699	+ 1691	+ 1682	+ 1673	+ 1665	+ 1656	+ 1648	+ 1640	+ 1632	+ 1624
86	1615	1607	1599	1593	1585	1577	1569	1562	1555	1548
87	1542	1534	1528	1521	1514	1508	1502	1496	1487	1478
88	1470	1460	1450	1440	1430	1420	1410	1400	1390	1380
89	1370	1360	1350	1341	1332	1323	1314	1305	1296	1287
+ 90	+ 1277	+ 1268	+ 1259	+ 1250	+ 1241	+ 1232	1223	+ 1215	+ 1207	+ 1200
91	1192	1183	1175	1167	1159	1150	1142	1134	1126	1117
92	1108	1099	1090	1081	1071	1062	1052	1043	1033	1024
93	1014	1004	995	985	975	965	955	945	935	924
94	913	902	892	881	870	858	846	833	820	807
+ 95	+ 794	+ 781	+ 767	+ 754	+ 741	+ 728	+ 714	+ 700	+ 687	+ 673
96	658	644	630	616	602	588	574	560	546	532
97	517	502	487	471	456	440	424	406	390	372
98	352	335	318	301	286	268	250	234	216	199
99	+ 182	+ 164	+ 146	+ 129	+ 112	+ 94	+ 78	+ 57	+ 38	+ 19
+ 100	0	— 20	— 39	58	— 78	100	— 121	— 143	167	— 190
101	— 212	235	257	280	304	330	358	387	415	445
102	482									

Thermometer No. 170:

Tafel der scheinbaren Calibercorrectionen.

Einheit = 0°.0001.

Gradstrich	Zehntelgrade 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
+ 48	+ 1795	+ 1760	+ 1732	+ 1703	+ 1677	+ 1651	+ 1623	+ 1593	+ 1563	+ 1533
49	1497	1466	1437	1410	1386	1358	1332	1306	1287	1264
+ 50	+ 1233	+ 1214	+ 1192	+ 1173	+ 1152	+ 1134	+ 1114	+ 1096	+ 1077	+ 1059
51	1039	1021	1005	989	973	959	943	925	908	893
52	878									
+ 98	+ 727	+ 652	+ 595	+ 530	+ 470	+ 405	+ 350	+ 285	+ 230	+ 174
99	+ 112	+ 77	+ 35	+ 8	− 13	− 18	− 20	− 20	− 18	− 17
+ 100	0	− 1	− 2	− 3	− 4	− 5	− 6	− 7	− 8	− 9
101	− 10	10	11	12	13	15	17	19	20	21
102	23	24	26	27	29	30	31	32	33	34
103	35	36	36	36	36	36	36	35	34	33
104	31	29	28	27	25	23	21	20	18	16
+ 105	− 14	− 12	− 10	− 8	− 7	− 5	− 3	1	+ 1	+ 2
106	+ 3	+ 7	+ 9	+ 10	+ 11	+ 13	+ 17	+ 19	21	23
107	25	27	29	31	33	36	38	40	42	43
108	46	49	51	54	59	61	65	69	72	77
109	81	84	90	94	97	100	105	110	115	120
+ 110	+ 124	+ 130	+ 133	+ 138	+ 142	+ 147	+ 151	+ 154	+ 159	+ 162
111	167	170	173	177	180	182	185	188	190	192
112	196	198	200	202	204	207	209	211	212	213
113	216	218	220	220	222	224	226	228	229	230
114	231	232	234	236	238	239	240	240	240	241
+ 115	+ 242	+ 242	+ 243	+ 244	+ 246	+ 247	+ 248	+ 248	+ 248	+ 249
116	249	250	250	250	250	250	250	250	250	250
117	250	250	250	250	250	250	250	250	249	248
118	247	246	243	241	239	237	234	230	227	223
119	220	218	216	213	211	210	209	207	206	204
+ 120	+ 204	+ 203	+ 204	+ 206	+ 209	+ 211	+ 212	+ 213	+ 214	+ 217
121	219	220	221	223	226	229	231	233	236	238
122	241	243	247	250	253	255	259	261	264	268
123	271	274	278	281	283	287	290	293	296	298
124	302	304	309	311	314	318	321	324	328	330
+ 125	+ 333	+ 338	+ 340	+ 343	+ 347	+ 350	+ 353	+ 357	+ 359	+ 360
126	365	368	370	370	370	371	372	372	373	373
127	373	372	371	370	369	368	365	363	362	361
128	361	361	361	361	362	362	364	365	367	368
129	369	369	370	370	370	371	370	370	370	369
+ 130	+ 369	+ 368	+ 367	+ 366	+ 364	+ 362	+ 361	+ 359	+ 357	+ 355
131	353	351	350	349	346	343	340	338	335	332
132	328	326	321	318	313	310	306	301	297	291
133	285	277	269	261	252	246	237	228	220	212
134	206	198	192	187	180	174	167	160	154	148

Thermometer No. 170:

Tafel der scheinbaren Calibercorrectionen.

Einheit = 0°0001.

Gradstrich	Zehntelgrade 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
+ 135	+ 141	+ 136	+ 130	+ 123	+ 118	+ 112	+ 106	+ 100	+ 97	+ 91
136	+ 85	+ 79	+ 76	+ 70	+ 67	+ 62	+ 58	+ 52	+ 48	+ 44
137	+ 40	+ 35	+ 31	+ 28	+ 22	+ 18	+ 15	+ 10	+ 5	+ 2
138	− 2	− 5	− 9	− 13	− 17	− 20	− 24	− 28	− 32	− 36
139	− 40	− 43	− 47	− 51	− 53	− 57	− 60	− 63	− 66	− 70
+ 140	− 74	− 76	− 80	− 82	− 85	− 88	− 90	− 93	− 96	− 99
141	102	104	106	110	112	115	118	120	122	124
142	127	130	131	132	133	135	137	139	140	141
143	142	144	146	147	148	149	150	151	152	153
144	154	154	153	153	152	151	150	149	148	146
+ 145	− 143	− 142	− 140	− 138	− 136	− 133	− 130	− 128	− 125	− 121
146	117	114	112	110	108	106	104	103	102	101
147	100	98	97	96	94	92	90	87	84	82
148	80	76	72	68	65	62	59	55	53	49
149	− 43	− 39	− 35	− 31	− 27	− 23	− 19	− 13	− 9	− 4
+ 150	0	+ 4	+ 5	+ 5	+ 2	− 4	− 13	− 25	− 50	− 83
151	− 120	− 170	− 215	− 257	− 299	− 348	− 396	− 434	− 483	− 533
152	− 580									
+ 198	− 1194	− 1187	− 1180	− 1175	− 1169	− 1162	− 1157	− 1152	− 1147	− 1140
199	− 1134	− 1130	− 1124	− 1120	− 1114	− 1108	− 1103	− 1098	− 1096	− 1091
+ 200	− 1086	− 1080	− 1075	− 1071	− 1068	− 1063	− 1059	− 1056	− 1051	− 1047
201	− 1044	− 1040	− 1036	− 1032	− 1029	− 1027	− 1023	− 1020	− 1018	− 1015
202	− 1012									

Thermometer No. 170:

Correction für den äusseren Druck.

Einheit = 0°0001.

Berechnet mit β_e = 0,000 154 4.

mm	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
700	+ 93	+ 91	+ 90	+ 88	+ 86	+ 85	+ 83	+ 82	+ 80	+ 79
710	+ 77	+ 76	+ 74	+ 73	+ 71	+ 69	+ 68	+ 66	+ 65	+ 63
720	+ 62	+ 60	+ 59	+ 57	+ 56	+ 54	+ 52	+ 51	+ 49	+ 48
730	+ 46	+ 45	+ 43	+ 42	+ 40	+ 39	+ 37	+ 36	+ 34	+ 32
740	+ 31	+ 29	+ 28	+ 26	+ 25	+ 23	+ 22	+ 20	+ 19	+ 17
750	+ 15	+ 14	+ 12	+ 11	+ 9	+ 8	+ 6	+ 5	+ 3	+ 2
760	0	− 2	− 3	− 5	− 6	− 8	− 9	− 11	− 12	− 14
770	− 15	− 17	− 19	− 20	− 22	− 23	− 25	− 26	− 28	− 29
780	− 31	− 32	− 34	− 36	− 37	− 39	− 40	− 42	− 43	− 45
790	− 46	− 48	− 49	− 51	− 52	− 54	− 56	− 57	− 59	− 60
800	− 62	− 63	− 65	− 66	− 68	− 69	− 71	− 73	− 74	− 76
810	− 77	− 79	− 80	− 82	− 83	− 85	− 86	− 88	− 90	− 91
820	− 93	− 94	− 96	− 97	− 99	− 100	− 102	− 103	− 105	− 107
830	− 108	− 110	− 111	− 113	− 114	− 116	− 117	− 119	− 120	− 122
840	− 124	− 125	− 127	− 128	− 130	− 131	− 133	− 134	− 136	− 137
850	− 139	− 141	− 142	− 144	− 145	− 147	− 148	− 150	− 151	− 153

Correction für den inneren Druck.

Einheit = 0°0001.

Berechnet mit β_i = 0,000 169 8.

1. Eispunkt bei 50°.

Gradstrich	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
40	.	.	.	.	.	.	.	+ 51	+ 62	+ 72
50	+ 82	+ 93	+ 103	+ 113						
90	.	.	.	.	.	.	.	+ 138	+ 149	+ 159
100	+ 169	+ 179	+ 190	+ 200	+ 210	+ 220	+ 231	+ 241	+ 251	+ 261
110	+ 272	+ 282	+ 292	+ 302	+ 313	+ 323	+ 233	+ 343	+ 353	+ 364
120	+ 374	+ 384	+ 394	+ 404	+ 415	+ 425	+ 435	+ 445	+ 455	+ 465
130	+ 476	+ 486	+ 496	+ 506	+ 516	+ 526	+ 536	+ 547	+ 557	+ 567
140	+ 577	+ 587	+ 597	+ 607	+ 618	+ 628	+ 638	+ 648	+ 658	+ 668
150	+ 678	+ 688	+ 698	+ 708						

2. Eispunkt bei 100°.

Gradstrich	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
90	.	.	.	.	.	.	.	+ 140	+ 150	+ 160
100	+ 171	+ 181	+ 191	+ 202	+ 212	+ 222	+ 233	+ 243	+ 253	+ 264
110	+ 274	+ 284	+ 295	+ 305	+ 315	+ 326	+ 336	+ 346	+ 357	+ 367
120	+ 377	+ 387	+ 398	+ 408	+ 418	+ 429	+ 439	+ 449	+ 459	+ 469
130	+ 480	+ 490	+ 500	+ 511	+ 521	+ 531	+ 541	+ 552	+ 562	+ 572
140	+ 582	+ 593	+ 603	+ 613	+ 623	+ 633	+ 643	+ 654	+ 664	+ 674
150	+ 684	+ 694	+ 705	+ 715						
190	.	.	.	.	.	.	.	+ 735	+ 745	+ 755
200	+ 765	+ 775	+ 785	+ 795						

Die Tafeln sind als unabhängig von der genauen Lage des Eispunktes anzusehen.

Thermometer No. 170:

Correction für den Gradwerth.

Einheit = 0°,0001.

Berechnet mit $c_{100} = -0{,}0228$ (reducirter Eispunkt bei 100°,14).

1. Reducirter Eispunkt bei 50°,00.

Grade	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
40	+ 3083	+ 3160	+ 3237	+ 3314	+ 3392	+ 3469	+ 3546	+ 3623	+ 3700	+ 3777
50	+ 3854	+ 3931	+ 4008	+ 4085	+ 4162	+ 4239	+ 4316	+ 4394	+ 4471	+ 4548
60	+ 4625	+ 4702	+ 4779	+ 4856	+ 4933	+ 5010	+ 5087	+ 5164	+ 5241	+ 5319
70	+ 5396	+ 5473	+ 5550	+ 5627	+ 5704	+ 5781	+ 5858	+ 5935	+ 6012	+ 6089
80	+ 6166	+ 6243	+ 6321	+ 6398	+ 6475	+ 6552	+ 6629	+ 6706	+ 6783	+ 6860
90	+ 6937	+ 7014	+ 7091	+ 7168	+ 7246	+ 7323	+ 7400	+ 7477	+ 7554	+ 7631
100	+ 7708	+ 7785	+ 7862	+ 7939	+ 8016	+ 8093	+ 8170	+ 8248	+ 8325	+ 8402

2. Reducirter Eispunkt bei 100°,14.

Grade	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	— 2	— 5	— 7	— 9	— 11	— 14	— 16	— 18	— 21
10	— 23	— 25	— 27	— 30	— 32	— 34	— 36	— 39	— 41	— 43
20	— 46	— 48	— 50	— 52	— 55	— 57	— 59	— 62	— 64	— 66
30	— 68	— 71	— 73	— 75	— 78	— 80	— 82	— 84	— 87	— 89
40	— 91	— 93	— 96	— 98	— 100	— 103	— 105	— 107	— 109	— 112
50	— 114	— 116	— 119	— 121	— 123	— 125	— 128	— 130	— 132	— 135

Eine Aenderung des Eispunktes um *de* innerhalb der möglichen Grenzen führt eine Aenderung der Correction herbei um

$dc = -0{,}000\,159\,5 \cdot t \cdot de$, wenn der Eispunkt bei etwa 50° liegt,
$dc = -0{,}000\,157\,0 \cdot t \cdot de$, wenn der Eispunkt bei etwa 100° liegt.

Thermometer No. 170, aus dem Jenaer Glase 16[III] von Herrn Richter angefertigt, im Juli 1890 von Herren Jaeger und Gumlich getheilt.

Ueber die Daten, auf denen die vorstehenden Tafeln beruhen, vergleiche II. S. 10 bis 13.

Dimensionen.

Gefässmitte bis 50°	48,5	mm
Gefässmitte bis 100	100,5	„
Gefässmitte bis 150	406,5	„
Gefässmitte bis 200	458,5	„
Länge des Gefässes	48	„
Länge eines Grades	6,12	„

Thermometer No. 186:

Tafel der scheinbaren Calibercorrectionen.

Einheit = 0°0001.

Gradstrich	Zehntelgrade 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
+ 48	+ 1354	+ 1264	+ 1190	+ 1115	+ 1045	+ 978	+ 905	+ 840	+ 790	+ 774
49	765	760	758	756	755	754	753	752	752	752
+ 50	+ 752	+ 750	+ 748	+ 747	+ 745	+ 741	+ 738	+ 733	+ 729	+ 726
51	720	713	707	700	692	682	670	657	640	617
52	569									
+ 98	+ 620	+ 592	+ 567	+ 538	+ 505	+ 479	+ 443	+ 406	+ 370	+ 325
99	275	228	190	156	118	90	56	28	5	0
+ 100	0	+ 3	+ 7	+ 11	+ 14	+ 18	+ 21	+ 23	+ 27	+ 30
101	+ 33	37	39	41	43	47	49	51	52	55
102	57	60	62	63	65	68	70	73	74	76
103	78	80	81	83	86	88	89	90	91	93
104	95	97	98	100	101	102	103	104	106	108
+ 105	+ 110	+ 112	+ 113	+ 115	+ 117	+ 119	+ 120	+ 121	+ 122	+ 124
106	125	126	127	128	129	130	131	132	133	135
107	136	137	138	138	138	138	138	138	138	139
108	139	140	141	142	143	145	147	150	152	155
109	159	162	166	170	173	176	180	183	185	187
+ 110	+ 189	+ 190	+ 190	+ 190	+ 190	+ 190	+ 189	+ 188	+ 187	+ 185
111	183	182	180	179	179	178	177	177	176	175
112	174	174	174	175	175	176	177	178	179	179
113	180	181	183	186	189	191	193	194	196	197
114	198	199	199	199	199	199	199	199	200	200
+ 115	+ 200	+ 200	+ 200	+ 200	+ 201	+ 201	+ 201	+ 201	+ 201	+ 201
116	201	201	202	202	202	203	203	203	203	203
117	203	204	204	205	205	205	206	206	207	207
118	207	208	209	211	213	216	218	221	224	227
119	232	237	241	247	251	260	264	270	274	279
+ 120	+ 287	+ 291	+ 293	+ 297	+ 300	+ 303	+ 306	+ 309	+ 312	+ 316
121	320	323	326	329	332	335	339	342	346	349
122	352	356	361	367	371	376	381	386	391	396
123	401	406	411	417	422	429	434	440	445	451
124	458	464	470	474	480	485	490	495	500	505
+ 125	+ 510	+ 514	+ 519	+ 522	+ 526	+ 530	+ 535	+ 539	+ 541	+ 545
126	548	550	552	555	557	560	562	565	567	569
127	570	571	572	573	574	575	576	577	577	578
128	578	578	578	579	579	579	580	580	580	580
129	580	579	579	579	578	578	577	577	577	576
+ 130	+ 576	+ 576	+ 575	+ 575	+ 574	+ 573	+ 573	+ 572	+ 571	+ 571
131	570	569	569	568	567	565	562	561	559	557
132	554	551	549	547	544	539	535	531	528	523
133	519	516	512	506	501	496	493	489	485	479
134	473	469	466	462	458	455	451	448	445	441

Thermometer No. 186:

Tafel der scheinbaren Calibercorrectionen.

Einheit = 0°0001.

Gradstrich	Zehntelgrade									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
+ 135	+ 438	+ 433	+ 429	+ 426	+ 421	+ 418	+ 413	+ 409	+ 405	+ 401
136	398	394	389	384	380	376	370	366	360	355
137	350	345	340	335	330	325	320	314	309	304
138	299	295	290	285	280	275	270	264	258	252
139	247	243	238	231	227	221	217	211	206	201
+ 140	+ 195	+ 190	+ 186	+ 181	+ 176	+ 172	+ 167	+ 160	+ 157	+ 153
141	148	145	141	138	134	129	125	122	119	115
142	110	107	104	102	99	97	95	91	87	83
143	80	78	76	73	70	67	65	62	60	57
144	55	52	50	48	45	42	40	38	35	32
+ 145	+ 29	+ 27	+ 25	+ 23	+ 20	+ 18	+ 16	+ 14	+ 11	+ 9
146	+ 6	+ 4	+ 3	+ 1	0	− 2	− 3	− 5	− 7	− 8
147	− 9	− 10	− 10	− 11	− 11	− 12	− 13	− 13	− 14	− 14
148	− 15	− 15	− 16	− 16	− 15	− 15	− 14	− 13	− 12	− 11
149	− 10	− 10	− 9	− 8	− 7	− 6	− 5	− 4	− 3	− 2
+ 150	0	− 29	− 65	− 95	− 114	− 137	− 155	− 173	− 187	− 201
151	− 218	− 231	− 240	− 247	− 253	− 259	− 262			
+ 198	− 848	− 858	− 868	− 878	− 889	− 900	− 911	− 925	− 940	− 960
199	− 990	− 1022	− 1035	− 1043	− 1047	− 1048	− 1046	− 1030	− 1010	− 991
+ 200	− 975	− 965	− 958	− 951	− 947	− 945	− 949	− 960	− 999	− 1035
201	− 1083	− 1160	− 1225	− 1275	− 1320	− 1357	− 1399			

Thermometer No. 186:

Correction für den äusseren Druck.

Einheit = 0°,0001.

Berechnet mit β_e = 0,000 153 1.

mm	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
700	+ 92	+ 90	+ 89	+ 87	+ 86	+ 84	+ 83	+ 81	+ 80	+ 78
710	+ 77	+ 75	+ 73	+ 72	+ 70	+ 69	+ 67	+ 66	+ 64	+ 63
720	+ 61	+ 60	+ 58	+ 57	+ 55	+ 54	+ 52	+ 51	+ 49	+ 47
730	+ 46	+ 44	+ 43	+ 41	+ 40	+ 38	+ 37	+ 35	+ 34	+ 32
740	+ 31	+ 29	+ 28	+ 26	+ 24	+ 23	+ 21	+ 20	+ 18	+ 17
750	+ 15	+ 14	+ 12	+ 11	+ 9	+ 8	+ 6	+ 5	+ 3	+ 2
760	0	— 2	— 3	— 5	— 6	— 8	— 9	— 11	— 12	— 14
770	— 15	— 17	— 18	— 20	— 21	— 23	— 24	— 26	— 28	— 29
780	— 31	— 32	— 34	— 35	— 37	— 38	— 40	— 41	— 43	— 44
790	— 46	— 47	— 49	— 51	— 52	— 54	— 55	— 57	— 58	— 60
800	— 61	— 63	— 64	— 66	— 67	— 69	— 70	— 72	— 73	— 75
810	— 77	— 78	— 80	— 81	— 83	— 84	— 86	— 87	— 89	— 90
820	— 92	— 93	— 95	— 96	— 98	— 100	— 101	— 103	— 104	— 106
830	— 107	— 109	— 110	— 112	— 113	— 115	— 116	— 118	— 119	— 121
840	— 122	— 124	— 126	— 127	— 129	— 130	— 132	— 133	— 135	— 136
850	— 138	— 139	— 141	— 142	— 144	— 145	— 147	— 149	— 150	— 152

Correction für den inneren Druck.

Einheit = 0°,0001.

Berechnet mit β_i = 0,000 168 5.

1. Eispunkt bei 50°.

Gradstrich	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
40	.	.	.	.	.	.	.	+ 59	+ 70	+ 80
50	+ 90	+ 100	+ 111	+ 121						
90	.	.	.	.	.	.	.	+ 146	+ 156	+ 166
100	+ 176	+ 186	+ 197	+ 207	+ 217	+ 227	+ 237	+ 247	+ 258	+ 268
110	+ 278	+ 288	+ 298	+ 308	+ 319	+ 329	+ 339	+ 349	+ 359	+ 369
120	+ 379	+ 389	+ 399	+ 410	+ 420	+ 430	+ 440	+ 450	+ 460	+ 470
130	+ 480	+ 490	+ 500	+ 511	+ 521	+ 531	+ 541	+ 551	+ 561	+ 571
140	+ 581	+ 591	+ 601	+ 611	+ 621	+ 631	+ 641	+ 651	+ 661	+ 671
150	+ 681	+ 691	+ 701	+ 711	+ 721					

2. Eispunkt bei 100°.

Gradstrich	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
90	.	.	.	.	.	.	.	+ 147	+ 157	+ 167
100	+ 178	+ 188	+ 198	+ 209	+ 219	+ 229	+ 239	+ 250	+ 260	+ 270
110	+ 280	+ 291	+ 301	+ 311	+ 321	+ 332	+ 342	+ 352	+ 362	+ 372
120	+ 383	+ 393	+ 403	+ 413	+ 423	+ 434	+ 444	+ 454	+ 464	+ 474
130	+ 485	+ 495	+ 505	+ 515	+ 525	+ 535	+ 545	+ 556	+ 566	+ 576
140	+ 586	+ 596	+ 606	+ 617	+ 627	+ 637	+ 647	+ 657	+ 667	+ 677
150	+ 687	+ 697	+ 708	+ 718						
190	.	.	.	.	.	.	.	+ 738	+ 748	+ 758
200	+ 768	+ 778	+ 788	+ 798						

Die Tafeln sind als unabhängig von der genauen Lage des Eispunktes anzusehen.

Thermometer No. 186:

Correction für den Gradwerth.

Einheit = 0°,0001.

Berechnet mit $c_{100} = +0{,}0840$ (reducirter Eispunkt bei 99°,90).

1. Reducirter Eispunkt bei 50°,00.

Gradstrich	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
40	+ 3502	+ 3589	+ 3677	+ 3764	+ 3852	+ 3939	+ 4027	+ 4114	+ 4202	+ 4289
50	+ 4377	+ 4465	+ 4552	+ 4640	+ 4727	+ 4815	+ 4902	+ 4990	+ 5077	+ 5165
60	+ 5252	+ 5340	+ 5427	+ 5515	+ 5603	+ 5690	+ 5778	+ 5865	+ 5953	+ 6040
70	+ 6128	+ 6215	+ 6303	+ 6390	+ 6478	+ 6566	+ 6653	+ 6741	+ 6828	+ 6916
80	+ 7003	+ 7091	+ 7178	+ 7266	+ 7353	+ 7441	+ 7528	+ 7616	+ 7704	+ 7791
90	+ 7879	+ 7966	+ 8054	+ 8141	+ 8229	+ 8316	+ 8404	+ 8491	+ 8579	+ 8666
100	+ 8754	+ 8842	+ 8929	+ 9017	+ 9104	+ 9192	+ 9279	+ 9367	+ 9454	+ 9542

2. Reducirter Eispunkt bei 99°,90.

Gradstrich	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	+ 8	+ 17	+ 25	+ 34	+ 42	+ 50	+ 59	+ 67	+ 76
10	+ 84	+ 92	+ 101	+ 109	+ 118	+ 126	+ 134	+ 143	+ 151	+ 160
20	+ 168	+ 176	+ 185	+ 193	+ 202	+ 210	+ 218	+ 227	+ 235	+ 244
30	+ 252	+ 260	+ 269	+ 277	+ 286	+ 294	+ 302	+ 311	+ 319	+ 328
40	+ 336	+ 344	+ 353	+ 361	+ 370	+ 378	+ 386	+ 395	+ 403	+ 412
50	+ 420	+ 428	+ 437	+ 445	+ 454	+ 462	+ 470	+ 479	+ 487	+ 496

Eine Aenderung des Eispunktes um de innerhalb der möglichen Grenzen führt eine Aenderung der Correction herbei um

$dc = -0{,}000\,159\,9 \, . \, t \, . \, de$, wenn der Eispunkt bei etwa 50° liegt,

$dc = -0{,}000\,157\,3 \, . \, t \, . \, de$, wenn der Eispunkt bei etwa 100° liegt.

Thermometer No. 186, aus dem Jenaer Glase 16^{III} von Herrn Richter angefertigt, im August 1890 von Herren Jaeger und Gumlich getheilt.

Ueber die Daten, auf denen die vorstehenden Tafeln beruhen, vergleiche II, S. 10 bis 13.

Dimensionen.

Gefässmitte bis 50°	53,5	mm
Gefässmitte bis 100	105,5	„
Gefässmitte bis 150	411,5	„
Gefässmitte bis 200	464,0	„
Länge des Gefässes	62	„
Länge eines Grades	6,12	„

Thermometer No. 188:

Tafel der scheinbaren Calibercorrectionen.

Einheit = 0°.0001.

Gradstrich	Zehntelgrade 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
+ 48	+ 2223	+ 1990	+ 1860	+ 1780	+ 1695	+ 1625	+ 1560	+ 1505	+ 1455	+ 1395
49	1342	1300	1255	1218	1182	1145	1109	1075	1044	1013
+ 50	+ 982	+ 952	+ 923	+ 900	+ 875	+ 850	+ 827	+ 803	+ 784	+ 765
51	744	723	707	691	675	657	644	628	612	598
52	583									
+ 98	+ 556	+ 493	+ 448	+ 407	+ 375	+ 343	+ 314	+ 289	+ 262	+ 238
99	+ 212	+ 187	+ 163	+ 141	+ 121	+ 99	+ 80	+ 59	+ 40	+ 21
+ 100	0	− 18	− 34	− 51	− 67	− 83	− 102	− 118	− 136	− 152
101	− 171	191	208	224	240	258	275	293	308	324
102	345	362	378	394	410	428	445	461	482	497
103	515	533	550	566	581	600	614	632	648	670
104	685	701	716	730	747	762	777	793	808	822
+ 105	− 837	− 852	− 865	− 881	− 896	− 907	923	− 935	− 952	− 963
106	980	995	1007	1021	1034	1049	1061	1078	1090	1102
107	1115	1132	1147	1160	1173	1189	1204	1217	1230	1245
108	1261	1272	1289	1302	1315	1328	1346	1359	1373	1388
109	1404	1417	1430	1447	1460	1472	1488	1503	1517	1531
+ 110	− 1547	1562	− 1576	− 1593	− 1609	1623	1644	− 1659	1678	− 1696
111	1712	1733	1752	1768	1787	1804	1817	1837	1856	1873
112	1897	1907	1922	1938	1954	1972	1988	2004	2020	2034
113	2051	2070	2087	2102	2117	2132	2150	2167	2182	2198
114	2217	2232	2248	2262	2279	2294	2307	2322	2338	2352
+ 115	− 2365	− 2381	− 2393	− 2404	2417	− 2429	− 2442	− 2455	− 2468	− 2480
116	2492	2506	2516	2527	2535	2551	2562	2574	2584	2595
117	2606	2616	2627	2636	2644	2653	2662	2671	2680	2689
118	2697	2703	2710	2716	2722	2729	2734	2740	2745	2750
119	2755	2760	2764	2768	2772	2775	2779	2782	2785	2788
+ 120	− 2790	− 2792	− 2794	− 2795	− 2796	− 2797	− 2797	− 2797	− 2797	− 2796
121	2796	2793	2791	2840*)	2788	2786	2782	2780	2777	2772
122	2769	2764	2758	2753	2748	2741	2735	2728	2721	2714
123	2708	2748	2756*)	2786	2797	2806	2810	2813	2813	2813
124	2814	2810	2808	2805	2802	2799	2797	2794	2791	2788
+ 125	− 2785	− 2781	− 2779	− 2777	− 2773	− 2770	− 2767	− 2764	− 2761	− 2758
126	2755	2752	2749	2747	2743	2740	2737	2733	2730	2727
127	2723	2720	2717	2713	2710	2707	2704	2700	2697	2694
128	2689	2686	2683	2679	2676	2672	2669	2666	2663	2659
129	2656	2653	2650	2646	2642	2637	2633	2630	2624	2620
+ 130	− 2613	− 2609	− 2603	− 2600	− 2595	− 2590	− 2583	− 2578	− 2571	− 2565
131	2559	2551	2545	2538	2530	2522	2514	2507	2500	2492
132	2483	2473	2464	2455	2447	2437	2426	2417	2408	2400
133	2390	2380	2370	2359	2349	2340	2329	2318	2306	2298
134	2286	2275	2263	2252	2242	2231	2220	2210	2200	2190

*) Mit Berücksichtigung von Theilungsfehlern.

Thermometer No. 188:

Tafel der scheinbaren Calibercorrectionen.

Einheit = 0°0001.

Gradstrich	Zehntelgrade									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
+ 135	− 2178	− 2165	− 2153	− 2141	− 2130	− 2119	− 2108	− 2097	− 2085	− 2072
136	2058	2046	2033	2020	2005	1989	1974	1959	1940	1923
137	1905	1888	1870	1852	1835	1815	1799	1780	1762	1747
138	1728	1710	1696	1680	1665	1648	1629	1614	1600	1581
139	1565	1549	1533	1517	1500	1487	1469	1452	1438	1423
+ 140	− 1401	− 1388	− 1372	− 1354	− 1340	− 1325	− 1309	− 1294	− 1278	− 1260
141	1244	1223	1208	1191	1175	1158	1141	1123	1107	1092
142	1076	1060	1043	1029	1015	1001	986	971	956	940
143	925	909	897	881	866	851	836	821	809	793
144	776	763	749	733	719	703	690	675	660	646
+ 145	− 630	− 614	− 600	− 587	− 573	− 558	− 545	− 529	− 515	− 501
146	486	471	457	442	429	416	402	388	376	363
147	348	333	320	308	296	283	270	257	246	236
148	222	208	198	187	172	161	150	137	126	115
149	− 103	− 93	− 80	− 68	− 60	− 50	− 39	− 30	− 20	− 10
+ 150	0	+ 7	+ 14	+ 23	+ 32	+ 40	+ 48	+ 55	+ 62	+ 70
151	+ 77	+ 84	+ 91	+ 98	+ 102	+ 109	+ 114	+ 120	+ 126	+ 131
152	+ 137									
+ 198	− 1490	− 1491	− 1493	− 1495	− 1496	− 1497	− 1498	− 1498	− 1499	− 1499
199	− 1498	− 1497	− 1496	− 1495	− 1493	− 1491	− 1489	− 1487	− 1485	− 1482
+ 200	− 1479	− 1476	− 1471	− 1467	− 1462	− 1457	− 1452	− 1446	− 1440	− 1432
201	− 1424	− 1415	− 1406	− 1396	− 1387	− 1373	− 1353	− 1333	− 1310	− 1283
202	− 1206									

Thermometer No. 188:

Correction für den äusseren Druck.

Einheit = 0°,0001.

Berechnet mit β_e = 0,000 152 7.

mm	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
700	+ 92	+ 90	+ 89	+ 87	+ 86	+ 84	+ 82	+ 81	+ 79	+ 78
710	+ 76	+ 75	+ 73	+ 72	+ 70	+ 69	+ 67	+ 66	+ 64	+ 63
720	+ 61	+ 60	+ 58	+ 56	+ 55	+ 53	+ 52	+ 50	+ 49	+ 47
730	+ 46	+ 44	+ 43	+ 41	+ 40	+ 38	+ 37	+ 35	+ 34	+ 32
740	+ 31	+ 29	+ 27	+ 26	+ 24	+ 23	+ 21	+ 20	+ 18	+ 17
750	+ 15	+ 14	+ 12	+ 11	+ 9	+ 8	+ 6	+ 5	+ 3	+ 2
760	0	− 2	− 3	− 5	− 6	− 8	− 9	− 11	− 12	− 14
770	− 15	− 17	− 18	− 20	− 21	− 23	− 24	− 26	− 27	− 29
780	− 31	− 32	− 34	− 35	− 37	− 38	− 40	− 41	− 43	− 44
790	− 46	− 47	− 49	− 50	− 52	− 53	− 55	− 56	− 58	− 60
800	− 61	− 63	− 64	− 66	− 67	− 69	− 70	− 72	− 73	− 75
810	− 76	− 78	− 79	− 81	− 82	− 84	− 86	− 87	− 89	− 90
820	− 92	− 93	− 95	− 96	− 98	− 99	− 101	− 102	− 104	− 105
830	− 107	− 108	− 110	− 111	− 113	− 115	− 116	− 118	− 119	− 121
840	− 122	− 124	− 125	− 127	− 128	− 130	− 131	− 133	− 134	− 136
850	− 137	− 139	− 140	− 142	− 144	− 145	− 147	− 148	− 150	− 151

Correction für den inneren Druck.

Einheit = 0°,0001.

Berechnet mit β_i = 0,000 168 1.

1. Eispunkt bei 50°.

Gradstrich	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
40	.	.	.	.	.	.	.	+ 41	+ 51	+ 61
50	+ 71	+ 82	+ 92	+ 102						
90	.	.	.	.	.	.	.	+ 127	+ 137	+ 147
100	+ 157	+ 168	+ 178	+ 188	+ 198	+ 208	+ 218	+ 228	+ 238	+ 249
110	+ 259	+ 269	+ 279	+ 289	+ 299	+ 309	+ 319	+ 329	+ 339	+ 349
120	+ 359	+ 369	+ 379	+ 390	+ 400	+ 410	+ 420	+ 430	+ 440	+ 450
130	+ 460	+ 470	+ 480	+ 490	+ 500	+ 510	+ 520	+ 530	+ 540	+ 550
140	+ 560	+ 570	+ 580	+ 590	+ 600	+ 610	+ 620	+ 630	+ 640	+ 650
150	+ 659	+ 669	+ 679	+ 689						

2. Eispunkt bei 100°.

Gradstrich	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
90	.	.	.	.	.	.	.	+ 128	+ 138	+ 149
100	+ 159	+ 169	+ 179	+ 189	+ 200	+ 210	+ 220	+ 230	+ 240	+ 251
110	+ 261	+ 271	+ 281	+ 291	+ 302	+ 312	+ 322	+ 332	+ 342	+ 352
120	+ 363	+ 373	+ 383	+ 393	+ 403	+ 413	+ 423	+ 433	+ 444	+ 454
130	+ 464	+ 474	+ 484	+ 494	+ 504	+ 514	+ 524	+ 535	+ 545	+ 555
140	+ 565	+ 575	+ 585	+ 595	+ 605	+ 615	+ 625	+ 635	+ 645	+ 655
150	+ 665	+ 675	+ 685	+ 695						
190	.	.	.	.	.	.	.	+ 715	+ 725	+ 735
200	+ 745	+ 755	+ 765	+ 775						

Die Tafeln sind als unabhängig von der genauen Lage des Eispunktes anzusehen.

Thermometer No. 188:

Correction für den Gradwerth.

Einheit = 0°,0001.

Berechnet mit $c_{100} = -0{,}0454$ (reducirter Eispunkt bei 100°,02).

1. Reducirter Eispunkt bei 50°,00.

Grade	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
40	+2984	+3058	+3133	+3207	+3282	+3357	+3431	+3506	+3580	+3655
50	+3730	+3804	+3879	+3953	+4028	+4102	+4177	+4252	+4326	+4401
60	+4475	+4550	+4625	+4699	+4774	+4848	+4923	+4998	+5072	+5147
70	+5221	+5296	+5370	+5445	+5520	+5594	+5669	+5743	+5818	+5893
80	+5967	+6042	+6116	+6191	+6266	+6340	+6415	+6489	+6564	+6639
90	+6713	+6788	+6862	+6937	+7011	+7086	+7161	+7235	+7310	+7384
100	+7459	+7534	+7608	+7683	+7757	+7832	+7907	+7981	+8056	+8130

2. Reducirter Eispunkt bei 100°,02.

Grade	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	−5	−9	−14	18	−23	−27	−32	−36	−41
10	−45	−50	−54	−59	−64	−68	−73	−77	−82	−86
20	−91	−95	−100	−104	−109	−114	−118	−123	−127	−132
30	−136	−141	−145	−150	−154	−159	−163	−168	−173	−177
40	−182	−186	−191	−195	−200	−204	−209	−213	−218	−222
50	−227	−232	−236	−241	−245	−250	−254	−259	−263	−268

Eine Aenderung des Eispunktes um de innerhalb der möglichen Grenzen führt eine Aenderung der Correction herbei um

$dc = -0{,}000\,159\,5 \,.\, t \,.\, de$, wenn der Eispunkt bei etwa 50° liegt,

$dc = -0{,}000\,157\,0 \,.\, t \,.\, de$, wenn der Eispunkt bei etwa 100° liegt.

Thermometer No. 188, aus dem Jenaer Glase 16[III], von Herrn Richter angefertigt, im Juli 1890 von Herren Jaeger und Gumlich getheilt.

Ueber die Daten, auf denen die vorstehenden Tafeln beruhen, vergleiche II, S. 10 bis 13.

Dimensionen.

Gefässmitte bis 50°	42,5	mm
Gefässmitte bis 100	94,5	„
Gefässmitte bis 150	399,5	„
Gefässmitte bis 200	451,0	„
Länge des Gefässes	49	„
Länge eines Grades	6,10	„

Thermometer No. 203:

Tafel der scheinbaren Calibercorrectionen.

Einheit = 0°,0001.

Gradstrich	Zehntelgrade 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
* 94	.	.	.	.	.	.	.	.	.	+ 834
* 95	+ 815	+ 792	+ 771	+ 752	+ 732	+ 713	+ 694	+ 677	+ 658	+ 640
* 96	622	603	586	569	553	535	518	502	486	472
* 97	456	441	423	407	394	380	363	348	332	318
* 98	302	286	272	256	241	226	210	196	181	167
* 99	+ 150	+ 131	+ 119	+ 103	+ 91	+ 75	+ 60	+ 46	+ 31	+ 17
0	0	− 14	− 29	− 44	− 59	− 73	− 88	− 102	− 115	− 129
1	− 144	159	173	187	200	213	228	241	256	270
2	285	300	312	327	341	353	368	382	396	408
3	423	439	452	467	481	496	509	523	538	552
4	568	584	598	613	628	644	659	675	691	705
5	− 720	− 736	− 752	− 767	− 781	− 797	− 811	− 827	− 842	− 858
6	875	891	906	921	936	950	966	981	997	1010
7	1025	1039	1053	1067	1082	1097	1109	1124	1138	1152
8	1167	1183	1198	1210	1224	1238	1252	1266	1279	1293
9	1307	1322	1337	1349	1362	1376	1391	1403	1417	1430
10	− 1447	− 1460	− 1473	− 1487	− 1500	− 1513	− 1523	− 1535	− 1548	− 1559
11	1573	1588	1599	1610	1622	1636	1647	1658	1670	1682
12	1694	1706	1718	1729	1740	1752	1765	1777	1788	1799
13	1811	1823	1835	1847	1858	1870	1882	1884	1903	1914
14	1927	1939	1950	1961	1973	1985	1997	2008	2020	2031
15	− 2044	− 2055	− 2068	− 2079	− 2091	− 2102	− 2112	− 2124	− 2136	− 2148
16	2160	2173	2185	2196	2207	2220	2233	2244	2256	2268
17	2280	2293	2305	2317	2330	2343	2357	2370	2381	2394
18	2407	2420	2432	2445	2458	2470	2483	2496	2507	2518
19	2532	2546	2557	2569	2581	2594	2605	2618	2630	2643
20	− 2655	− 2669	− 2682	− 2694	− 2705	− 2718	− 2731	− 2743	− 2755	− 2768
21	2780	2793	2805	2814	2829	2842	2855	2868	2880	2892
22	2903	2916	2928	2941	2952	2965	2977	2989	3000	3011
23	3023	3037	3048	3060	3072	3084	3097	3107	3120	3132
24	3144	3156	3168	3179	3190	3199	3208	3217	3225	3234
25	− 3242	− 3248	− 3252	− 3256	− 3259	− 3262	− 3265	− 3268	− 3272	− 3275
26	3278	3281	3284	3288	3291	3294	3298	3300	3303	3305
27	3307	3310	3313	3317	3320	3322	3326	3329	3332	3336
28	3340	3343	3346	3349	3351	3354	3357	3360	3363	3543*)
29	3370	3372	3376	3378	3380	3381	3383	3384	3386	3386
30	− 3386	− 3387	− 3388	− 3389	− 3390	− 3390	− 3390	− 3390	− 3390	− 3390
31	3390	3389	3389	3388	3388	3387	3386	3385	3383	3382
32	3381	3379	3376	3174	3372	3370	3367	3363	3360	3358
33	3356	3353	3350	3348	3346	3344	3341	3339	3338	3336
34	3334	3333	3331	3329	3328	3326	3324	3323	3322	3321
35	− 3320	− 3319	− 3318	− 3317	− 3316	− 3315	− 3314	− 3313	− 3312	− 3311
36	3311	3310	3310	3310	3310	3310	3309	3309	3308	3308
37	3308	3307	3307	3307	3306	3306	3306	3305	3305	3304
38	3304	3303	3303	3302	3302	3301	3301	3301	3301	3300
39	3300	3300	3299	3299	3299	3298	3298	3298	3297	3297
40	− 3297	− 3296	− 3296	− 3297	− 3298	− 3299	− 3300	− 3301	− 3302	− 3304
41	3307	3311	3315	3320	3322	3325	3324	3321	3316	3311
42	3306	3301	3297	3293	3289	3284	3281	3278	3275	3272
43	3268	3263	3258	3253	3248	3242	3237	3231	3224	3218
44	3209	3201	3194	3186	3177	3167	3155	3145	3133	3119
45	− 3103	− 3091	− 3082	− 3073	− 3065	− 3060	− 3060	− 3060	− 3062	− 3065
46	3070	3077	3083	3090	3098	3105	3111	3118	3124	3130
47	3135	3140	3143	3147	3150	3153	3157	3159	3161	3163
48	3165	3167	3168	3169	3170	3170	3170	3169	3169	3168
49	3167	3166	3165	3163	3161	3159	3157	3154	3150	3147

*) Mit Berücksichtigung eines Theilungsfehlers.

Thermometer No. 203:

Tafel der scheinbaren Calibercorrectionen.

Einheit = 0°0001.

Gradstrich	Zehntelgrade 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
50	− 3143	− 3137	− 3130	− 3123	− 3117	− 3108	− 3100	− 3094	− 3085	− 3076
51	3067	3058	3049	3040	3031	3022	3013	3004	2996	2988
52	2978	2968	2959	2949	2940	2931	2921	2912	2903	2896
53	2886	2876	2867	2858	2849	2840	2830	2820	2810	2801
54	2792	2782	2772	2762	2752	2742	2732	2721	2710	2701
55	− 2692	− 2680	− 2670	− 2660	− 2649	− 2639	− 2629	− 2619	− 2608	− 2598
56	2588	2578	2568	2558	2548	2537	2527	2517	2506	2497
57	2485	2474	2463	2452	2441	2431	2420	2405	2393	2377
58	2360	2342	2326	2309	2295	2278	2262	2245	2229	2213
59	2198	2179	2163	2148	2132	2116	2100	2085	2070	2055
60	− 2037	− 2020	− 2004	− 1987	− 1972	− 1955	− 1940	− 1922	− 1905	− 1891
61	1873	1853	1838	1821	1803	1788	1772	1757	1740	1723
62	1704	1689	1672	1655	1640	1621	1605	1592	1574	1558
63	1540	1523	1507	1490	1473	1456	1437	1419	1403	1386
64	1367	1349	1333	1317	1302	1287	1270	1254	1240	1225
65	− 1206	− 1192	− 1177	− 1162	− 1149	− 1133	− 1118	− 1104	− 1091	− 1079
66	1062	1047	1032	1018	1005	992	978	965	952	939
67	924	908	897	883	870	854	837	823	808	797
68	782	769	755	742	728	714	702	690	676	662
69	649	634	621	608	597	582	569	557	544	531
70	− 518	− 503	− 491	− 479	− 465	− 452	− 440	− 427	− 413	− 401
71	389	377	362	350	338	324	310	299	288	275
72	261	248	234	221	209	197	185	173	160	149
73	− 135	− 122	− 109	− 98	− 87	− 74	− 62	− 50	− 38	− 26
74	− 13	0	+ 11	+ 23	+ 35	+ 48	+ 60	+ 72	+ 85	+ 97
75	+ 108	+ 122	+ 134	+ 143	+ 154	+ 165	+ 175	+ 185	+ 194	+ 203
76	212	222	232	241	250	259	268	277	285	293
77	301	311	318	327	335	342	349	357	364	371
78	378	387	394	400	407	415	421	428	436	443
79	450	457	464	470	477	484	490	497	502	508
80	+ 514	+ 522	+ 527	+ 533	+ 538	+ 544	+ 550	+ 555	+ 560	+ 565
81	570	575	580	585	590	594	599	603	607	610
82	614	619	623	627	631	634	638	642	646	649
83	652	656	659	662	666	670	673	676	679	682
84	685	689	692	695	698	700	703	706	708	710*)
85	+ 746*)	+ 747	+ 748	+ 749	+ 750	+ 751	+ 752	+ 752	+ 753	+ 753
86	753	753	752	752	751	750	750	749	748	747
87	746	744	743	742	741	740	739	737	736	735
88	734	732	731	730	729	728	727	725	724	723
89	721	720	719	718	717	716	715	713	712	711
90	+ 710	+ 708	+ 707	+ 706	+ 705	+ 704	+ 703	+ 702	+ 700	+ 699
91	697	696	694	692	690	688	686	684	682	680
92	677	674	671	669	666	663	660	657	654	651
93	647	643	639	635	631	627	622	618	614	609
94	605	600	595	590	585	579	573	566	559	552
95	+ 547	+ 537	+ 529	+ 521	+ 512	+ 504	+ 496	+ 488	+ 479	+ 470
96	460	450	441	431	422	412	402	392	382	371
97	360	350	340	329	318	307	297	285	274	263
98	251	239	227	214	203	192	179	167	155	142
99	+ 129	+ 115	+ 102	+ 91	+ 78	+ 65	+ 52	+ 39	+ 26	+ 13
100	0	− 14	− 28	− 42	− 56	− 71	− 85	− 99	− 112	− 127
101	− 143	160	176	192	208	225	242	260	278	297
102	315	337	359	378	397	417	440	460	484	505
103	528	555	580	603	630	657	685	708	735	760
104	790	818	845	872	900	927	956	984	1011	1040
105	1071	1104								

*) Mit Berücksichtigung eines Theilungsfehlers.

Thermometer No. 203:

Correction für den äusseren Druck.

Einheit = 0°0001.

Berechnet mit β_e = 0,000 136 9.

mm	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
700	+ 82	+ 81	+ 79	+ 78	+ 77	+ 75	+ 74	+ 73	+ 71	+ 70
710	+ 68	+ 67	+ 66	+ 64	+ 63	+ 62	+ 60	+ 59	+ 57	+ 56
720	+ 55	+ 53	+ 52	+ 51	+ 49	+ 48	+ 47	+ 45	+ 44	+ 42
730	+ 41	+ 40	+ 38	+ 37	+ 36	+ 34	+ 33	+ 31	+ 30	+ 29
740	+ 27	+ 26	+ 25	+ 23	+ 22	+ 21	+ 19	+ 18	+ 16	+ 15
750	+ 14	+ 12	+ 11	+ 10	+ 8	+ 7	+ 5	+ 4	+ 3	+ 1
760	0	− 1	− 3	− 4	− 5	− 7	− 8	− 10	− 11	− 12
770	− 14	− 15	− 16	− 18	− 19	− 21	− 22	− 23	− 25	− 26
780	− 27	− 29	− 30	− 31	− 33	− 34	− 36	− 37	− 38	− 40
790	− 41	− 42	− 44	− 45	− 47	− 48	− 49	− 51	− 52	− 53
800	− 55	− 56	− 57	− 59	− 60	− 62	− 63	− 64	− 66	− 67
810	− 68	− 70	− 71	− 73	− 74	− 75	− 77	− 78	− 79	− 81
820	− 82	− 84	− 85	− 86	− 88	− 89	− 90	− 92	− 93	− 94
830	− 96	− 97	− 99	− 100	− 101	− 103	− 104	− 105	− 107	− 108
840	− 110	− 111	− 112	− 114	− 115	− 116	− 118	− 119	− 120	− 122
850	− 123	− 125	− 126	− 127	− 129	− 130	− 131	− 133	− 134	− 136

Correction für den inneren Druck.

Einheit = 0°0001.

Berechnet mit β_i = 0,000 152 3.

Gradstrich	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
*90	.	.	.	.	.	+ 52	+ 61	+ 70	+ 78	+ 87
0	+ 96	+ 105	+ 114	+ 122	+ 131	+ 140	+ 149	+ 158	+ 166	+ 175
10	+ 184	+ 193	+ 202	+ 210	+ 219	+ 228	+ 237	+ 246	+ 254	+ 262
20	+ 271	+ 280	+ 289	+ 298	+ 306	+ 315	+ 324	+ 333	+ 342	+ 350
30	+ 359	+ 367	+ 376	+ 385	+ 393	+ 402	+ 411	+ 420	+ 429	+ 437
40	+ 446	+ 455	+ 463	+ 472	+ 481	+ 489	+ 498	+ 507	+ 515	+ 524
50	+ 533	+ 541	+ 550	+ 558	+ 567	+ 576	+ 584	+ 593	+ 602	+ 610
60	+ 619	+ 628	+ 636	+ 645	+ 653	+ 662	+ 671	+ 679	+ 688	+ 696
70	+ 705	+ 714	+ 722	+ 731	+ 739	+ 748	+ 757	+ 765	+ 774	+ 782
80	+ 791	+ 799	+ 808	+ 816	+ 825	+ 834	+ 842	+ 851	+ 859	+ 868
90	+ 876	+ 885	+ 893	+ 902	+ 910	+ 919	+ 927	+ 936	+ 944	+ 953
100	+ 961	+ 970	+ 978	+ 987	+ 995	+ 1004				

Die Tafel ist als unabhängig von der genauen Lage des Eispunktes anzusehen.

Thermometer No. 203:

Correction für den Gradwerth.

Einheit = 0°,0001.

Berechnet mit $c_{100} = + 0,0592$ (reducirter Eispunkt bei * 99°,98).

Grade	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	+ 6	+ 12	+ 18	+ 24	+ 30	+ 36	+ 41	+ 47	+ 53
10	+ 59	+ 65	+ 71	+ 77	+ 83	+ 89	+ 95	+ 101	+ 107	+ 112
20	+ 118	+ 124	+ 130	+ 136	+ 142	+ 148	+ 154	+ 160	+ 166	+ 172
30	+ 178	+ 184	+ 189	+ 195	+ 201	+ 207	+ 213	+ 219	+ 225	+ 231
40	+ 237	+ 243	+ 249	+ 255	+ 260	+ 266	+ 272	+ 278	+ 284	+ 290
50	+ 296	+ 302	+ 308	+ 314	+ 320	+ 326	+ 332	+ 337	+ 343	+ 349
60	+ 355	+ 361	+ 367	+ 373	+ 379	+ 385	+ 391	+ 397	+ 403	+ 408
70	+ 414	+ 420	+ 426	+ 432	+ 438	+ 444	+ 450	+ 456	+ 462	+ 468
80	+ 474	+ 480	+ 485	+ 491	+ 497	+ 503	+ 509	+ 515	+ 521	+ 527
90	+ 533	+ 539	+ 545	+ 551	+ 556	+ 562	+ 568	+ 574	+ 580	+ 586
100	+ 592	+ 598	+ 604	+ 610	+ 616	+ 622	+ 628	+ 633	+ 639	+ 645

Eine Aenderung des Eispunktes um *de* innerhalb der möglichen Grenzen führt eine Aenderung der Correction um $dc = - 0,000\,164\,7 \,.\, t \,.\, de$ herbei.

Thermometer No. 203, aus dem Jenaer Glase 59^{III}, von Herrn Richter angefertigt, 11. August 1893 von Seil getheilt.

Ueber die Daten, auf denen die vorstehenden Tafeln beruhen, vergleiche II, S. 15 bis 17.

Dimensionen.

Gefässmitte bis 0°	63	mm
Gefässmitte bis 100°	643	„
Länge des Gefässes	48	„
Länge eines Grades	5,80	„

Thermometer No. 204:

Tafel der scheinbaren Calibercorrectionen.

Einheit = 0°0001.

Gradstrich	Zehntelgrade 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
* 97	.	.	.	.	.	.	.	.	.	+ 3
* 98	0	− 3	− 6	− 9	− 12	− 16	− 20	− 24	− 28	− 33
* 99	− 38	− 44	− 49	− 55	− 61	− 68	− 75	− 82	− 89	− 98
0	− 105	− 114	− 123	− 132	− 143	− 154	167	− 178	− 191	− 207
1	222	240	254	267	277	288	298	307	316	326
2	337	345	352	359	368	375	382	389	395	401
3	406	412	418	422	427	431	435	438	441	444
4	447	448	449	450	451	451	451	450	449	448
5	− 446	− 444	− 441	− 438	− 436	− 432	− 428	− 426	− 425	− 423
6	421	422	423	424	425	426	428	430	432	434
7	437	440	444	448	452	457	462	467	473	480
8	487	495	502	509	517	526	534	542	551	559
9	568	578	588	596	604	612	622	631	640	650
10	− 661	− 671	− 680	− 689	− 698	− 708	− 718	− 728	− 739	− 751
11	762	774	785	797	806	818	830	843	857	874
12	894	915	945	1010	1190	1325	1450	1560	1655	1745
13	1840	1930	2003	2070	2133	2186	2223	2248	2264	2276
14	2290	2297	2303	2308	2313	2318	2323	2327	2332	2336
15	− 2340	− 2343	− 2345	− 2347	− 2349	− 2351	− 2353	− 2354	− 2355	− 2357
16	2358	2359	2359	2360	2360	2360	2360	2360	2360	2360
17	2360	2359	2358	2358	2357	2357	2356	2355	2354	2353
18	2353	2351	2348	2346	2343	2338	2332	2326	2315	2304
19	2290	2276	2260	2247	2232	2217	2202	2187	2170	2154
20	− 2135	− 2117	− 2102	− 2086	− 2069	− 2055	− 2036	− 2018	− 1999	− 1980
21	1958	1940	1925	1908	1895	1881	1868	1856	1844	1832
22	1822	1810	1800	1792	1783	1775	1766	1758	1751	1743
23	1733	1722	1712	1704	1693	1681	1670	1657	1646	1634
24	1622	1608	1595	1580	1564	1549	1532	1515	1497	1479
25	− 1457	− 1432	− 1410	− 1389	− 1362	− 1335	− 1306	− 1278	− 1250	− 1222
26	1192	1163	1138	1111	1089	1061	1035	1012	990	967
27	945	921	900	879	860	840	820	802	783	765
28	747	726	707	690	672	657	640	623	608	593
29	575	558	543	528	514	500	488	473	461	445
30	− 431	− 415	− 399	− 383	− 368	− 350	− 333	− 316	− 299	− 282
31	263	244	228	213	201	189	176	164	153	144
32	133	123	115	108	100	93	88	82	74	68
33	− 63	− 55	− 50	− 45	− 39	− 33	− 28	− 22	− 13	− 6
34	0	+ 13	+ 24	+ 35	+ 47	+ 60	+ 73	+ 87	+ 100	+ 112
35	+ 130	+ 147	+ 162	+ 178	+ 195	+ 211	+ 230	+ 249	+ 268	+ 288
36	+ 306	+ 330								
63	.	.	.	.	.	.	.	.	.	+ 322
64	+ 337	+ 352	+ 366	+ 380	+ 394	+ 408	+ 425	+ 441	+ 457	+ 476
65	+ 495	+ 514	+ 533	+ 551	+ 571	+ 593	+ 613	+ 637	+ 653	+ 668
66	681	694	704	715	725	737	747	757	767	778
67	790	800	810	820	831	843	854	865	877	890
68	902	913	926	938	949	960	971	982	991	1000
69	1012	1022								
96	.	.	.	.	.	.	.	.	.	+ 1007
97	+ 1012	+ 1018	+ 1025	+ 1031	+ 1037	+ 1043	+ 1050	+ 1057	+ 1063	+ 1070
98	1077	1087	1094	1102	1109	1118	1126	1135	1143	1152
99	1162	1172	1181	1191	1200	1210	1221	1232	1243	1154
100	+ 1266	+ 1280	+ 1292	+ 1304	+ 1317	+ 1330	+ 1345	+ 1358	+ 1371	+ 1386
101	1400	1413	1428	1442	1457	1473	1489	1504	1520	1537
102	1554	1572	1589	1603	1620	1640	1657	1675	1693	1710
103	1732	1752								

Thermometer No. 204:

Correction für den äusseren Druck.

Einheit = 0°0001.

Berechnet mit β_e = 0,000 142 5.

mm	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
700	+ 86	+ 84	+ 83	+ 81	+ 80	+ 78	+ 77	+ 76	+ 74	+ 73
710	+ 71	+ 70	+ 68	+ 67	+ 66	+ 64	+ 63	+ 61	+ 60	+ 58
720	+ 57	+ 56	+ 54	+ 53	+ 51	+ 50	+ 48	+ 47	+ 46	+ 44
730	+ 43	+ 41	+ 40	+ 38	+ 37	+ 36	+ 34	+ 33	+ 31	+ 30
740	+ 29	+ 27	+ 26	+ 24	+ 23	+ 21	+ 20	+ 19	+ 17	+ 16
750	+ 14	+ 13	+ 11	+ 10	+ 9	+ 7	+ 6	+ 4	+ 3	+ 1
760	0	− 1	− 3	− 4	− 6	− 7	− 9	− 10	− 11	− 13
770	− 14	− 16	− 17	− 19	− 20	− 21	− 23	− 24	− 26	− 27
780	− 29	− 30	− 31	− 33	− 34	− 36	− 37	− 38	− 40	− 41
790	− 43	− 44	− 46	− 47	− 48	− 50	− 51	− 53	− 54	− 56
800	− 57	− 58	− 60	− 61	− 63	− 64	− 66	− 67	− 68	− 70
810	− 71	− 73	− 74	− 76	− 77	− 78	− 80	− 81	− 83	− 84
820	− 86	− 87	− 88	− 90	− 91	− 93	− 94	− 95	− 97	− 98
830	−100	−101	−103	−104	−105	−107	−108	−110	−111	−113
840	−114	−115	−117	−118	−120	−121	−123	−124	−125	−127
850	−128	−130	−131	−133	−134	−135	−137	−138	−140	−141

Correction für den inneren Druck.

Einheit = 0°0001.

Berechnet mit β_i = 0.000 157 9.

Gradstrich	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
−10	.	.	.	.	.	.	.	+ 52	+ 65	+ 77
0	+ 90	+103	+115	+128	+141	+153	+166	+178	+191	+204
10	+216	+229	+241	+254	+267	+279	+292	+304	+317	+330
20	+342	+355	+367	+380	+392	+405	+417	+430	+442	+455
30	+468	+480	+492	+505	+517	+530	+542			
60	.	.	.	.	+570	+583	+595	+607	+620	+632
90	.	.	.	.	.	.	.	+656	+669	+681
100	+693	+706	+718	+731						

Einer Aenderung des Eispunktes um $+de$ entspricht eine Aenderung der Correction γ_i um $+0{,}000\,175 \cdot \gamma_i \cdot de$.

Thermometer No. 204:

Correction für den Gradwerth.

Einheit = 0°0001.

Berechnet mit $c_{100} = -0{,}2380$ (reducirter Eispunkt bei 0°00).

Grade	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	− 24	− 48	− 71	− 95	− 119	− 143	− 167	− 190	− 214
10	− 238	− 262	− 286	− 309	− 333	− 357	− 381	− 405	− 428	− 452
20	− 476	− 500	− 524	− 547	− 571	− 595	− 619	− 643	− 666	− 690
30	− 714	− 738	− 762	− 785	− 809	− 833	− 857	− 881	− 904	− 928
60	− 1428	− 1452	− 1476	− 1499	− 1523	− 1547	− 1571	− 1595	− 1618	− 1642
90	− 2142	− 2166	− 2190	− 2213	− 2237	− 2261	− 2285	− 2309	− 2332	− 2356
100	− 2380	− 2404	− 2428	− 2451	− 2475	− 2499	− 2523	− 2547	− 2570	− 2594

Einer Aenderung des Eispunktes um *de* entspricht eine Aenderung der Correction *c* um

$$dc = -0{,}01637 \frac{de}{1 + 0{,}000\,164\,1\,de}$$

Thermometer No. 204, aus dem Jenaer Glase 59III, von Herrn Richter angefertigt, am 18. September 1893 von Sell getheilt.

Ueber die Daten, auf denen die vorstehenden Tafeln beruhen, vergleiche II, S. 15 bis 17.

Dimensionen.

Gefässmitte bis 0°	57	mm
Gefässmitte bis 33	321,9	„
Gefässmitte bis 67	389,2	„
Gefässmitte bis 100	446,8	„
Länge des Gefässes	55	„
Länge eines Grades im Intervalle 29°9 bis 36°1	8,025	„
Länge eines Grades im Intervalle 63,9 bis 69,1	7,991	„
Länge eines Grades im Intervalle 96,9 bis 103,1	8,025	„

Thermometer No. 207:

Tafel der scheinbaren Calibercorrectionen.

Einheit = 0°0001.

Gradstrich	Zehntelgrade 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
*96	.	.	.	.	.	.	.	.	− 207	− 204
*97	− 201	− 198	− 196	− 194	− 191	− 189	− 185	− 182	− 180	− 177
*98	174	170	167	162	160	157	153	149	145	140
*99	− 136	− 130	− 123	− 118	− 112	− 104	− 98	− 92	− 82	− 74
0	− 67	− 58	− 49	− 40	− 30	− 22	− 13	− 3	+ 5	+ 15
1	+ 23	+ 38	+ 50	+ 60	+ 72	+ 83	+ 95	+ 106	+ 118	+ 130
2	+ 144	+ 158	+ 161							
30	.	.	.	.	− 28	− 26	− 23	− 21	− 18	− 16
31	− 12	− 10	− 8	− 5	− 2	+ 1	+ 3	+ 6	+ 9	+ 11
32	+ 12	+ 15	+ 18	+ 22	+ 26	+ 30	+ 33	+ 37	+ 40	+ 42
33	46	50	53	57	60	63	68	71	76	81
34	86	91	96	102	106	111	117	123	130	137
35	+ 143	+ 152	+ 158	+ 166	+ 173	+ 181	+ 190	+ 199	+ 207	+ 216
36	+ 223	+ 233								
63	.	.	.	.	− 97	− 72	− 56	− 41	− 28	− 13
64	0	+ 12	+ 21	+ 31	+ 41	+ 50	+ 59	+ 68	+ 75	+ 82
65	+ 91	+ 100	+ 106	+ 112	+ 119	+ 126	+ 133	+ 140	+ 146	+ 150
66	154	161	166	171	176	181	186	191	195	200
67	204	209	213	217	221	224	228	230	232	234
68	237	238	239	240	240	240	239	239	238	237
69	235	233	231	229	227	223	220	217	212	208
70	+ 204	+ 200	+ 197	+ 193	+ 189	+ 185	+ 181	+ 177	+ 172	+ 168
71	163	158	153	149	145	140	135	130	125	120
72	116	110	104	99	94	89	84	79	73	68
73	+ 62	+ 55	+ 49	+ 43	+ 38	+ 32	+ 27	+ 21	+ 16	+ 10
74	+ 5	0	− 4	− 9	− 13	− 18	− 23	− 28	− 32	− 36
75	− 42	− 46	− 50	− 54	− 58	− 62	− 66	− 72	− 77	− 81
76	87	94	98	103	109	115	122	129	136	142
77	149	156	162	168	174	179	186	191	197	201
78	205	210	214	219	223	227	231	236	240	244
79	248	252	256	259	262	266	268	272	275	278
80	− 280	− 283	− 285	− 288	− 289	− 291	− 293	− 295	− 297	− 298
81	299	301	302	303	304	305	306	307	308	308
82	308	309	311	313	315	317	319	320	322	324
83	327	329	331	333	336	339	342	345	347	350
84	352	355	358	360	362	363	365	367	368	369
85	− 370	− 371	− 373	− 374	− 375	− 376	− 377	− 378	− 378	− 378
86	379	378	378	377	376	375	375	374	373	372
87	371	370	369	368	367	366	364	363	361	360
88	358	357	356	354	353	352	351	350	349	348
89	347	345	344	343	342	340	339	338	337	336
90	− 335	− 332	− 330	− 327	− 324	− 319	− 314	− 308	− 302	− 297
91	288	280	273	266	259	252	246	238	230	224
92	215	208	201	195	187	180	172	164	156	149
93	− 140	− 132	− 124	− 116	− 108	− 100	− 93	− 86	− 78	− 69
94	− 58	− 52	− 43	− 34	− 26	− 18	− 8	0	+ 8	+ 17
95	+ 27	+ 37	+ 45	+ 54	+ 62	+ 71	+ 80	+ 88	+ 95	+ 102
96	108	114	118	123	129	132	136	139	143	146
97	148	150	152	152	152	150	145	122	92	61
98	38	16	10	8	8	9	11	14	17	20
99	23	25	27	28	30	31	33	35	37	39
100	+ 42	+ 43	+ 45	+ 47	+ 48	+ 49	+ 51	+ 52	+ 53	+ 54
101	55	56	57	57	57	57	56	55	55	54
102	53	52	51	50	48	47	45	43	40	38
103	+ 35	+ 32	+ 28	+ 26	+ 22	+ 19	+ 16	+ 12	+ 8	+ 4
104	0	− 7								

Thermometer No. 207:

Correction für den äusseren Druck.

Einheit = 0°0001.

Berechnet mit $\beta_e = 0{,}000\,147\,2$.

mm	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
700	+ 88	+ 87	+ 85	+ 84	+ 82	+ 81	+ 79	+ 78	+ 77	+ 75
710	+ 74	+ 72	+ 71	+ 69	+ 68	+ 66	+ 65	+ 63	+ 62	+ 60
720	+ 59	+ 57	+ 56	+ 54	+ 53	+ 52	+ 50	+ 49	+ 47	+ 46
730	+ 44	+ 43	+ 41	+ 40	+ 38	+ 37	+ 35	+ 34	+ 32	+ 31
740	+ 29	+ 28	+ 26	+ 25	+ 24	+ 22	+ 21	+ 19	+ 18	+ 16
750	+ 15	+ 13	+ 12	+ 10	+ 9	+ 7	+ 6	+ 4	+ 3	+ 1
760	0	− 1	− 3	− 4	− 6	− 7	− 9	− 10	− 12	− 13
770	− 15	− 16	− 18	− 19	− 21	− 22	− 24	− 25	− 26	− 28
780	− 29	− 31	− 32	− 34	− 35	− 37	− 38	− 40	− 41	− 43
790	− 44	− 46	− 47	49	− 50	− 52	− 53	− 54	− 56	− 57
800	− 59	− 60	− 62	− 63	− 65	− 66	− 68	− 69	− 71	− 72
810	− 74	− 75	− 77	− 78	− 79	− 81	− 82	− 84	− 85	− 87
820	− 88	− 90	− 91	− 93	− 94	− 96	− 97	− 99	− 100	− 102
830	− 103	105	− 106	− 107	− 109	110	− 112	− 113	− 115	− 116
840	− 118	− 119	− 121	− 122	− 124	− 125	− 127	− 128	− 130	− 131
850	− 132	− 134	135	− 137	− 138	− 140	− 141	− 143	− 144	− 146

Correction für den inneren Druck.

Einheit = 0°0001.

Berechnet mit $\beta_i = 0{,}000\,162\,6$.

1. Eispunkt bei 0°.

Gradstrich	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
* 90	.	.	.	.	.	.	.	+ 68	+ 81	+ 94
0	+ 107	+ 120	+ 133	+ 146						
30	+ 162	+ 175	+ 188	+ 200	+ 213	+ 226	+ 239			
60	.	.	.	+ 257	+ 269	+ 282	+ 295	+ 307	+ 320	+ 333
70	+ 345	+ 358	+ 371	+ 383	+ 395	+ 408	+ 420	+ 433	+ 445	+ 458
80	+ 470	+ 483	+ 495	+ 508	+ 520	+ 533	+ 545	+ 558	+ 570	+ 583
90	+ 595	+ 608	+ 620	+ 633	+ 645	+ 657	+ 670	+ 682	+ 695	+ 707
100	+ 720	+ 732	+ 745	+ 757	+ 769					

2. Eispunkt bei 33°.

Gradstrich	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
30	+ 163	+ 176	+ 189	+ 202	+ 215	+ 227	+ 240			
60	.	.	.	+ 259	+ 271	+ 284	+ 296	+ 309	+ 322	+ 334
70	+ 347	+ 359	+ 372	+ 385	+ 397	+ 410	+ 423	+ 435	+ 448	+ 460
80	+ 473	+ 485	+ 498	+ 511	+ 523	+ 536	+ 548	+ 561	+ 574	+ 586
90	+ 598	+ 611	+ 624	+ 636	+ 649	+ 661	+ 674	+ 686	+ 699	+ 711
100	+ 724	+ 736	+ 749	+ 761	+ 774					

3. Eispunkt bei 67°.

Gradstrich	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
60	.	.	.	+ 260	+ 273	+ 286	+ 298	+ 311	+ 324	+ 336
70	+ 349	+ 362	+ 374	+ 387	+ 400	+ 413	+ 425	+ 438	+ 451	+ 463
80	+ 476	+ 489	+ 501	+ 514	+ 527	+ 539	+ 552	+ 565	+ 577	+ 590
90	+ 602	+ 615	+ 627	+ 640	+ 653	+ 665	+ 678	+ 691	+ 703	+ 716
100	+ 728	+ 741	+ 753	+ 766	+ 779					

Einer Aenderung des Eispunktes uun *de* entspricht eine Aenderung der Correction γ_i uun $0{,}000175 . \gamma_i . de$.

Thermometer No. 207:

Correction für den Gradwerth.

Einheit = 0°,0001.

Berechnet mit $c_{100} = +0{,}0654$ (reducirter Eispunkt bei 0°,00).

1. Reducirter Eispunkt bei 0°,00.

Grade	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	+ 7	+ 13	+ 20	+ 26	+ 33	+ 39	+ 46	+ 52	+ 59
30	+ 196	+ 203	+ 209	+ 216	+ 222	+ 229	+ 235	+ 242	+ 249	+ 255
60	+ 392	+ 399	+ 405	+ 412	+ 419	+ 425	+ 432	+ 438	+ 445	+ 451
70	+ 458	+ 464	+ 471	+ 477	+ 484	+ 491	+ 497	+ 504	+ 510	+ 517
80	+ 523	+ 530	+ 536	+ 543	+ 549	+ 556	+ 562	+ 569	+ 576	+ 582
90	+ 589	+ 595	+ 602	+ 608	+ 615	+ 621	+ 628	+ 634	+ 641	+ 647
100	+ 654	+ 661	+ 667	+ 774	+ 680	+ 687	+ 693	+ 700	+ 706	+ 713

2. Reducirter Eispunkt bei 33°,00.

Grade	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	— 48	— 95	— 143	— 190	— 238	— 285	— 333	— 380	— 428
30	— 1425	— 1473	— 1520	— 1568	— 1615	— 1663	— 1710	— 1758	— 1805	— 1853
40	— 1900	— 1948	— 1995	— 2043	— 2090	— 2138	— 2185	— 2233	— 2280	— 2328
50	— 2376	— 2423	— 2471	— 2518	— 2566	— 2613	— 2661	— 2708	— 2756	— 2803
60	— 2851	— 2898	— 2946	— 2993	— 3041	— 3088	— 3136	— 3183	— 3231	— 3278
70	— 3326	— 3373	— 3421	— 3468	— 3516	— 3563	— 3611	— 3658	— 2706	— 3753

3. Reducirter Eispunkt bei 66°,50.

Grade	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	— 102	— 204	— 305	— 407	— 509	— 611	— 713	— 814	— 916
10	— 1018	— 1120	— 1222	— 1323	— 1425	— 1527	— 1629	— 1731	— 1832	— 1934
20	— 2036	— 2138	— 2240	— 2341	— 2443	— 2545	— 2647	— 2749	— 2850	— 2952
30	— 3054	— 3156	— 3258	— 3359	— 3461	— 3563	— 3665	— 3767	— 3868	— 3970
40	— 4072	— 4174	— 4276	— 4377	— 4479	— 4581	— 4683	— 4785	— 4886	— 4988

Eine Aenderung des Eispunktes um *de* bringt innerhalb der möglichen Grenzen eine Aenderung der Correction *c* hervor um

$dc = -0{,}000\,164\,7 \,.\, t \,.\, de$, wenn der Eispunkt liegt in der Nähe von 0°,00

$dc = -0{,}000\,162\,9 \,.\, t \,.\, de$, wenn der Eispunkt liegt in der Nähe von 33,00

$dc = -0{,}000\,161\,1 \,.\, t \,.\, de$, wenn der Eispunkt liegt in der Nähe von 66,50.

Thermometer No. 207, aus dem Jenaer Glase 59^{III}, von Herrn Richter angefertigt, am 3. Oktober 1893 von Sell getheilt.

Ueber die Daten, auf denen die vorstehenden Tafeln beruhen, vergl. II, S. 15 bis 17.

Dimensionen.

Gefässmitte bis 0°	66	mm
Gefässmitte bis 33	124	„
Gefässmitte bis 67	191,3	„
Gefässmitte bis 100	450,5	„
Länge des Gefässes	50	„
Länge eines Grades im Intervalle *96°,8 bis 2°,8	7,989	„
Länge eines Grades im Intervalle 30,4 bis 36,1	7,947	„
Länge eines Grades im Intervalle 63,4 bis 104,1	7,852	„

Theilmaschine von Sommer und Runge.

Fortschreitende Fehler.

Einheit = 0,001 einer Umdrehung.

Tafel vom 12. IX. 1903.

Zehner der Schrauben-umdreh-ungen	Einer der Schraubenumdrehungen									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
− 2	− 5									
− 1	− 3	− 3	− 3	− 3	− 3	− 4	− 4	− 4	− 4	− 5
− 0	0	− 1	− 1	− 1	− 1	− 2	− 2	− 2	− 2	− 2
+ 0	0	0	0	0	0	0	+ 1	+ 1	+ 1	+ 1
+ 1	+ 2	+ 2	+ 2	+ 2	+ 3	+ 3	+ 3	+ 3	+ 4	+ 4
+ 2	+ 4	+ 4	+ 4	+ 5	+ 5	+ 5	+ 6	+ 6	+ 6	+ 6
+ 3	+ 7	+ 7	+ 7	+ 8	+ 8	+ 8	+ 9	+ 9	+ 10	+ 10
+ 4	+ 10	+ 10	+ 11	+ 11	+ 11	+ 12	+ 12	+ 13	+ 13	+ 13
+ 5	+ 14	+ 14	+ 14	+ 15	+ 15	+ 16	+ 16	+ 16	+ 17	+ 17
+ 6	+ 17	+ 18	+ 18	+ 18	+ 19	+ 19	+ 19	+ 20	+ 20	+ 20
+ 7	+ 21	+ 21	+ 21	+ 22	+ 22	+ 22	+ 23	+ 23	+ 23	+ 24
+ 8	+ 24	+ 25	+ 25	+ 25	+ 26	+ 26	+ 26	+ 27	+ 27	+ 27
+ 9	+ 28	+ 28	+ 28	+ 29	+ 29	+ 29	+ 30	+ 30	+ 30	+ 31
+ 10	+ 31	+ 31	+ 31	+ 32	+ 32	+ 32	+ 32	+ 33	+ 33	+ 33
+ 11	+ 33	+ 34	+ 34	+ 34	+ 34	+ 35	+ 35	+ 35	+ 35	+ 36
+ 12	+ 36	+ 36	+ 36	+ 37	+ 37	+ 37	+ 37	+ 38	+ 38	+ 38
+ 13	+ 38	+ 38	+ 39	+ 39	+ 39	+ 39	+ 39	+ 39	+ 40	+ 40
+ 14	+ 40	+ 40	+ 40	+ 40	+ 40	+ 41	+ 41	+ 41	+ 41	+ 41
+ 15	+ 41	+ 41	+ 42	+ 42	+ 42	+ 42	+ 42	+ 43	+ 43	+ 43
+ 16	+ 43	+ 44	+ 44	+ 44	+ 45	+ 45	+ 45	+ 45	+ 46	+ 46
+ 17	+ 46	+ 47	+ 47	+ 47	+ 47	+ 48	+ 48	+ 48	+ 49	+ 49
+ 18	+ 50	+ 50	+ 50	+ 51	+ 51	+ 52	+ 52	+ 52	+ 53	+ 53
+ 19	+ 53	+ 54	+ 54	+ 54	+ 54	+ 54	+ 54	+ 55	+ 55	+ 55
+ 20	+ 55	+ 55	+ 55	+ 55	+ 55	+ 56	+ 56	+ 56	+ 56	+ 56
+ 21	+ 56	+ 56	+ 56	+ 56	+ 56	+ 56	+ 57	+ 57	+ 57	+ 57
+ 22	+ 57	+ 57	+ 57	+ 57	+ 57	+ 57	+ 57	+ 57	+ 57	+ 57
+ 23	+ 57	+ 57	+ 57	+ 57	+ 57	+ 57	+ 56	+ 56	+ 56	+ 56
+ 24	+ 56	+ 56	+ 56	+ 56	+ 56	+ 56	+ 56	+ 56	+ 56	+ 56
+ 25	+ 56	+ 56	+ 56	+ 56	+ 56	+ 56	+ 56	+ 56	+ 56	+ 56
+ 26	+ 55	+ 55	+ 55	+ 55	+ 55	+ 55	+ 55	+ 55	+ 55	+ 55
+ 27	+ 55	+ 55	+ 54	+ 54	+ 54	+ 54	+ 54	+ 54	+ 54	+ 54
+ 28	+ 53	+ 53	+ 53	+ 53	+ 53	+ 53	+ 53	+ 52	+ 52	+ 52
+ 29	+ 52	+ 51	+ 51	+ 51	+ 51	+ 50	+ 50	+ 49	+ 49	+ 48
+ 30	+ 48	+ 47	+ 46	+ 46	+ 45	+ 44	+ 44	+ 43	+ 42	+ 42
+ 31	+ 41	+ 40	+ 40	+ 39	+ 39	+ 38	+ 37	+ 36	+ 36	+ 35
+ 32	+ 35	+ 34	+ 34	+ 33	+ 32	+ 32	+ 31	+ 30	+ 30	+ 29
+ 33	+ 28	+ 28	+ 27	+ 26	+ 26	+ 25	+ 25	+ 24	+ 23	+ 23
+ 34	+ 22	+ 22	+ 21	+ 20	+ 20	+ 19	+ 18	+ 18	+ 17	+ 16
+ 35	+ 16	+ 15	+ 14	+ 14	+ 13	+ 12	+ 12	+ 11	+ 10	+ 10
+ 36	+ 9	+ 9	+ 8	+ 8	+ 7	+ 7	+ 7	+ 6	+ 6	+ 6
+ 37	+ 5	+ 5	+ 5	+ 5	+ 4	+ 4	+ 4	+ 4	+ 3	+ 3
+ 38	+ 3	+ 2	+ 2	+ 2	+ 1	+ 1	+ 1	+ 1	0	0
+ 39	0	− 1	− 1	− 1	− 1	− 2	− 2	− 2	− 2	− 3
+ 40	− 3	− 3	− 3	− 3	− 4	− 4	− 4	− 4	− 4	− 4
+ 41	− 4	− 5	− 5	− 5	− 5	− 5	− 5	− 5	− 5	− 5
+ 42	− 6	− 6	− 6	− 6	− 6	− 6	− 6	− 6	− 6	− 7
+ 43	− 7	− 7	− 7	− 7	− 7	− 8	− 8	− 8	− 8	− 8
+ 44	− 8	− 9	− 9	− 9	− 9	− 9	− 9	− 9	− 10	− 10
+ 45	− 10	− 10	− 9	− 9	− 9	− 9	− 9	− 8	− 8	− 8
+ 46	− 7	− 7	− 7	− 6	− 6	− 5	− 5	− 5	− 4	− 4
+ 47	− 4	− 3	− 3	− 3	− 3	− 2	− 2	− 2	− 2	− 1
+ 48	− 1	− 1	− 1	− 1	− 1	0	0	0	0	0
+ 49	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+ 50	0	0	0	− 1	− 1	− 1	− 1	− 1	− 1	− 2
+ 51	− 2	− 2	− 2	− 3	− 3	− 3	− 3	− 3	− 4	− 4
+ 52	− 4	− 4	− 5	− 5	− 5	− 5	− 5	− 6	− 6	− 6
+ 53	− 6	− 6	− 6	− 7	− 7	− 7	− 7	− 7	− 8	− 8
+ 54	− 8	− 8	− 9	− 9	− 9	− 9	− 9	− 10	− 10	− 10
+ 55	− 11	− 11	− 11	− 11	− 11	− 12	− 12	− 12	− 12	− 12
+ 56										

Theilmaschine von Sommer und Runge.

Periodische Fehler.

Einheit = 0,001 einer Umdrehung.

Tafel vom 12. IX. 18[illegible].

Ort der Schraube	Zehntel der Schraubenumdrehungen									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
− 20	0	0	0	−1	−1	−1	−1	−1	0	0
− 10	0	0	0	−1	−1	−1	−1	−1	0	0
− 0	0	0	0	−1	−1	−1	−1	−1	0	0
+ 0	0	0	−1	−1	−1	−1	−1	−1	0	0
+ 10	0	0	−1	−1	−1	−1	−1	−1	0	0
+ 20	0	0	−1	−1	−2	−2	−1	−1	0	0
+ 30	0	−1	−1	−2	−3	−2	−2	−1	0	0
+ 40	0	−1	−2	−4	−4	−3	−3	−1	0	0
+ 50	0	−1	−2	−4	−4	−4	−3	−1	0	+1
+ 60	0	−1	−3	−4	−4	−4	−3	−1	0	+1
+ 70	0	−1	−3	−4	−4	−3	−2	−1	0	+1
+ 80	0	−1	−3	−4	−4	−3	−2	−1	0	+1
+ 90	0	−1	−2	−3	−3	−3	−2	0	+1	+1
+ 100	0	−1	−2	−3	−3	−2	−1	0	+1	+1
+ 110	0	−1	−2	−3	−3	−2	−1	0	+1	+1
+ 120	0	−1	−2	−2	−2	−1	0	+1	+1	+1
+ 130	0	−1	−2	−2	−2	−1	0	+1	+1	+1
+ 140	0	−1	−2	−2	−1	−1	0	+1	+1	+1
+ 150	0	−1	−2	−2	−1	0	+1	+1	+2	+1
+ 160	0	−1	−1	−1	−1	0	+1	+2	+2	+1
+ 170	0	−1	−1	−1	0	+1	+2	+2	+2	+1
+ 180	0	−1	−1	−1	0	+1	+2	+2	+2	+1
+ 190	0	−1	−1	0	0	+2	+2	+2	+2	+1
+ 200	0	−1	−1	0	+1	+2	+3	+3	+2	+1
+ 210	0	−1	−1	0	+1	+2	+3	+3	+2	+1
+ 220	0	−1	−1	0	+1	+2	+3	+3	+2	+1
+ 230	0	−1	−1	0	+1	+2	+3	+3	+2	+1
+ 240	0	−1	−1	0	+1	+2	+3	+3	+2	+1
+ 250	0	−1	−1	0	+1	+2	+3	+3	+2	+1
+ 260	0	−1	0	+1	+1	+2	+3	+3	+2	+1
+ 270	0	0	0	+1	+1	+2	+3	+3	+2	+1
+ 280	0	0	0	+1	+1	+2	+3	+3	+2	+1
+ 290	0	0	0	+1	+1	+2	+3	+3	+2	+1
+ 300	0	0	0	+1	+2	+2	+3	+3	+2	+1
+ 310	0	0	0	+1	+1	+2	+3	+2	+2	+1
+ 320	0	0	0	+1	+1	+2	+3	+2	+2	+1
+ 330	0	0	0	+1	+1	+2	+3	+2	+2	+1
+ 340	0	0	0	+1	+1	+2	+2	+2	+2	+1
+ 350	0	0	0	+1	+1	+2	+2	+2	+1	+1
+ 360	0	0	0	+1	+1	+2	+2	+2	+1	+1
+ 370	0	0	0	+1	+1	+2	+2	+2	+1	0
+ 380	0	0	0	+1	+1	+2	+2	+2	+1	0
+ 390	0	0	0	+1	+1	+2	+2	+2	+1	0
+ 400	0	0	0	+1	+1	+2	+2	+2	+1	0
+ 410	0	0	0	+1	+1	+2	+2	+2	+1	0
+ 420	0	0	0	+1	+1	+2	+2	+1	+1	0
+ 430	0	0	0	+1	+1	+2	+2	+1	+1	0
+ 440	0	0	0	+1	+1	+2	+2	+1	+1	0
+ 450	0	0	0	+1	+1	+2	+2	+1	+1	0
+ 460	0	0	0	+1	+1	+2	+2	+1	0	0
+ 470	0	0	0	+1	+1	+2	+1	+1	0	0
+ 480	0	0	0	+1	+1	+2	+1	+1	0	0
+ 490	0	0	0	+1	+1	+2	+1	+1	0	0
+ 500	0	0	+1	+1	+1	+2	+1	+1	0	0
+ 510	0	0	+1	+1	+2	+2	+1	+1	0	0
+ 520	0	0	+1	+1	+2	+2	+1	+1	0	0
+ 530	0	0	+1	+1	+2	+1	+1	+1	0	0
+ 540	0	0	+1	+2	+2	+1	+1	+1	0	0
+ 550	0	0	+1	+2	+2	+1	+1	+1	0	0
+ 560	0	0	+1	+2	+2	+1	+1	+1	0	0

UNTERSUCHUNGEN

ÜBER DIE

THERMISCHE AUSDEHNUNG

VON FESTEN UND TROPFBAR FLÜSSIGEN KÖRPERN

AUSGEFÜHRT DURCH

M. THIESEN K. SCHEEL L. SELL

MITGETHEILT VON

M. THIESEN

INHALTSVERZEICHNISS.

I. Vorbemerkungen.

Zweck der Untersuchungen. — Die genaue Bestimmung der thermischen Ausdehnung fester und tropfbar flüssiger Körper bietet ein vielfaches Interesse dar. Meistens ist dieses Interesse ein indirectes, insofern es wenige Untersuchungen giebt, bei welchen nicht die durch die Temperatur verursachten Volumenänderungen eine Rolle spielen und in das Resultat als Correctionsgrössen eingehen. Auch für die vorliegenden und für die in dieser Richtung noch weiter auszuführenden Untersuchungen ist der Anlass grossentheils dadurch gegeben worden, dass die geplanten Untersuchungen über Zustandsänderungen von Gasen behufs Feststellung einer absoluten Temperaturscale nicht mit Erfolg in Angriff genommen werden können, wenn nicht die Volumenänderungen der die Gase einschliessenden Gefässe gut bestimmbar und die Ausdehnungen des Quecksilbers und Wassers behufs Reduction der Drucke genau bekannt sind.

Andererseits kann die genaue Kenntniss dieser Ausdehnungen aber auch unmittelbar zur Förderung der Erkenntniss von der Natur der Körper beitragen.

Bei einfachen wohldefinirten Flüssigkeiten liefert dieselbe einen wesentlichen Beitrag zu den Daten, aus deren Gesammtheit sich alle Zustandsänderungen eines flüssigen Körpers ableiten lassen und deren Zusammenfassung in eine Gleichung oder eine den Körper charakterisirende Function in den letzten Jahrzehnten der Gegenstand vieler Bemühungen gewesen ist.

Etwas verschieden liegt die Sache bei festen Körpern, bei denen nicht, wie es für Flüssigkeiten in vielen Beziehungen der Fall zu sein scheint, zwei Parameter genügen, um bei bekannter chemischer Zusammensetzung den Zustand des Körpers festzulegen. Bei diesen besteht das unmittelbare theoretische Interesse von Ausdehnungsbestimmungen zum Theil darin, dass die Voraussetzungen selbst, auf denen die Bestimmung von Ausdehnungen beruht, noch zu prüfen und wenigstens für einige feste Körper zu modificiren sind.

Bemerkungen über die thermische Nachwirkung. — Da die Erscheinungen, für welche ich die Bezeichung „thermische Nachwirkung“ eingeführt habe, auch für die Technik der Ausdehnungsbestimmungen von

Wichtigkeit sind, aber auf diesem bis vor kurzer Zeit wenig bearbeiteten Gebiete keine vollständige Uebereinstimmung der Auffassung und der Terminologie herrscht, so will ich an dieser Stelle kurz die Anschauungen niederlegen, welche völlig mit meiner früheren diesen Gegenstand berührenden Veröffentlichung[1]) übereinstimmen und in den folgenden Untersuchungen maassgebend waren. Ferner werde ich einige neue Bezeichnungen einführen, deren Bedürfniss sich fühlbar macht.

Die Ausdehnung, welche ein Körper erfährt, wenn er von einer Anfangstemperatur auf eine andere, die Endtemperatur, gebracht wird, hängt für verschiedene feste Körper (z. B. Glas, Hartgummi, Zink) nicht allein von diesen Temperaturen, sondern auch von dem Wege ab, auf welchem der Körper von der Anfangs- zu der Endtemperatur gelangt, ja sogar auch von dem Wege, auf welchem er zu der Anfangstemperatur gelangt ist. Auch bei gleichbleibender Temperatur ändert sich das Volumen der genannten Körper unter gewissen Umständen noch nach Jahrzehnten in messbarer Weise.

Die Gesetze dieser Aenderungen sind nur für einige Glassorten und für diese auch nur unvollkommen bekannt. Von den anderen angeführten Körpern weiss man kaum mehr, als dass bei ihnen thermische Nachwirkungen von hohem Betrage auftreten; bei anderen Körpern sind diese Erscheinungen bisher nur vermuthet worden. Es liegt aber zunächst kein Grund vor, daran zu zweifeln, dass die für Glas gefundenen Regeln in ihren wesentlichen Grundzügen auch für andere Körper giltig sind.

Der Aufstellung dieser Regeln will ich eine Hypothese vorausschicken, welche zwar schwerlich der Natur der Erscheinungen ganz entspricht, aber doch geeignet ist, eine bestimmte Anschauung zu gewähren und die Grundlage für eine Theorie der bisher beobachteten Erscheinungen zu bilden. Die genauere Natur der thermischen Nachwirkung dürfte erst dann näher festzustellen sein, wenn neben den Volumenänderungen noch andere hierher gehörige Erscheinungen, z. B. die Aenderungen des galvanischen Widerstandes, besser bekannt sein werden.

Ich werde nun voraussetzen, dass sich in der Hauptmasse des Körpers, welcher thermische Nachwirkungen zeigt, andere kleine Körperchen verschiedener Art eingebettet befinden, und dass zwischen diesen und der Hauptmasse die Ausgleichung der Temperatur, zumal bei niederen Temperaturen, mit beispielloser Langsamkeit erfolgt. Nimmt man noch der Einfachheit wegen an, dass sich das zur Beobachtung gelangende Gesammtvolumen additiv aus dem Volumen der Hauptmasse und der eingebetteten Körperchen

[1]) M. Thiesen, Vergleichungen von Quecksilberthermometern, S. 7–8, 20 ff., 36, in: Metronomische Beiträge No. 3, herausgegeben von W. Foerster, Berlin 1881.

zusammensetzt[1]), so sind damit alle Grundlagen zur Ableitung und Erklärung der beobachteten Erscheinungen gegeben.

Es ergiebt sich aus dieser Hypothese zunächst, dass sich die Ausdehnung eines Körpers mit thermischer Nachwirkung in üblicher Weise bestimmen lässt, vorausgesetzt, dass der Körper lange genug auf denselben Temperaturen erhalten wird, so lange nämlich, dass der Körper merklich in seinen „normalen" Zustand gelangt ist, in welchem nach der Hypothese die Körperchen dieselbe Temperatur wie die Hauptmasse haben. Praktisch ist aber die Bestimmung dieser „normalen Ausdehnung"[2]) oft nicht gut möglich, da die Zeit, welche der Körper braucht, um aus dem durch höhere Temperaturen „gestörten" in den normalen Zustand überzugehen, oft sehr gross ist und beispielsweise für Gläser und bei Zimmertemperaturen nach Monaten oder Jahren gerechnet werden muss.

Man kann diese Zeit allerdings öfters durch langsame Abkühlung beschleunigen, indem man die Erfahrung benutzt, dass wenigstens ein grosser Theil der Aenderungen bei höheren Temperaturen viel schneller erfolgt als bei niedrigen. Es ist daher vortheilhaft, die Zurückführung eines durch eine hohe Temperatur gestörten Körpers auf seinen normalen Zustand bei niederer Temperatur in der Weise auszuführen, dass der Körper den Zwischentemperaturen lange genug ausgesetzt bleibt, um die durch die nächst höhere Temperatur verursachte Störung merklich zu verlieren.

Aber auch dies Verfahren kann nicht immer in genügend kurzer Zeit zum Ziele führen. Gerade in den Fällen, in denen es sich um schnelle Temperaturänderungen handelt, kann man nun eine andere Art der Ausdehnung benutzen, welche die „Hauptausdehnung"[3]) genannt werden soll und welche ebenfalls die Eigenschaft besitzt, nur von den Temperaturgrenzen abhängig zu sein. Diese Ausdehnung tritt dann ein, wenn der Körper sehr schnell von einer Temperatur auf eine andere gebracht wird. In diesem Falle werden nämlich nach der eingeführten Hypothese die eingebetteten Körperchen ihre Temperatur nicht merklich ändern können, und die beobachtete Ausdehnung wird, welches auch die Temperaturen der Körperchen waren, der Ausdehnung der Hauptmasse gleich sein. Thatsächlich ist es

[1]) Wollte man streng in den Anschauungen der Hypothese bleiben, so müsste man eine indirecte Beeinflussung des Gesammtvolumens durch den Druck der eingebetteten Körper annehmen. Es ändert sich hierdurch nichts wesentliches in der Erscheinung; nur die Definitionen werden andere. Ich betone aber nochmals, dass die Hypothese nur dazu dienen soll, eine gewisse Anschauung der Erscheinungen und die allgemeine Grundlage einer Theorie zu bieten

[2]) Dieselbe ist von Herrn Guillaume als „dilatation sans résidus" bezeichnet. Guillaume, Traité pratique de la Thermométrie de précision, S. 217, Paris 1889.

[3]) Von Herrn Guillaume „dilatation avec les résidus" genannt.

durch die Erfahrung an Quecksilberthermometern bestätigt worden, dass bei genügend schnellen Temperaturänderungen die Ausdehnung des Glases merklich unabhängig von seinem mit der Zeit veränderlichen Anfangsvolumen ist, und man benutzt aus praktischen Rücksichten diese Hauptausdehnung des Glases ausschliesslich für genaue Messungen mit dem Quecksilberthermometer.

Sehr häufig werden die beobachteten Unregelmässigkeiten der Ausdehnung fester Körper Spannungen zur Last gelegt, welche in diesen Körpern herrschen, und man ist vielfach geneigt, auch die Erscheinungen der thermischen Nachwirkungen mit diesen Spannungen in unmittelbaren Zusammenhang zu bringen, so dass gut gekühlte Körper überhaupt keine Nachwirkungserscheinungen zeigen würden.[1] Nach den hier entwickelten Anschauungen ist ein solcher unmittelbarer Zusammenhang nicht vorhanden, die thermischen Nachwirkungen beruhen hiernach nicht auf zufälligen, sondern auf wesentlichen Eigenschaften der betreffenden Körper.

Spannungen beim raschen Festwerden eines Körpers kommen dadurch zu Stande, dass einzelne Theile des Körpers durch die schon vorher festgewordenen Massen gezwungen werden, ein Volumen anzunehmen, welches nicht der Temperatur und dem äusseren Druck, der auf dem ganzen Körper lastet, entspricht. Dadurch werden starke, meist negative Druckkräfte im Innern des Körpers erzeugt. Dehnt sich nun der festgewordene Körper durch Aenderung der in seiner ganzen Masse als gleichmässig angenommenen Temperatur aus, so wird eine Abweichung der Ausdehnung seiner einzelnen Theile von der Ausdehnung bei fehlender Spannung nur dadurch bedingt, dass die Ausdehnung von Körpern etwas vom Druck abhängt, und aus diesem Grunde erfolgt auch durch die verschiedene Ausdehnung der einzelnen Theile eine Aenderung der Spannung mit der Temperatur und, zumal da die Spannungen desselben Körpertheilchens in den äusseren Schichten nach verschiedenen Richtungen hin verschieden sein müssen, eine Aenderung der Gestalt des Körpers bei variirender Temperatur. Man kann voraussehen, dass die normale cubische Ausdehnung von Körpern, welche durch rasche Abkühlung stark gespannt sind, meistens etwas grösser sein wird als für gut gekühlte Körper, und die Erfahrung scheint diese Annahme für Glas zu bestätigen.

[1] Vergl. namentlich Schott, Vortrag, gehalten im Verein zur Beförderung des Gewerbfleisses, S. 13, Berlin 1892. Doch betonen fast alle älteren und auch viele neueren Veröffentlichungen über den Gegenstand den Zusammenhang zwischen thermischer Nachwirkung und Spannung, vielleicht in Folge des Einflusses der älteren unhaltbaren Ansicht, die das Ansteigen des Eispunktes von Quecksilberthermometern durch den Einfluss des äusseren Luftdrucks erklärte.

Ebenso werden auch die Erscheinungen der thermischen Nachwirkung in den gespannten Theilen nur insofern anders verlaufen, als sie vom Drucke abhängig sind. Man könnte freilich vermuthen, dass die Erweichung und sehr langsame Abkühlung, welche zur Herstellung nicht gespannter fester Körper erforderlich ist, namentlich bei Glas nicht ohne Einfluss auf dessen moleculare Beschaffenheit ist; doch scheinen mir die bisher veröffentlichten Versuche[1]) über den Einfluss der in Jena ausgeübten „Feinkühlung" eine solche Annahme keineswegs zu erfordern. Dieselben lassen sich vielmehr sämmtlich durch den oben auseinandergesetzten Einfluss der Spannung auf die normale Ausdehnung und durch die Annahme erklären und qualitativ voraussehen, dass die Nachwirkungserscheinungen nicht wesentlich von Druck und Spannung abhängen. Diese einfachere Annahme muss daher auch bis auf weiteres für ein Programm zur Ausführung genauer Ausdehnungsbestimmungen maassgebend bleiben; ihre nähere Prüfung ist auf Grund der bisher vorliegenden Versuche wohl noch nicht ausführbar.

Allgemeines Programm. — Die besseren Methoden, welche zur Bestimmung der Ausdehnung von festen und flüssigen Körpern vorliegen, lassen sich in drei Klassen theilen. Dabei ist von denjenigen Methoden abgesehen, welche bei nicht isotropen Körpern Unterschiede der Ausdehnung nach verschiedenen Richtungen aus der Formveränderung des Körpers ableiten lassen.

Die erste Klasse umfasst die Bestimmung der linearen Ausdehnung fester Körper, entweder absolut oder relativ zur Ausdehnung eines anderen Körpers.

Zur zweiten Klasse rechnen wir die hydrostatischen Methoden, durch welche sich die Ausdehnung von Flüssigkeiten absolut bestimmen lässt.

Endlich gehören zur dritten Klasse diejenigen Methoden, durch welche die Ausdehnung einer Flüssigkeit relativ zu einer anderen Flüssigkeit oder einem festen Körper bestimmt wird.

Um wirklich einwandsfreie genaue Ausdehnungsbestimmungen der wichtigeren Körper zu erlangen, werden möglichst die Methoden aller drei Klassen zu benutzen sein; jedenfalls ist es erforderlich, wenigstens für zwei Körper die Ausdehnung absolut zu bestimmen und durch Untersuchungen, welche den Methoden der dritten Klasse angehören, eine Verbindung zwischen denselben zu schaffen. Nur wenn sich bei dieser Verbindung ein genügend kleiner Schlussfehler ergiebt, wird man sicher sein, eine feste Grundlage gewonnen zu haben.

---

[1]) Vergl. namentlich die Versuche des Herrn Pulfrich; S. 12 des S. 78 citirten Vortrages von Schott.

Beispielsweise wäre zu untersuchen

Quarz absolut (durch Bestimmung der linearen Ausdehnung in drei zu einander senkrechten Richtungen),
Wasser relativ zu Quarz,
Wasser absolut;

oder

Kupfer absolut,
Wasser relativ zu Kupfer,
Quecksilber relativ zu Wasser,
Quecksilber absolut.

Die hier zunächst veröffentlichten Untersuchungen, deren Plan und Ausführung vielfach durch die Nothwendigkeit gegeben war, die gerade vorhandenen experimentellen Hilfsmittel zu erproben und zu benutzen, liefern zu diesem Programme nur insofern einen kleinen Beitrag, als sich aus ihnen eine indirecte, aber gute Bestimmung der Ausdehnung des Wassers gegen Quecksilber zwischen den Temperaturen 0° und 100° ergeben hat. Weitergehende Absichten sind daran gescheitert, dass auch diejenigen Glassorten, welche in nahe constanter Zusammensetzung hergestellt werden, doch noch in ihren Eigenschaften soweit variiren, dass für genaue Bestimmungen jedem aus Glas gefertigten Gegenstande seine individuelle Ausdehnung zugeschrieben werden muss.

Definition von Ausdrücken. — Es bleibt noch übrig, einige Begriffe, welche in diesen Veröffentlichungen stets in demselben Sinne gebraucht werden sollen, näher zu definiren.

Zunächst soll im allgemeinen von der Benutzung des Ausdehnungscoefficienten abgesehen werden, da dieser Begriff nur dann eine Vereinfachung gewährt, wenn der Ausdehnungscoefficient als constant angesehen wird. Wir werden vielmehr von der linearen und cubischen Ausdehnung der Körper sprechen und auch das Beiwort (cubisch) im letzteren Falle meist fortlassen. „Ausdehnung" eines Körpers ist hiernach der Zuwachs, welchen das Volumen des Körpers von der Normaltemperatur an (mit Ausnahme von Wasser meist 0°) bis zur Vergleichstemperatur erfährt, falls der Zuwachs durch das Volumen bei 0° gemessen wird. Entsprechend ist der Ausdruck „lineare Ausdehnung" benutzt worden.

Ferner macht sich das Bedürfniss geltend, den oft in verschiedener Bedeutung gebrauchten Begriff der relativen Ausdehnung zweier Körper scharf zu bestimmen. Sei α_a die Ausdehnung eines Körpers, welcher selbst

mit a bezeichnet werden soll, α_b die Ausdehnung eines zweiten Körpers b, so soll die Grösse

$$\alpha_{a,b} = \frac{\alpha_a - \alpha_b}{1 + \alpha_b}$$

als Ausdehnung des Körpers a relativ zu b (oder a gegen b, a in b) bezeichnet werden. Diese Grösse steht zu der Ausdehnung des Körpers b relativ zu a, also mit der Grösse[1])

$$\alpha_{b,a} = \frac{\alpha_b - \alpha_a}{1 + \alpha_a},$$

wie leicht ersichtlich, in der einfachen functionellen Beziehung

$$0 = \alpha_{a,b} + \alpha_{b,a} + \alpha_{a,b}\,\alpha_{b,a}.$$

Sind ferner die Ausdehnungen zweier Körper relativ zu einem dritten bekannt, so sind auch ihre Ausdehnungen gegeneinander gegeben durch

$$\alpha_{a,b} = + \alpha_{a,c} + \alpha_{c,b} + \alpha_{a,c}\,\alpha_{c,b}.$$

Die Methoden der dritten Classe geben stets relative Ausdehnungen in der hier festgesetzten Bedeutung, dagegen nicht Ausdehnungsunterschiede.

Ganz dieselben Beziehungen ergeben sich auch für die entsprechend definirten relativen linearen Ausdehnungen. Dieser Begriff ist von geringerer Bedeutung, doch mag die Bemerkung hier Platz finden, dass sich relative cubische Ausdehnungen aus den relativen linearen ganz in derselben Weise streng ableiten lassen, wie dies bei absoluten Ausdehnungen der Fall ist. Es folgt dies unmittelbar daraus, dass die relativen Ausdehnungen, zu 1 addirt, Volumenverhältnisse, dagegen die zu 1 addirten linearen relativen Ausdehnungen die entsprechenden Längenverhältnisse darstellen.

II. Bestimmung der linearen Ausdehnung einiger Glasstäbe und eines Zinkstabes.[2])

1. Zweck und allgemeines Ergebniss der Untersuchung.

Die Bestimmung der genauen Ausdehnung von Gläsern, welche in bekannter und nahe constant bleibender Zusammensetzung dauernd hergestellt werden, erschien von grosser Wichtigkeit. Unter den bereits durch

[1]) Die Beziehung zwischen den Grössen $\alpha_{a,b}$ und $\alpha_{b,a}$ kann auch so aufgefasst werden, dass die Anfangs- und Endtemperaturen für die beiden Grössen ihre Rollen mit einander vertauschen.

[2]) Die erstere dieser Untersuchungen ist schon auszugsweise, aber ohne Berücksichtigung der Schraubenfehler, publicirt worden: Thiesen und Scheel, Zeitschrift für Instrumentenkunde 12, S. 293—296, 1892.

die Reichsanstalt ausgeführten Untersuchungen hingen mehrere, namentlich die Bestimmung des Temperaturcoefficienten des elektrischen Widerstandes von Quecksilber durch die Herren Kreichgauer und Jaeger[1]), sowie die Bestimmung der Ausdehnung des Wassers durch Scheel[2]) direct von der Kenntniss der Ausdehnung des Jenaer Glases 16^{III} ab. Auch für die thermometrischen Arbeiten ist die Kenntniss der Ausdehnung der betreffenden Gläser erwünscht. Namentlich aber durfte man hoffen, aus der Kenntniss dieser Ausdehnungen grossen Vortheil für weitere Untersuchungen zu ziehen, u. a. durch die Verbindung mit einer verhältnissmässig leichten Bestimmung der Ausdehnung von Quecksilber gegen Glas eine gute Bestimmung der Ausdehnung des Quecksilbers zu gewinnen, sowie bei Untersuchungen von Gasen der lästigen Bestimmung der individuellen Ausdehnung der benutzten Gefässe enthoben zu sein.

Die Untersuchung führte nun dazu, die lineare Ausdehnung von drei Stäben aus den drei wichtigen Glassorten: Jenaer Glas 16^{III}, Jenaer Glas 59^{III} und französisches *verre dur* (auch *verre vert* und fälschlich Tonnelot'sches Glas genannt) mit einer für die genannten Zwecke hinreichenden Genauigkeit zu bestimmen. Doch hat sich ferner durch Verbindung mit den weiterhin zu beschreibenden Untersuchungen ergeben, dass die betreffenden Gläser nicht in genügend constanter Beschaffenheit zu erlangen sind, um die erhaltenen Werthe durchweg anwenden zu können, dass man vielmehr Abweichungen von 1 % und mehr in der Ausdehnung dieser Gläser erwarten muss.[3])

Einen anderen Zweck verfolgte die mit wesentlich denselben Hilfsmitteln und nach denselben Methoden ausgeführte Untersuchung eines Zinkstabes. Aeltere Untersuchungen[4]) hatten gezeigt, dass Zink in sehr hohem Maasse die Erscheinungen der thermischen Nachwirkungen zeigt, und man hat daher in letzterer Zeit von der Anwendung dieses Metalls vielfach auch in den Fällen absehen müssen, für welche es durch seine hohe Ausdehnung besonders geeignet erscheint, z. B. für Compensationszwecke und Metallthermometer. Die Absicht, die thermische Nachwirkung des Zinks etwas näher zu studiren, scheiterte nun aber daran, dass die erwartete Wirkung bei dem

[1]) Kreichgauer und Jaeger, Wied. Ann. 47, S. 513, 1892.

[2]) Scheel: Inaug.-Diss. Berlin 1890.; Wied. Ann. 47, S. 440, 1892.

[3]) Nach mündlicher Mittheilung des Herrn Schott sind Abweichungen dieser Ordnung schon durch die unvermeidlichen Verschiedenheiten in der Zusammensetzung des Glasflusses bei technischer Herstellung bedingt.

[4]) Ausser zahlreichen Schriften, die sich namentlich an die noch von anderen Gesichtspunkten ausgehenden Veröffentlichungen Baeyer's knüpfen, vergleiche man: Baeyer, die Küstenvermessung und ihre Verbindung mit der Berliner Grundlinie, S. 18 u. 23, Berlin 1849; Comstock, Amer. Journal of Science 22, S. 26, New Haven 1881; Heinemann, Programm des Gymnasiums zu Lyck, 1891.

benutzten Stabe fast vollkommen ausblieb. Es muss zunächst dahingestellt bleiben, ob dies an der grossen Reinheit des angewandten Zinks, an seiner crystallinischen Structur, oder daran lag, dass der Stab erst kurz vor den Untersuchungen gegossen war, jedenfalls eröffnen die Ergebnisse der Untersuchung einige Aussicht auf Wiederanwendung des Zinks für die oben genannten Aufgaben.

2. Allgemeine Beschreibung der Methode.

Die Untersuchung erfolgte in der Weise, dass der zu untersuchende Stab in einem Troge auf der Vergleichstemperatur erhalten und mittels eines Transversal-Comparators mit einem Hilfsstabe verglichen wurde, welcher in einem zweiten Troge bei allen Vergleichungen sehr nahe auf derselben Temperatur blieb, dessen Länge daher nur kleine, leicht in Rechnung zu ziehende Aenderungen erfuhr. Die constanten Temperaturen wurden dadurch erhalten, dass man Wasser zwischen den Trögen und zwischen Wasserbädern circuliren liess, in welch' letztern die Temperatur des Wassers durch automatisch regulirte Gasbrenner constant erhalten wurde. Für die Temperatur 0° wurde eines der Bäder zum grössten Theil mit Eisblöcken gefüllt, die Temperatur 100° wurde direct durch Durchstreichen von Dampf durch den Trog gewonnen. Gemessen wurden die Temperaturen durch Quecksilberthermometer, welche dicht neben den Stäben sich unter ganz ähnlichen Verhältnissen wie diese befanden. Die Untersuchung dieser Thermometer war vorzugsweise durch Scheel ausgeführt worden.

Der Unterschied der Vergleichsstäbe wurde durch die Messung unmittelbar in Trommeltheilen der Ablesemikroskope des Comparators gewonnen. Da aber bei jeder Messung drei Striche an jedem Ende der Vergleichsstäbe eingestellt wurden, so liess sich das Resultat leicht durch die Intervalle zwischen diesen Strichen ausdrücken. Die Bestimmung der Grösse dieser Intervalle, der Länge der Stäbe und der Fehler der Mikrometerschrauben bildete den Gegenstand eigener Untersuchungen, welche Sell anvertraut waren, während Scheel und ich die eigentlichen Vergleichungen ausgeführt haben.

Diese Vergleichungen zerfallen in drei Reihen. Bei der ersten vom 11. Januar bis zum 3. Februar 1892 ausgeführten Reihe standen je drei Röhren aus den beiden Jenaer Gläsern 16^{III} und 59^{III} zur Verfügung; die Vergleichungen fanden, abgesehen von einigen nicht benutzten Messungen, bei den Temperaturen 0°, 25°, 50°, 75° und 100° statt.

Aus Gründen, welche in der Beschaffenheit der Röhren zu suchen waren, gab diese Reihe aber nur ein wenig befriedigendes Ergebniss; die Resultate derselben sind im folgenden nur ganz kurz mitgetheilt.

Eine zweite Reihe wurde mit je einer Röhre aus den beiden Jenaer Gläsern und dem französischen *verre dur* ebenfalls bei den Temperaturen 0°, 25°, 50°, 75°, 100° vom 18. Mai bis 11. Juni 1892 ausgeführt; die vorläufigen Resultate dieser Reihe sind bereits kurz veröffentlicht worden.

Endlich wurde die Untersuchung des Zinkstabes durch Vergleichung mit einer Röhre der zweiten Reihe vom 27. März bis 25. April 1893 ausgeführt; eine an sich wünschenswerthe gelegentliche Wiederaufnahme dieser Vergleichungen ist durch Zurückgabe des der Kaiserlichen Normal-Aichungs-Kommission gehörenden Comparators zunächst verhindert worden. Diese Vergleichungen fanden vorzugsweise bei Temperaturen von 0° statt, da es gerade darauf ankam, die Längenänderungen zu bestimmen, welche der Stab durch eine unmittelbar vorausgegangene Erwärmung erlitten hatte. Doch wurden auch Vergleichungen bei 100° ausgeführt und dadurch gut stimmende Werthe für die Hauptausdehnung des Stabes gewonnen, die aber wohl bei seiner stark crystallinischen Structur nur eine individuelle Bedeutung haben.

3. Genauere Beschreibung der Apparate.

Vergleichsstäbe. — Die Glasstäbe der ersten Versuchsreihe waren aus Röhren von etwa 6 mm äusserem und 1 mm innerem Durchmesser, wie sie für die Quecksilbercopien des Ohms in der Reichsanstalt zur Verwendung kommen, angefertigt. Die Röhren aus dem Glase 16III entstammten einem grösseren Vorrathe dieser von der Anstalt in den Jahren 1887 und 1888 aus dem Glastechnischen Laboratorium zu Jena bezogenen Röhren; zwei davon trugen bereits die Millimetertheilung, mit der sie behufs ihrer Calibrirung zur Ableitung des galvanischen Widerstandes aus ihren Dimensionen versehen wurden, und sind nach Ausführung der Untersuchungen der elektrischen Gruppe zur Benutzung als Ohmcopieen zurückgegeben worden. Die Röhren aus dem Glase 59III waren von der Reichsanstalt im November 1891 aus Jena bezogen. Die sechs Röhren wurden auf eine Länge von 1,07 m abgeschnitten und in der Werkstätte des Herrn Fuess zu Steglitz an den Enden mit je 5 Strichen in Abständen von 0,5 mm derart versehen, dass die Abstände der Mittelstriche bei 0° fast genau 1,000 m betrug. Die Striche waren auf der cylindrischen Oberfläche der Röhren aufgeätzt. Leider war es bei der Theilung der Röhren vernachlässigt worden, die Mitten der Striche an den beiden Enden genügend genau in denselben Azimuth zu bringen, vielmehr waren bei einzelnen Röhren die Theilungen so weit gegen einander verdreht, dass selbst die einander zugekehrten Enden der Striche nicht gleichzeitig unter die Längsfäden der auf die Axe der Röhre eingestellten Mikroskope gebracht werden konnten. Zwei von den Röhren, bei welchen

dieser Uebelstand am stärksten auftrat, wurden alsbald von den Beobachtungen ausgeschlossen; doch hat dieser Fehler auch bei den verbleibenden vier Röhren in Verbindung mit dem Umstande, dass bei der Lage der Striche auf der Röhrenoberfläche Biegungen von erheblichem Einfluss sein mussten, unzweifelhaft das schlechte Ergebniss der ersten Reihe bedingt.

Man beschloss daher, für eine zweite Vergleichsreihe die Theilung nach andern Principien ausführen zu lassen. Die Stäbe für diese Reihe wurden aus Thermometercapillaren von etwa 4 mm Durchmesser angefertigt. Zunächst wurden die Röhren aus *verre dur* und dem Jenaer Glase 16III dadurch gerade gestreckt, dass man sie unten belastet anfhing und vorsichtig durch einen Bunsenbrenner bis zur beginnenden Flammenfärbung erhitzte. Eine deutliche Verlängerung der Röhren trat durch diese Operation nicht ein. Die Röhren aus dem Jenaer Glase 59III waren genügend gerade und wurden der beschriebenen Operation nicht unterzogen. Die Röhren aus Jenaer Glas entstammten derselben Quelle wie die Röhren der ersten Versuchsreihe, und zwar die Röhre 16III der Sendung von 1888, wie auch durch den fehlenden rothen Streifen bestätigt wird; die Röhren aus *verre dur* waren kurz vorher durch Tonnelot in Paris geliefert worden.

Die Röhren wurden nun von Herrn Magen in Berlin auf 1,01 m abgeschnitten (die Röhren aus *verre dur* waren nur in dieser Länge geliefert worden) und an ihren Enden auf eine Länge von etwa 1 cm mit durchaus planen in derselben Ebene liegenden angeschliffenen Flächen versehen, welche, soweit es die enge Kapillare gestattete, nahe der Axe der Röhren lagen (vergl. Fig. 1). Auf diese Flächen waren die Theilungen, nämlich

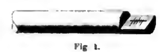


Fig. 1.

5 Striche von etwa 0,03 mm Breite in Entfernungen von je 0,5 mm, geätzt; die Mitte der Striche wurde durch einen Längsstrich durchschnitten und dabei Sorge getragen, dass die Längsstriche an den beiden Enden Theile derselben Geraden waren. Die Mittelstriche der Theilungen waren bei Zimmertemperatur sehr nahe 1 m von einander entfernt.

Der für die dritte Versuchsreihe benutzte Zinkstab wurde aus dem Zink II des Herrn Kahlbaum in Berlin hergestellt. Von fremden Metallen enthält dies Zink nach einer Analyse des früheren Assistenten der Reichsanstalt Herrn Fromm 0,2 % Blei, 0,01 % Cadmium und 0,01 % Eisen. Die Anfertigung des Stabes geschah auf Vorschlag von Scheel in der Werkstätte der Anstalt in der Weise, dass man in das in einem Tiegel geschmolzene Zink eine angewärmte Glasröhre tauchte und in dieser durch Verbindung mit einer Luftpumpe das

geschmolzene Zink hochsog. Nach einigen Versuchen gelang es den Bemühungen der Herren v. Liechtenstein und Schwirkus, auf diese Weise am 20. März 1893 zwei dichte brauchbare Stäbe von 7,5 mm Durchmesser herzustellen, die aber, wie sämmtliche bei früheren Versuchen erhaltenen nicht fehlerfreien Stäbe, eine sehr deutliche cristallinische Structur zeigten.

Der eine dieser Stäbe wurde zu den Versuchen benutzt; seine Theilung entsprach der Theilung der Röhren der zweiten Reihe und wurde auf angefeilten, durch die Axe des Stabes gelegten Ebenen ausgeführt.

Die Beleuchtung der Striche wurde bei den Glastheilungen in der Weise bewirkt, dass die Unterseite der Stäbe an den Enden weiss gestrichen war und durch zerstreutes elektrisches Licht von oben her beleuchtet wurde. Die geätzten und mit Farbe oder Graphit eingeriebenen Striche hoben sich also dunkel gegen den hellen Grund ab. Zur Beleuchtung verwendete man bei der ersten Reihe sehr kleine, von tragbaren Accumulatoren gespeiste Glühlämpchen, welche unmittelbar neben den Stab-Enden in der Rinne der alsbald zu beschreibenden Tröge hingen. Bei der zweiten Reihe wurde die Beleuchtung durch etwa 2-kerzige, von der Lichtbatterie der Anstalt gespeiste Glühlampen mit weisser Birne bewirkt, deren Licht aus einer Entfernung von einigen Decimetern durch Sammellinsen verstärkt auf die Stabenden fiel. Aehnlich war die Beleuchtung des Zinkstabes, doch musste hier einige Sorgfalt auf die Abblendung der Strahlen verwendet werden, um den auf matter Fläche blank gezogenen Strich dunkel auf hellem Grunde erscheinen zu lassen, zumal im Laufe der Untersuchung ein Anlaufen des Stabes auch an seinen Enden nicht ganz ausblieb.

Tröge. — Zur Aufnahme der Vergleichsstäbe und zur Erwärmung derselben auf die gewünschte Temperatur dienten zwei Tröge aus Nickelblech, deren Gestalt und Querschnitt durch Fig. 2 erläutert wird. Dieselben lassen

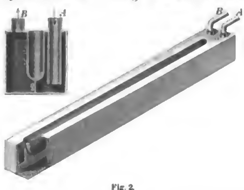


Fig. 2.

sich im wesentlichen als vollständig geschlossene Kästen von 116 cm Länge, 10 cm Höhe und 10 cm Breite auffassen, deren Decke aber zum Theil in

eine 108 cm lange, 7 cm tiefe und 2 cm breite Rinne ausgebaucht ist, welche zur Aufnahme der Stäbe und Thermometer bestimmt ist.

Der eigentliche Kasten wird durch strömendes Wasser oder Dampf auf der gewünschten Temperatur erhalten. Zu diesem Zwecke ist derselbe seiner ganzen Länge nach durch eine Zwischenwand q in zwei Theile getheilt, welche nur durch eine in der Zwischenwand befindliche Oeffnung an dem der Aus- und Eintrittsstelle des Wassers entgegengesetzten Ende mit einander in Verbindung stehen. Das Wasser, aus dem alsbald zu beschreibenden Bade kommend, tritt nun durch einen Ansatzstutzen, der bis nahe auf den Boden des Troges reicht, bei A ein, durchfliesst den einen Theil des Kastens seiner ganzen Länge nach, tritt durch die Oeffnung in den andern Theil über, durchfliesst auch diesen der Länge nach und kehrt dann durch den Ansatzstutzen B, welcher nur den Deckel des Kastens durchsetzt, zum Bade zurück.

Die tiefe Rinne der Kästen diente zur Aufnahme der Vergleichsstäbe. Zu diesem Zwecke wurde sie für die Glasstäbe etwa 2 cm hoch mit Quecksilber angefüllt, hierauf die Stäbe und daneben zwei Thermometer gelegt, deren von einander abgewandte Gefässe den Stabenden nahe lagen, und dann durch passend ausgeschnittene Korke die Lage der auf dem Quecksilber schwimmenden Stäbe und Thermometer fixirt. Es wurde darauf geachtet, dass die Korke stets nahe an dieselbe Stelle 23 cm vom Ende der Stäbe gebracht und dass die Stäbe durch dieselben nur leicht niedergedrückt wurden. Zum bequemen Einbringen und Fortnehmen der Stäbe und der Thermometer dienten um dieselben gelegte schmale Papierstreifen. Endlich wurde der ganze obere Theil der Rinne mit Watte ausgefüllt und nur die zur Pointirung und Beleuchtung der Striche und zur Ablesung der Thermometer nöthigen Löcher in der Watte gelassen.

Bei Benutzung des Zinkstabes wurde das Quecksilber anfangs durch Leinöl ersetzt, später aber auch diese Flüssigkeit entfernt. Der Stab und die Thermometer lagen in diesem Falle auf eingekerbten Korken, welche in die Rinne eingeklemmt waren.

Die Tröge befanden sich in etwas grösseren, zum Comparator gehörigen Holzkästen. Der Zwischenraum zwischen den Trögen und Holzkästen war mit Filz ausgekleidet. Der Holzdeckel der Holzkästen war entfernt, statt dessen wurden diese Kästen und somit auch die Tröge durch Glasplatten bedeckt, welche nur die zur Einstellung der Striche nothwendigen Stellen freiliessen; die Ablesung der Thermometer geschah durch die Glasplatten hindurch.

Wasserbäder. — Um zur Herstellung constanter Temperaturen Wasser von beliebiger Temperatur zur Verfügung zu haben, sind in dem Raume des

Untergeschosses, in welchem die hier beschriebenen Versuche ausgeführt wurden (Zimmer No. 14—16), fünf Wasserbäder fest aufgestellt. Dieselben haben die folgende, durch Fig. 3 näher erläuterte Einrichtung. Auf einem als Ofen dienenden Untersatz *O* aus starkem Schwarzblech steht das eigentliche Bad, ein 90 cm hohes, 40 cm weites Gefäss *G* aus Eisenblech, durch eine 5 cm starke, aus Isolirmasse bestehenden Schicht gegen Wärmeverlust möglichst geschützt. Das Bad ist durch einen ebenfalls durch die Isolirmasse verstärkten Deckel geschlossen.

Dieses Bad kann durch Anschluss an die Wasserleitung auch bei dauerndem Abfluss von Wasser gefüllt erhalten werden; ein mit einem in der Zeichnung nicht sichtbaren Ventil verbundener Schwimmer *S* schliesst die Wasserzufuhr ab, sobald ein bestimmtes Niveau erreicht ist. Zur grösseren Sicherheit ist ausserdem noch ein Ueberlauf zur Abführung des zu hoch steigenden Wassers angebracht. Das Bad ist mit den beiden Hähnen *c* und *d* versehen; der eine davon, *c*, befindet sich nahe dem Boden, der andere, *d*, nahe dem durch das Schwimmerventil constant zu erhaltenden Niveau.

In der Mitte des Bades befindet sich ein Einsatzcylinder *C* von 60 cm Höhe und 10 cm Durchmesser, zu welchem zwei reichlich 2 cm weite Messingröhren führen; die eine derselben geht bis nahe an den unteren Boden des Cylinders, während die andere an seinem oberen Boden endigt. Die Röhren laufen nach Durchsetzung eines im Deckel des Bades befindlichen Einsatzstückes, welches den Cylinder trägt, in rechtwinklig gebogene Kniestücke aus, welche ihrerseits die Verbindung mit den Blei- oder Kautschukröhren *a* und *b* gestatten.

Das in sogleich zu beschreibender Weise auf bestimmter Temperatur gehaltene Wasser des Bades lässt sich nun in verschiedener Weise verwenden, um andere Apparate, die es durchströmt, auf eine gewünschte Temperatur zu bringen. Man kann das Wasser durch den Hahn *c* dem Bade direct entnehmen, oder es zunächst behufs besserer Durchmischung durch den Einsatzcylinder streichen lassen, oder man kann sich darauf beschränken, das Wasser nur zwischen dem Einsatzcylinder und dem Apparate circuliren zu lassen und das Bad nur indirect zur Erwärmung des Einsatzcylinders durch Leitung zu benutzen. Man kann ferner das benutzte, dem Bade entnommene Wasser abfliessen lassen, oder es dem Bade wieder durch den Hahn *d* zuführen. Welche dieser Methoden in jedem Falle die zweckmässigste ist, hängt namentlich von der zu erreichenden Temperatur und dem Apparate ab, in welchem das Wasser benutzt werden soll; hat der letztere eine freie Wasseroberfläche, so ist es bequemer, das Wasser nur durch den Einsatzcylinder circuliren zu lassen, da andernfalls ein bestimmter Niveauunterschied mit der freien Wasserfläche des Bades festgehalten werden muss; doch ist

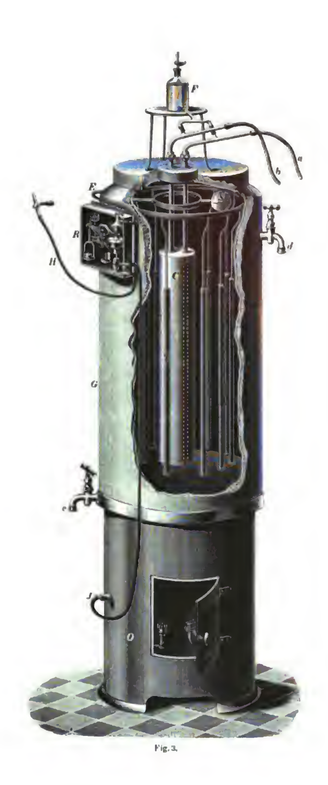


Fig. 3.

es dann wieder bei grösseren Apparaten schwierig, höhere Temperaturen zu erzielen.

Da im vorliegenden Falle die Tröge, in denen das Wasser circulirte, vollkommen geschlossen waren, so konnte das Wasser ohne weiteres dem Bade entnommen und nach Durchfluss des Einsatzcylinders zum Bade zurückgeführt werden. Zur leichteren Füllung der Tröge und des Einsatzcylinders diente die oben mit einem Hahne versehene Flasche *F*, welche durch ihren unteren Tubulus mit den höchsten Stellen der von den Einsatzcylindern kommenden Knieröhren in Verbindung stand. Durch Verbindung der Flasche mit einer Wasserluftpumpe liessen sich die geschlossenen Räume der Tröge und des Einsatzcylinders leicht luftleer pumpen und vom Bade aus mit Wasser füllen. Ausserdem nahm die Flasche die während der Circulation aus dem Wasser abgeschiedene Luft auf. Dieselbe dient auch, im Falle die Circulation nur zwischen dem Einsatzcylinder *C* und einem geschlossenen Apparate stattfindet, zum Ausgleich der Volumänderungen der eingeschlossenen Wassermasse.

Mit jedem Wasserbade ist ein Temperaturregulator *R* fest verbunden, welcher durch Vermittelung des in dem Bade befindlichen Thermometers *T* den Gaszufluss zu einer im Ofen *O* brennenden Gasflamme derartig regelt, dass das Wasser im Bade auf eine beliebig einzustellende Temperatur gebracht und auf derselben erhalten wird. In dem regulirten Brenner strömt das Gas direct aus einer Anzahl angesetzter Röhrchen aus und brennt bei höherem Druck mit leuchtender Flamme; bei diesem Brenner genügt eine ganz minimale Menge von Gas, um das Brennen von stecknadelkopfgrossen blauen Flämmchen zu unterhalten. Ausserdem ist in dem Ofen ein Blaubrenner fest angebracht, welcher zur Erhaltung sehr hoher Temperaturen neben dem regulirten Brenner brennen muss. Der Gasdruck in der zur Heizung der Bäder bestimmten Leitung wird durch einen Gasdruckregulator auf gleicher Höhe gehalten.

Regulator. — Bei der Entscheidung über das für die Regulatoren anzuwendende System schien die Anwendung der Spannkraft von Dämpfen am nächsten zu liegen, wie sie sich in der von Herrn Benoit[1]) angegebenen Construction bei einfacher Ausführung bestens bewährt hat. Zudem lagen fast abgeschlossene Vorarbeiten des Herrn Pernet[2]) vor, welche nach dem Vorgange des Herrn Crafts die Construction eines auf dasselbe Princip gegründeten, aber von den Schwankungen des äusseren Luftdrucks unabhängigen Regulators bezweckten.

[1]) Benoit, Trav. et Mém., 1 C, S. 10—15, Paris 1881.
[2]) Pernet, Verhandl. d. Phys. Ges. z. Berlin 1886, S. 55.

Verschiedene praktische Bedenken bewogen mich jedoch, im gegebenen Falle von der Anwendung dieses Princips abzusehen und nach einigen Vorversuchen einen auf die Ausdehnung einer Flüssigkeit begründeten Regulator zu construiren, der sich bisher bestens bewährt hat, so weit nicht in einzelnen Fällen offenbare Mängel der Ausführung vorlagen. Derselbe hat vor den meisten auf demselben Principe beruhenden Regulatoren den Vortheil einer grossen Empfindlichkeit und leichten Einstellbarkeit voraus; es beruht dies darauf, dass nicht, wie gewöhnlich, die Volumenänderungen der thermometrischen Flüssigkeit direkt zur Regulirung der Gaszufuhr dienen, sondern dass man dem Thermometer die Form eines Ausflussthermometers gegeben hat und das Gewicht des austretenden Quecksilbers zur Regulirung benutzt.

Die nähere Einrichtung des Regulators ist aus Fig. 4 ersichtlich.

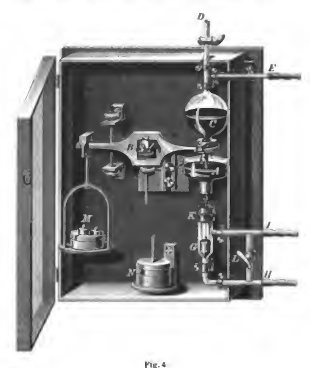


Fig. 4

Die Glaskugel C, welche nach unten hin in eine feine, unten offene Spitze F ausläuft, steht bei E mit dem später zu beschreibenden Thermometergefäss (T in Fig. 3) in Verbindung, welches mit Petroleum gefüllt ist und sich in dem Bade befindet. Der untere Theil von C ist mit Quecksilber, der obere Theil mit dem Petroleum des Thermometergefässes gefüllt, welches auch die Verbindungsröhre ohne jede Luftblase ausfüllen muss. Die Spitze F taucht in das theilweise mit Quecksilber gefüllte Gefäss A, welches an einem

Waagebalken B hängt. Es ist nun klar, dass der Waagebalken bei einer ganz bestimmten, durch die Belastung M der anderen Schale zu regulirenden Temperatur des Thermometergefässes zum Spielen kommt; bei einer höheren Temperatur senkt sich das Gefäss A, da in dasselbe mehr Quecksilber eintritt, während bei niederer Temperatur das Gefäss A sich hebt.

Diese Bewegung wird in folgender Weise benutzt, um den Gaszutritt zu dem Brenner zu reguliren. Das Rohr H, welches mit der Gasleitung verbunden ist, communicirt mit dem zum Brenner führenden Rohre J auf zwei Wegen. Der eine Weg wird durch den Hahn L soweit versperrt, dass nur die Gasmenge, welche zur Erhaltung der kleinsten Flamme gerade genügt, hier beständig durchtreten kann. Auf dem zweiten Wege wird das Gas mehr oder weniger gedrosselt, je nach der Stellung, welche der Bleiconus G einnimmt. Dieser Conus hängt mittels eines feinen Platindrahtes (von 0,055 mm Durchmesser) an dem Gefässe A und nimmt daher an dessen vertikalen Bewegungen theil; er spielt in einem weiten cylindrischen, unten conisch verengten Glasrohr und schliesst daher in seiner niedrigsten Stellung die Gaszufuhr ab, während das Gas bei hochstehendem Conus freien Durchtritt findet. Es ist klar, dass diese Einrichtung geeignet ist, diejenige Temperatur, für welche der Waagebalken im Gleichgewicht ist, innerhalb der Grenzen, welche der Vergrösserung und Verkleinerung der Regulirungsflamme gesteckt sind, herzustellen und zu erhalten.

Es bleibt noch übrig anzugeben, in welcher Weise das Gas von der Luft abgesperrt ist, ohne dass die Beweglichkeit des Conus G merklich gehindert wird. Zu diesem Zwecke ist der Glascylinder, in welchem sich der Conus bewegt, nach oben durch einen Glastrichter K geschlossen, dessen sehr feine Oeffnung mit gut beschmolzenen Rändern eben hinreicht, um den feinen Platindraht, an welchem der Conus hängt, durchzulassen. Der Trichter ist (genügend hoch, um den Gasdruck zu überwinden) mit Quecksilber gefüllt; wegen des capillaren Widerstandes kann dieses nicht durch die zwischen Draht und Trichteröffnung verbleibende Spalte dringen und bewirkt eine vollständige Abdichtung. Vorversuche zeigten, dass die capillaren und Reibungskräfte, welche der Durchgang des Drahtes durch das Quecksilber und die Trichteröffnung hervorruft, mit Sicherheit durch weniger als 10 mg überwunden werden. Bei dem sehr geringen Querschnitt des Platindrahtes ist der Einfluss des Gasdruckes auf den Stand der Waage verschwindend klein.

Auch die Aenderungen der Capillaritätskraft, welche vom Eintauchen der Spitze F in das Quecksilber des Gefässes A herrührt, dürften wenige Milligramme nicht übersteigen, so dass wohl 10 mg bei guter Ausführung des Apparates den Gesammtbetrag in der Unsicherheit der Einstellung darstellen. Thatsächlich traten mehrfach Unsicherheiten von höherem Betrage durch

die Reibung des Conus *G* gegen die Wände des Glascylinders in Folge ungenügender Weite dieses Cylinders, verbunden mit mangelhafter Justirung, auf, doch liessen sich dieselben leicht beseitigen.[1])

Dem im Bade befindlichen Thermometergefässe *T* (Fig. 3) ist eine eigenthümliche Form gegeben, welche den Zweck hat, das Thermometer bei grosser Oberfläche möglichst die mittlere Temperatur der im Bade befindlichen Wassermasse angeben zu lassen. Das Gefäss besteht aus zehn 1 cm starken, 60 cm langen Messingröhren, welche auf der Oberfläche eines den Cylinder *C* umgebenden Cylindermantels angeordnet sind; durch engere Röhren stehen dieselben mit einem (in Fig. 3 zu stark gezeichneten) Ringe in Verbindung, der ein wenig gegen den Horizont geneigt ist, so dass sein höchster Punkt bei dem Ansatzstutzen *E* liegt. Von *E* aus führt ein dünnes Bleirohr ebenfalls etwas ansteigend zu der Kugel *C* (Fig. 4) des Regulators. Die 10 Röhren bilden den Haupttheil des Gefässes und haben zusammen einen Inhalt von etwa 0,5 l; die übrigen Theile liegen zum Theil ausserhalb des Wassers und sind daher, um ihren Einfluss abzuschwächen, möglichst eng gehalten. Immerhin wird die Einstellung des Regulators etwas von der Aussentemperatur und von dem Wasserstande im Bade abhängig sein.

Um zwischen dem Bleirohr *E* und der Glaskugel *C* eine hermetische und unnachgiebige Verbindung herzustellen, ist zunächst an die mit der Kugel verbundene Ansatzröhre ein kurzes Messingrohr nach einem im wesentlichen von Herrn Röntgen[2]) angegebenen Verfahren angelöthet und letzteres dann mit dem Bleirohre verlöthet worden. Das Glasrohr wurde zu diesem Zwecke mit der von Kundt angegebenen Flüssigkeit platinirt, sodann galvanisch verkupfert; der galvanische Kupferniederschlag konnte leicht an das Messingrohr angelöthet werden. Dies Verfahren hat sich sehr gut bewährt.[3])

Behufs Montirung des Regulators verfuhr man in der Weise, dass man zunächst das Thermometergefäss *T* und den Kasten *B*, in welchem der Regulator montirt werden sollte, an seine Stelle brachte, die Verbindung zwischen *T* und der Glaskugel *C* in der angegebenen Weise bewirkte und die Glaskugel im Kasten *B* an ihrer Stelle befestigte. Sodann wurde die Spitze *F* durch ein

[1]) Der Conus muss genügend schwer sein, um bei vollständigem Schluss nicht durch den Gasdruck abgeblasen zu werden. Ferner darf das Gasrohr, in dem der Conus spielt, nicht zu eng sein, da sich sonst dynamische Wirkungen des strömenden Gases bemerkbar machen.

[2]) Röntgen, Pogg. Ann. 150, S. 331, 1873.

[3]) Etwa gleichzeitig mit der Ausführung dieser Löthungen ist dasselbe Verfahren auch von Herrn Cailletet in französischen Zeitschriften veröffentlicht worden.

übergeschobenes Fläschchen verschlossen und die Kugel *C* vermittelst der obern Ansatzröhre *D* mit einer mit gutem schweren Petroleum gefüllten, nach Art einer Spritzflasche eingerichteten Flasche derartig verbunden, dass die Verbindung den Gummistopfen durchsetzte und bis nahe auf den Boden der Flasche reichte. Durch das zweite den Stopfen der Flasche durchsetzende Rohr konnte die Luft der Flasche mittelst eines Dreiweghahns abwechselnd mit einer Wasserluftpumpe oder mit der äussern Luft in Verbindung gesetzt werden; durch abwechselndes Drehen des Dreiweghahns in die beiden Stellungen füllte sich das ganze System mit Petroleum. Da überdies durch Anheizen des Bades das Thermometergefäss auf eine hohe Temperatur gebracht und auch die das Petroleum enthaltende Flasche erhitzt wurde, so wurde das Petroleum unter niederm Druck ausgekocht und so grossentheils von Gasen und leicht siedenden Flüssigkeiten befreit, welche beim späteren Gebrauch eine Störung durch Ausscheidung gasförmiger Bestandtheile veranlassen konnten.

Nach geschehener Füllung wurde die Spitze *F* von dem sie verschliessenden Fläschchen befreit, der Balken mit dem mit Quecksilber gefüllten Gefässe *A* montirt und das Quecksilber jetzt in passender Menge in die Kugel *C* angesogen. Sodann wurde die Verbindung bei *D* durch den Hahn abgeschlossen und der Hahn durch Verkittung und übergegossenes Quecksilber gedichtet. Schliesslich brachte man das Glasstück, welches die Gasleitungen enthält, mit dem schon darin befindlichen Conus *G* an seine Stelle, hakte den den Conus tragenden Draht an das Gefäss *A* an und goss etwas Quecksilber in den aufgeschraubten Trichter bei *K*.

Die Grösse des Thermometergefässes und der Ausdehnungscoefficient des benutzten Petroleums bedingten eine solche Empfindlichkeit des Regulators, dass eine Gewichtsänderung von 5 g einer Temperaturänderung von 1° entsprach. Der Regulator hätte daher auf Temperaturunterschiede von 0°,002 reagiren müssen. In den Trögen wurde genügend lange Zeit nach Einleitung der Circulation eine Constanz der Temperatur von 0°,01 erzielt; doch hängt diese Temperatur auch von der Geschwindigkeit der Wassercirculation und von der Temperatur des Raumes ab; andererseits sind auch bei sehr schneller Circulation grössere lokale Unterschiede der Bad-Temperatur nicht zu vermeiden.

Die meisten Regulatoren haben im Laufe der Monate dauernde stetige Aenderungen ihrer Einstellung gezeigt; andere haben sich constant gehalten. Die Aenderungen rühren von der Schwierigkeit her, das System von Messingröhren, aus welchen das Thermometergefäss besteht, vollständig dicht zu erhalten; namentlich der die Röhren verbindende Ring zeigte vielfach feine, schwer zu verlöthende Risse, durch welche schliesslich Luft oder Wasser in

das Thermometer eindrang. Wahrscheinlich wird eine Verzinnung des fertigen Thermometers diesen Uebelstand beseitigen.

Verschiedene Einrichtungen. — Die Wassercirculation fand bei den vorliegenden Versuchen in der Weise statt, dass das Wasser aus dem Bade durch den Hahn *c* (Fig. 3) austrat, sodann den Cylinder *C* durchfloss, in welchen es bei *b* eintrat, und dann zu einem der Tröge geführt wurde, von dem es zu dem Bad zurückkehrte. Die Bewegung wurde späterhin dem Wasser durch eine kleine Centrifugalpumpe von 5 cm Durchmesser ertheilt, die ihrerseits durch einen kleinen, an die Lichtleitung der Anstalt angeschlossenen Elektromotor (Modell K 1 der Firma Siemens & Halske) angetrieben wurde. Bei einer Tourenzahl von 3000 in der Minute erzeugte die Pumpe bei aufgehobener Circulation einen Druckunterschied von nahe 2 m Wasser.

Bei den früheren Versuchen war statt der Centrifugalpumpe ein Cylinder mit einer im Innern desselben rotirenden Schiffsschraube benutzt worden, doch bewährte sich dieser Apparat wenig, weil die Schraube in unzweckmässiger Weise mit mehreren Windungen von zu grosser Ganghöhe ausgeführt war; thatsächlich wirkte auch dieser Apparat grossentheils als Centrifugalpumpe, da die Ausfluss- und Eintrittsstellen sich in verschiedener Entfernung von der Axe befanden; ja, bei der einen Drehungsrichtung hoben sich die beiden Effecte fast vollständig auf.

Zur Verbindung zwischen dem Bade und den Trögen hatten sich Kautschukröhren in mehrfacher Beziehung als unzweckmässig erwiesen. Man verwandte daher theils Bleiröhren, theils die neuerdings im Handel erschienenen biegsamen Metallschläuche mit Asbestdichtung von 20 mm lichter Weite

Zur Erzielung von Temperaturen, welche nahe an 0° lagen, liess man Wasser zwischen dem Troge und einem ganz mit Eisblöcken gefüllten Bade, aus dem alle Einsätze entfernt waren, circuliren. Es war nur nöthig, zeitweise neues Eis zuzufügen, das überflüssige Schmelzwasser lief durch den Ueberlauf ab. Da sich bei Anwendung von natürlichem Eise durch die Unreinheiten des Schmelzwassers der untere Hahn leicht verstopfte, so entnahm man das Wasser dem Bade durch ein eingetauchtes, bis nahe an den Boden reichendes Rohr und führte es durch den oberen Hahn wieder zurück.

Für Temperaturen von 100° liess man die Tröge von Dampf durchströmen, welchen man einem schon früher beschriebenen Kessel[1]) entnahm. Dieser Kessel ist jetzt in einem Zimmer neben dem Versuchsraume (No. 17—18)

[1]) I, S. 88. Wie schon in der vorstehenden Arbeit sollen in dieser Form „Wissenschaftl. Abhandl. der Physik.-Techn. Reichsanstalt 1, Berlin 1894" citirt werden.

aufgestellt, aber mit dem Versuchsraume durch eine Leitung mit mehreren Entnahmestellen verbunden.

Man liess den Dampf bei B (Fig. 2) in den Trog eintreten und bei A austreten, so dass am Anfang das den Trog erfüllende Wasser herausgedrückt wurde. Der abströmende Dampf wurde durch fliessendes Wasser condensirt.

Der Druck im Dampfkessel und damit auch die Temperatur in den Trögen konnte durch Regulirung des Gaszuflusses und des Wasserzuflusses zum Kessel mit geringer Mühe genügend constant gehalten werden.

Bei den mit dem Zinkstabe angestellten Versuchen war es wünschenswerth, recht schnell von der Temperatur 100° zur Temperatur 0° überzugehen. Mit Hilfe von zwei in die Leitungen geschalteten Dreiweghähnen gelang es, diesen Uebergang in weniger als einer Minute zu bewerkstelligen, da nach Abschluss des Dampfes der Trog sich durch die Condensation des in ihm enthaltenen Dampfes sehr schnell mit Eiswasser füllte, falls man zunächst noch den oberen, nicht immer unter Wasser befindlichen Hahn des Bades d (Fig. 3) geschlossen hielt.

Comparator. — Zu den Vergleichungen diente ein der Reichsanstalt von der Kaiserlichen Normal-Aichungs-Kommission leihweise überlassener Comparator, der für ähnliche Untersuchungen bestimmt und 1883 von Herrn Pensky ausgeführt worden war. Derselbe ist nach dem Princip eines Transversalcomparators construirt, gestattet also mittels eines optischen Cirkels zwei nahezu gleiche Distanzen auf zwei nebeneinander liegenden Stäben zu vergleichen. Auf zwei eisernen Tischen, welche an ihren beiden Enden in der Höhe verstellbar sind, lassen sich die oben bereits erwähnten Holzkästen so befestigen, dass ihre Lage in der Horizontalebene berichtigt werden kann; es ist damit den in den Holzkästen enthaltenen Stäben eine allseitige Justirbarkeit gesichert.

Ueber den Kästen und senkrecht zu denselben lässt sich ein dreieckiges Eisenprisma, welches die Ablesemikroskope trägt, zwischen zwei durch Anschläge festgelegten Stellungen verschieben. Diese Verschiebung erfolgt nach einer von Herrn Pensky herrührenden sehr zweckmässigen Anordnung durchaus zwangsfrei, so dass Aenderungen des Abstandes der Mikroskopaxen durch Verbiegungen des Prismas wohl ausgeschlossen sind.

Die Mikroskopträger lassen sich an beliebigen Stellen des Prismas feststellen und sind mit Justirvorrichtungen zum Verticalstellen der Mikroskope sowie mit Mikrometerschrauben versehen, durch welche die Mikroskope in der Längsrichtung des Prismas, also auch der zu vergleichenden Stäbe, um messbare Grössen verschoben werden können. Bei den vorliegenden Messungen dienten aber diese Mikrometerschrauben nur zur Justirung; die zum

Comparator gehörigen Mikroskope waren durch Mikrometermikroskope ersetzt, welche von Bamberg angefertigt und durch drei auswechselbare Objective von 50, 75 und 100 mm Brennweite und durch Ausziehbarkeit des Objectivrohres für sehr verschiedene Objectiventfernungen brauchbar sind.

Um die Fehler möglichst zu vermeiden, welche entstehen, wenn bei nicht streng parallel gerichteten Mikroskopaxen gleichzeitig die Lage der zu vergleichenden Stäbe gegen die Mikroskope eine verschiedene ist, wurden die Mikroskope möglichst vertical gestellt und die Verticalität dadurch geprüft, dass eine mit dem Mikroskop verbundene Libelle beim Drehen des Mikroskops in seiner Fassung dieselbe Ablesung zeigen musste. Die gleiche Höhenlage der Mikroskope wurde dadurch verificirt, dass man gleichzeitig feine Körperchen, welche auf dem in den Trögen befindlichen Quecksilber schwammen, scharf sehen musste.

Das Prisma trug ferner noch zwei Mikroskope, welche zur Ablesung der neben den Stäben liegenden Thermometer dienten. An diesen Mikroskopen befestigte Glühlampen ermöglichten die Beleuchtung der an ihrer Unterseite weiss gestrichenen Stabthermometer.

4. Hilfsbestimmungen.

Thermometer. — Die zur Bestimmung der Temperatur dienenden vier Thermometer, welche die Nummern **132**, **170**, **186** und **188** tragen, gehören zum Typus der sogenannten Gebrauchsnormale und sind in der vorstehenden Abhandlung bereits erwähnt worden. Der für die letzten beiden Instrumente gefundenen systematischen Abweichung von den anderen Thermometern aus dem Glase 16^{III} ist keine Rechnung getragen worden. Es war dies um so eher erlaubt, als die Abweichung von No. **188** nur zur Hälfte in das Resultat eingeht, und als bei den vorliegenden Vergleichungen die Genauigkeit der angebrachten Reductionen wegen des Mangels an einer genügenden Zahl von Eispunktsbestimmungen nur auf etwa $\pm 0^\circ{,}01$ geschätzt werden darf. Namentlich bei der zweiten Reihe der Vergleichungen zog man es vor, die Stäbe und Thermometer zwischen den einzelnen Vergleichungen unberührt zu lassen und den Eispunkt der Thermometer für die einzelnen Temperaturen durch Rechnung zu finden, da die hieraus entspringende Unsicherheit weniger gefürchtet wurde, als eine scheinbare Längenänderung der Stäbe in Folge veränderter Lagerung. Jedenfalls ist der Fehler, welcher von einer Unsicherheit der Temperaturbestimmung herrührt, genügend klein geblieben. In der Zusammenstellung der Resultate sind nur die bereits reducirten Temperaturen mitgetheilt worden.

Schraubenmikrometer. — Zur Bestimmung der periodischen Fehler

der Bamberg'schen Mikrometer diente eine Methode, welche sich bei allen Bestimmungen innerer Theilungsfehler mit grossem Vortheil anwenden lässt. Die erste Anwendung erfuhr dieselbe meines Wissens bei der Etalonnirung eines Stabes der Kaiserl. Normal-Aichungs-Kommission auf Vorschlag des Herrn Leman; ich selbst war etwas später auf dieselbe gekommen und hatte ihre Theorie näher entwickelt, stand aber dann von einer Veröffentlichung ab, als mir die Priorität des Herrn Leman bekannt wurde.[1]) Seitdem ist die Methode theils von mir, theils auf meine Veranlassung vielfach benutzt worden.

Die Anwendung im vorliegenden Fall möge an der ersten Untersuchungsreihe des Mikrometers I erklärt werden. Als Hilfsmittel für die Untersuchung dienten eine kleine in 0,25 mm getheilte Scala (No. 4) aus Platin-Iridium und eine Längentheilmaschine von Sommer und Runge, deren Schraube aber nur zur Einstellung, nicht zur Messung benutzt wurde. Die Messungen sind vom 19. bis 26. September 1892 von Sell ausgeführt worden.

In der genannten Reihe wurde nun die Vergrösserung des mit dem zu untersuchenden Mikrometer versehenen Bamberg'schen Mikroskopes so regulirt, dass 0,9 Umdrehungen der Mikrometerschraube (= $0^{u},9$) sehr nahe einem Intervalle der Hilfsscale (= 1^{s}) entsprachen, und dass der Strich 11 der Hilfsscale eingestellt war, wenn der Index der Mikrometerschraube nahe 0 (Ablesung im Beispiel 8,0) angab. In dieser Lage wurden Einstellungen auf 6 Striche der Hilfsscale gemacht, welche das folgende Resultat ergeben:

Strich der Scale	Ablesung des Mikrometers			Differenz in $0^{u},001$
	Hingang	Rückgang	Mittel	
11	7,998	7,992	7,995	−0,5
10	8,891	8,898	$8,894_5$	−4,5
9	9,792	9,788	9,790	+8,5
8	10,699	10,698	$10,698_5$	−7
7	11,593	11,590	$11,591_5$	−4
6	12,490	12,485	$12,487_5$	

Hierauf wurde das Mikroskop soweit verschoben, dass bei Einstellung des Fadenpaares auf den Strich 11 der Scale die Mikrometerablesung nahe gleich 8,1 war, und die sechs Striche wurden in dieser Lage eingestellt. Man fuhr so fort, bis man 10 Reihen erhalten hatte, deren letzte mit der Ablesung von nahe 8,9 für den Strich 11 begann.

Um die sehr einfache Rechnung zu erklären, durch welche aus diesem

[1]) Vergleiche hierzu: Thiesen, Carl's Repertorium für Experimentalphysik 15, S. 680, 1879. — Pernet, Trav. et Mém. 4 B, S. 87, 1885.

Beobachtungsmateriale die Fehler des Mikrometers und auch gleichzeitig diejenigen der benutzten Hilfsscale abgeleitet werden, müssen einige von mir stets festgehaltene Bezeichnungen näher erklärt werden.

Ich bezeichne mit D_i den Fehler des Striches i, d. h. ich nehme an, dass der Strich statt der Bezeichnung i die Bezeichnung $i + D_i$ tragen müsste, wenn die Bezeichnung der wahren Lage des Striches entsprechen würde. Ich bezeichne ferner mit d_i den Fehler des zwischen den Strichen i und $i - 1$ liegenden Intervalls, dessen wahre Länge also $1 + d_i$ ist; es ist dann

$$d_i = D_i - D_{i-1}.$$

Soweit es sich nur darum handelt, dass die Scala gleichmässig getheilt ist, dagegen weder die wahre Länge derselben noch ein Indexfehler eine Rolle spielt, sind die Grössen D_i und d_i noch mit zwei bez. einer willkürlichen Constanten behaftet, da man zu D_i noch eine lineare Function des Zeigers i hinzufügen kann, ohne seine Bedeutung zu ändern. In diesem Falle ist es oft zweckmässig, die beiden willkürlichen Constanten dadurch zu eliminiren, dass man die Fehler zweier Striche, des Anfangs- und Endstriches der Scale, verschwinden lässt. Die sich in diesem Falle ergebenden „inneren Theilungsfehler" der Striche bez. der Intervalle nenne ich Δ_i bez. δ_i. Werden die Striche, deren Correctionen verschwinden, mit o und n bezeichnet, so gelten die Beziehungen

$$\Delta_i = D_i - D_o - i\,\frac{D_n - D_o}{n}$$

$$\delta_i = d_i - \frac{D_n - D_o}{n}.$$

Die Grösse $D_n - D_o$, den Fehler der ganzen Scale, werde ich auch kurz mit D bezeichnen.

Bei der Vergleichung zweier Scalen sollen die Grössen, welche sich auf die zweite Scale beziehen, durch den Index (') unterschieden, auch als allgemeiner Zeiger k an Stelle von i verwandt werden.

Im vorliegenden Falle mögen sich die mit dem Index versehenen Grössen auf die Hilfsscale beziehen, während die Zeiger i den einzelnen Zehntel-Umdrehungen der Mikrometerschraube entsprechen sollen. Die Einstellungen auf die Striche 11 und 10 in der oben mitgetheilten Messung ergeben dann als Resultat die Gleichheit des zwischen diesen Strichen liegenden Intervalls mit dem Theile der Mikrometerschraube, welche zwischen den Ablesungen 8,8945 und 7,995 liegt, also die Gleichung[1])

$$11^p + D'_{11} - (10^p + D'_{10}) = 8^u{,}8945 + D_9 - (7^u{,}995 + D_0);$$

[1]) Dabei ist $D_{8,8945} = D_9$, $D_{7,995} = D_0$ gesetzt, was in diesem Falle unbedenklich ist. In denjenigen Fällen, in denen diese Gleichsetzung mit einem merklichen Fehler behaftet sein sollte, müsste man nach Durchführung der Ausgleichung noch eine zweite Näherung rechnen.

oder, da man als normale Beziehung zwischen den absoluten Werthen einer Trommelumdrehung und eines Scalentheils

$$1^{s} = 0^{u},9$$

annehmen kann:

$$d'_{11} + d_{0} = -0^{u},0005,$$

wo der numerische Werth der Gleichung der oben unter „Differenz“ angeführten Zahl entspricht.

Die 50 derartigen Gleichungen, welche das gesammte Beobachtungsmaterial darstellen, sind nun in eine Tabelle mit doppeltem Eingange, welche S. 101 mitgetheilt ist, eingetragen[1]). Addirt man die in dieser Tabelle unter einander stehenden Zahlen, so gewinnt man die Werthe von $5\,d_i + D'$ und aus diesen nach Abzug der Grösse $\frac{1}{2}\,D + D' = -0^{u},00765$, welche als zehnter Theil der Summe aller Zahlen der Tabelle oder als Mittel der $5\,d_i + D'$ erhalten wird, die Grössen $5\,\delta_i$. Aus diesen ergeben sich dann die Werthe der inneren Theilungsfehler der Intervalle, und durch fortlaufende Addition derselben die Fehler der Ablesungen an der Mikrometertrommel.

Für jedes Mikrometer wurden zwei Reihen meistens mit verschiedener Vergrösserung angestellt und aus ihnen das Mittel genommen. Zu bemerken wäre hierzu nur, dass bei der ersten Reihe für das Mikrometer II, wo ein Theil der Scale 0,7 Trommelumdrehungen entspricht, direct nicht die δ_i, sondern die Summen von drei aufeinanderfolgenden δ_i gefunden werden. Die einzelnen δ_i erhält man nun durch die Bemerkung, dass die Summe aller δ_i verschwinden muss. Also ist beispielsweise in der Einheit der Tabellen:

$$\begin{aligned} 5\,\delta_1 &= -5\,(\delta_0 + \delta_9 + \delta_8) - 5\,(\delta_7 + \delta_6 + \delta_5) - 5\,(\delta_4 + \delta_3 + \delta_2) \\ &= -9{,}05 - 14{,}05 + 16{,}95 \\ &= -6{,}15. \end{aligned}$$

Schliesslich sind die im Mittel gefundenen Fehler noch durch eine nach *cos* und *sin* der vielfachen Winkel fortschreitende Reihe in bekannter Weise dargestellt worden. Es ergab sich dabei, dass die höheren Glieder der Reihen vernachlässigt werden konnten, die Fehler also sehr nahe einer einfachen Sinuskurve entsprechen. Die endgültigen Correctionstafeln sind daher nur mit den Gliedern berechnet worden, die den einfachen Winkel enthalten.

Gleichzeitig mit den Schraubenfehlern sind durch die 8 Untersuchungsreihen auch jedesmal die Fehler der Hilfsscale für das benutzte Intervall bestimmt worden. Doch ist zu berücksichtigen, dass die in Tausendsteln

(Fortsetzung des Textes auf Seite 106.)

[1]) In dieser und den folgenden Tabellen ist überall der tausendste Theil der Umdrehung der Mikrometerschraube oder $0^{u},001$ als Einheit gewählt.

Mikrometer I.

Erste Reihe. Werthe der $d_i + d_x'$.

$i =$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	$D + 10\,d_x'$	$10\,\delta_x'$
$k =$ 7	− 4,5	− 5,5	− 3	− 3	− 6	− 4	− 1	− 0,5	− 4	− 3	− 34,5	− 19,2
8	+ 2	− 1,5	+ 1	− 4	− 3,5	+ 3,5	− 7	+ 4	+ 1,5	+ 2,5	− 1,5	+ 13,8
9	0	− 2,5	+ 1,5	+ 1	+ 4	− 1	− 1	+ 8,5	+ 2,5	0	+ 13	+ 28,3
10	− 1	− 3	+ 0,5	− 8,5	− 3,5	− 4	+ 1,5	+ 1	− 4,5	− 1,5	− 23	− 7,7
11	− 5,5	− 1,5	− 1,5	− 9	− 3,5	− 2	− 2,5	0	− 4,5	− 0,5	− 30,5	− 15,2
$5\,d_i + D' =$	− 9	− 14	− 1,5	− 23,5	− 12,5	− 7,5	− 10	+ 13	− 9	− 2,5	$- 76{,}5 = 5\,D + 10\,D'$	
$5\,\delta_i$ =	− 1,35	− 6,35	+ 6,15	− 15,85	− 4,85	+ 0,15	− 2,35	+ 20,65	− 1,35	+ 5,15		
δ_i =	− 0,27	− 1,27	+ 1,23	− 3,17	− 0,97	+ 0,03	− 0,47	+ 4,13	− 0,27	+ 1,03	$1^r = 0'',9$	
Δ_i =	− 0,27	− 1,54	− 0,31	− 3,48	− 4,45	− 4,42	− 4,89	− 0,76	− 1,03	0,00		

Zweite Reihe. Werthe der $d_i - d_x'$.

$i =$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	$D - 10\,d_x'$	$10\,\delta_x'$
$k =$ 7	+ 1	+ 1	+ 1,5	− 4	0	+ 5	+ 6	+ 3	+ 2,5	− 0,5	+ 15,5	− 11,6
8	+ 1	− 2	+ 1	− 1,5	− 2,5	+ 0,5	0	− 2	+ 5,5	− 2,5	− 2,5	+ 6,4
9	− 5	− 7	− 8,5	− 7	− 5	− 2,5	− 4	− 4,5	+ 0,5	− 4,5	− 47,5	+ 51,4
10	+ 3,5	+ 3,5	+ 1	0	0	+ 3,5	− 1,5	0	+ 2,5	+ 3,5	+ 16	− 12,1
11	+ 2	+ 2	− 3	+ 0,5	+ 5	+ 10	+ 9	+ 3,5	+ 4,5	+ 4,5	+ 38	− 34,1
$5\,d_i - D' =$	+ 2,5	− 2,5	− 8	− 12	− 2,5	+ 16,5	+ 9,5	0	+ 15,5	+ 0,5	$+ 19{,}5 = 5\,D - 10\,D'$	
$5\,\delta_i$ =	+ 0,55	− 4,45	− 9,95	− 13,95	− 4,45	+ 14,55	+ 7,55	− 1,95	+ 13,55	− 1,45		
δ_i =	+ 0,11	− 0,89	− 1,99	− 2,79	− 0,89	+ 2,91	+ 1,51	− 0,39	+ 2,71	− 0,29	$1^r = 1'',1$	
Δ_i =	+ 0,11	− 0,78	− 2,77	− 5,56	− 6,45	− 3,54	− 2,03	− 2,42	+ 0,29	0,00		

Im Mittel beider Reihen.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Δ_i =	− 0,08	− 1,16	− 1,54	− 4,52	− 5,45	− 3,98	− 3,46	− 1,59	− 0,37	0,00

Nach der Berechnung durch die Formel $\Delta_i = -2{,}21 + 2{,}53 \cos \frac{2\pi i}{10} + 0{,}42 \sin \frac{2\pi i}{10}$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Δ_i =	+ 0,1	− 1,0	− 2,6	− 4,0	− 4,7	− 4,5	− 3,4	− 1,8	− 0,4	+ 0,3

Mikrometer II.

Erste Reihe. Werthe der $-d_i - d_{i-1} - d_{i-2} - d_x'$

$i =$		1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	$-3D-10d_x'$	$10\delta_x'$
$k =$	7	+ 2	+ 2,5	+ 2	+ 8	+ 2,5	+ 0,5	+ 1,5	− 2	− 5	+ 0,5	+ 12,5	− 23,4
	8	− 5	+ 0,5	+ 0,5	− 1,5	− 2,5	− 3	− 5,5	− 8,5	− 5,5	− 5,5	− 36	+ 25,1
	9	− 4	− 6	− 3,5	− 3	− 4	− 5,5	− 9	− 8	− 8,5	− 11	− 62,5	+ 51,6
	10	− 0,5	+ 1,5	+ 5,5	+ 2	+ 0,5	0	− 4,5	− 6,5	− 4	− 2	− 8	− 2,9
	11	+ 7	+ 3,5	+ 9	+ 6	+ 7	+ 3	− 2	+ 2,5	0	+ 3,5	+ 39,5	− 50,4
$-5(d_i+d_{i-1}+d_{i-2})-D'$	=	− 0,5	+ 2	+ 13,5	+ 11,5	+ 3,5	− 5	− 19,5	− 22,5	− 23	− 14,5	$-54{,}5 = -15D - 10D'$	
$-5(\delta_i+\delta_{i-1}+\delta_{i-2})$	=	+ 4,95	+ 7,45	+ 18,95	+ 16,95	+ 8,95	+ 0,45	− 14,05	− 17,05	− 17,55	− 9,05		
$5\delta_i$	=	− 6,15	− 3,15	− 9,65	− 4,15	+ 4,85	− 1,15	+ 10,35	+ 7,85	− 0,65	+ 1,85	$1^r = 0'',7$	
δ_i	=	− 1,23	− 0,63	− 1,93	− 0.83	+ 0,97	− 0,23	+ 2,07	+ 1,57	− 0,13	+ 0,37		
Δ_i	=	− 1,23	− 1,86	− 3,79	− 4,62	− 3,65	− 3,88	− 1,81	− 0,24	− 0,37	0,00		

Zweite Reihe. Werthe der $d_i - d_x'$

$i =$		1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	$D-10d_x'$	$10\delta_x'$
$k =$	7	− 6,5	+ 1	− 4	− 0,5	0	+ 0,5	+ 0,5	− 2,5	+ 0,5	+ 0,5	− 10,5	+ 14,8
	8	− 1,5	− 1,5	− 1	− 0,5	− 1,5	+ 0,5	+ 2	+ 2,5	+ 2	− 0,5	+ 0,5	+ 3,8
	9	− 8,5	− 10	− 10	− 6,5	− 5,5	− 2	− 4,5	− 7	− 3	− 5,5	− 62,5	+ 66,8
	10	+ 3	+ 1	− 3,5	0	+ 2,5	0	0	+ 2	0	+ 5	+ 10	− 5,7
	11	+ 8	+ 9,5	+ 7	+ 6	+ 10	+ 12	+ 8,5	+ 8,5	+ 7	+ 7,5	+ 84	− 79,7
$5d_i - D'$	=	− 5,5	0	− 11,5	− 1,5	+ 5,5	+ 11	+ 6,5	+ 3,5	+ 6,5	+ 7	$+21{,}5 = 5D - 10D'$	
$5\delta_i$	=	− 7,65	− 2,15	− 13,65	− 3,65	+ 3,35	+ 8,85	+ 4,35	+ 1,35	+ 4,35	+ 4,85		
δ_i	=	− 1,53	− 0,43	− 2,73	− 0,73	+ 0,67	+ 1,77	+ 0,87	+ 0,27	+ 0,87	+ 0,97	$1^r = 1'',1$	
Δ_i	=	− 1,53	− 1,96	− 4,69	− 5,42	− 4,75	− 2,98	− 2,11	− 1,84	− 0,97	0,00		

Im Mittel beider Reihen.

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Δ_i	=	− 1,38	− 1,91	− 4,24	− 5,02	− 4,20	− 3,43	− 1,96	− 1,04	− 0,67	0,00

Nach der Berechnung durch die Formel $\Delta_i = -2{,}38 + 2{,}08 \cos \frac{2\pi i}{10} - 0{,}87 \sin \frac{2\pi i}{10}$

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Δ_i	=	− 1,2	− 2,6	− 3,8	− 4,6	− 4,5	− 3,5	− 2,2	− 0,9	− 0,2	− 0,3

Mikrometer III.

Erste Reihe. Werthe der $d_i + d_x'$

$i =$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	$D + 10\,d_x'$	$10\,\delta_x$
$k = 7$	+ 5,5	+ 7	+ 3,5	+ 4,5	+ 3	+ 1,5	+ 4,5	+ 0,5	+ 1,5	+ 1	+ 32,5	− 1,2
8	+ 8,5	+ 3	+ 3	+ 3,5	− 2,5	+ 4,5	+ 1,5	+ 2,5	+ 4	+ 2,5	+ 30,5	− 3,2
9	+ 11	+ 8	+ 9,5	+ 9,5	+ 8,5	+ 7,5	+ 4	+ 10	+ 9	+ 9,5	+ 86,5	+ 52,8
10	+ 3	+ 5	+ 6	+ 3	+ 3,5	+ 5,5	+ 4	+ 4,5	+ 1,5	+ 3,5	+ 39,5	+ 5,8
11	− 3,5	− 1	− 1,5	− 1	− 3,5	− 4,5	− 4,5	− 1,5	− 0,5	+ 1	− 20,5	− 54,2
$5\,d_i + D' =$	+ 24,5	+ 22	+ 20,5	+ 19,5	+ 9	+ 14,5	+ 9,5	+ 16	+ 15,5	+ 17,5	$+ 168{,}5 = 5\,D + 10\,D'$	
$5\,\delta_i =$	+ 7,65	+ 5,15	+ 3,65	+ 2,65	− 7,85	− 2,35	− 7,35	− 0,85	− 1,35	+ 0,65		
$\delta_i =$	+ 1,53	+ 1,03	+ 0,73	+ 0,53	− 1,57	− 0,47	− 1,47	− 0,17	− 0,27	+ 0,13	$1^p = 0'',9$	
$\Delta_i =$	+ 1,53	+ 2,56	+ 3,29	+ 3,82	+ 2,25	+ 1,78	+ 0,31	+ 0,14	− 0,13	0,00		

Zweite Reihe. Werthe der $d_i + d_x'$

$i =$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	$D + 10\,d_x'$	$10\,\delta_x'$
$k = 7$	− 0,5	+ 3,5	+ 3,5	+ 3,5	− 2	− 5	− 2	+ 1,5	− 4,5	− 0,5	− 2,5	+ 6,0
8	+ 3	+ 2,5	− 1	− 3	− 4,5	− 4	− 1,5	− 4,5	− 4	+ 1	− 16	− 7,5
9	+ 7	+ 1	+ 5,5	+ 5,5	+ 4	+ 2	+ 1,5	+ 1	+ 3	+ 6	+ 36,5	+ 45,0
10	+ 4	+ 0,5	+ 5	− 2	0	− 3,5	+ 0,5	0	− 1	+ 3,5	+ 7	+ 15,5
11	− 10	− 7	− 4,5	− 7,5	− 7	− 10	− 6	− 6,5	− 6	− 3	− 67,5	− 59,0
$5\,d_i + D' =$	+ 3,5	+ 0,5	+ 8,5	− 3,5	− 9,5	− 20,5	− 7,5	− 8,5	− 12,5	+ 7	$- 42{,}5 = 5\,D + 10\,D'$	
$5\,\delta_i =$	+ 7,75	+ 4,75	+ 12,75	+ 0,75	− 5,25	− 16,25	− 3,25	− 4,25	− 8,25	+ 11,25		
$\delta_i =$	+ 1,55	+ 0,95	+ 2,55	+ 0,15	− 1,05	− 3,25	− 0,65	− 0,85	− 1,65	+ 2,25	$1^p = 0'',9$	
$\Delta_i =$	+ 1,55	+ 2,50	+ 5,05	+ 5,20	+ 4,15	+ 0,90	+ 0,25	− 0,60	− 2,25	0,00		

Im Mittel beider Reihen.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$\Delta_i =$	+ 1,54	+ 2,53	+ 4,17	+ 4,51	+ 3,20	+ 1,34	+ 0,28	− 0,23	− 1,19	0,00

Nach der Berechnung durch die Formel $\Delta_i = + 1{,}62 - 1{,}66 \cos \frac{2\pi i}{10} + 1{,}96 \sin \frac{2\pi i}{10}$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$\Delta_i =$	+ 1,4	+ 3,0	+ 4,0	+ 4,1	+ 3,3	+ 1,8	+ 0,3	− 0,7	− 0,9	0,0

Mikrometer IV.

Erste Reihe. Werthe der $d_i - d_{,i}$

$i =$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	$D - 10\,d_{,}'$	$10\,d_{,}'$
$k = 7$	−2,5	−2	+0,5	0	0	−5,5	−4	−0,5	0	−1	−15	−2
8	−0,5	−7	−6,5	−1,5	−4,5	−1	−4	−8	−3,5	−4,5	−41	+24
9	−8	−8	−8,5	−2,5	−3	−4,5	−9	−5,5	−5,5	−11	−65,5	+48,5
10	+4	0	−4,5	−6,5	0	+1	−2	+1,5	0	+4,5	−2	−15
11	+2	+5	+7,5	+5	+6,5	+1,5	−1	+6,5	+2	+3,5	+38,5	−55,5
$5\,d_i - D' =$	−5	−12	−11,5	−5,5	−1	−8,5	−20	−6	−7	−8,5	$-85 = 5\,D - 10\,D'$	
$5\,\delta_i =$	+3,5	−3,5	−3	+3	+7,5	0,0	−11,5	+2,5	+1,5	0,0		
$\delta_i =$	+0,7	−0,7	−0,6	+0,6	+1,5	0,0	−2,3	+0,5	+0,3	0,0	$1^p = 1'',1$	
$\Delta_i =$	+0,7	0,0	−0,6	0,0	+1,5	+1,5	−0,8	−0,3	0,0	0,0		

Zweite Reihe. Werthe der $d_i + d_{,}'$

$i =$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	$D + 10\,d_{,}'$	$10\,d_{,}'$
$k = 7$	−0,5	+1	−3,5	+1,5	+1,5	−1,5	−1	−3,5	−3,5	−1	−10,5	−0,1
8	+1,5	−0,5	−0,5	+6	+0,5	−1,5	+3	+1	+1,5	+1	+12	+22,4
9	+2,5	+1,5	+1,5	+1,5	−2	+1	−0,5	+2,5	+1	+3,5	+12,5	+22,9
10	−5	−0,5	−1,5	−0,5	−2,5	−0,5	+2	0	−5,5	−1,5	−15,5	−5,1
11	−8,5	−4,5	−5,5	−1,5	−4,5	−3,5	−4	−7,5	−6,5	−4,5	−50,5	−40,1
$5\,d_i + D' =$	−10	−3	−9,5	+7	−7	−6	−0,5	−7,5	−13	−2,5	$-52 = 5\,D + 10\,D'$	
$5\,\delta_i =$	−4,8	+2,2	−4,3	+12,2	−1,8	−0,8	+4,7	−2,3	−7,8	+2,7		
$\delta_i =$	−0,96	+0,44	−0,86	+2,44	−0,36	−0,16	+0,94	−0,46	−1,56	+0,54	$1^p = 0'',9$	
$\Delta_i =$	−0,96	−0,52	−1,38	+1,06	+0,70	+0,54	+1,48	+1,02	−0,54	0,00		

Im Mittel beider Reihen.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$\Delta_i =$	−0,13	−0,26	−0,99	+0,53	+1,10	+1,02	+0,34	+0,36	−0,27	0,00

Nach der Berechnung durch $\Delta_i = +0{,}17 - 0{,}49 \cos \frac{2\pi i}{10} - 0{,}47 \sin \frac{2\pi i}{10}$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$\Delta_i =$	−0,5	−0,4	−0,1	+0,3	+0,7	+0,9	+0,8	+0,5	0,0	−0,3

einer Schraubenumdrehung ausgedrückten Resultate der einzelnen Reihen mit einander nicht ohne weiteres vergleichbar sind. Wählt man als gemeinsame Einheit 1 μ gleich dem 250sten Theil eines Theiles der Hilfsscale, so erhält man

	δ'_7	δ'_8	δ'_9	δ'_{10}	δ'_{11}
	$-0,53\,\mu$	$+0,38\,\mu$	$+0,79\,\mu$	$-0,21\,\mu$	$-0,42\,\mu$
	$-0,26$	$+0,14$	$+1,17$	$-0,27$	$-0,77$
	$-0,84$	$+0,90$	$+1,84$	$-0,10$	$-1,80$
	$+0,34$	$+0,09$	$+1,52$	$-0,13$	$-1,81$
	$-0,03$	$-0,09$	$+1,47$	$+0,16$	$-1,51$
	$+0,17$	$-0,21$	$+1,25$	$+0,43$	$-1,64$
	$-0,05$	$+0,54$	$+1,10$	$-0,34$	$-1,26$
	$-0,00$	$+0,62$	$+0,64$	$-0,14$	$-1,11$
Im Mittel	$-0,15$	$+0,30$	$+1,22$	$-0,08$	$-1,29$

Hilfsintervalle. — Bei den Vergleichungen sind die beobachteten Ausdehnungen durch die an den Enden der verglichenen Stäbe befindlichen Hilfsintervalle gemessen worden, entweder direct, da bei den verschiedenen Temperaturen zum Theil verschiedene Striche eingestellt wurden, oder indirect, da die Einstellungen auf mehrere Striche dazu dienten, den Werth der Mikrometerschrauben zu ermitteln, durch welche die kleineren Differenzen gemessen wurden. Es war daher nöthig, den Werth der benutzten Intervalle in einem Maasse zu ermitteln, dessen Beziehung zur Gesammtlänge der benutzten Stäbe bekannt war.

Auf die Bestimmung der Intervalle in der ersten Reihe der Untersuchungen über die Ausdehnung von Glasstäben soll wegen der untergeordneten Bedeutung dieser Reihe nicht eingegangen werden.

Bei den für die zweite Reihe benutzten drei Glasstäben wurde zunächst die Länge je eines Millimeters an den beiden Enden, welcher zwischen den Strichen 2 und 4 lag, durch Vergleichung mit Millimetern eines Bronce-Meters von H-Form bestimmt, welcher von der Société genevoise pour la construction d'instruments de physique geliefert, in der neutralen Fläche auf Silber durchweg in Millimeter getheilt ist. Die Vergleichung geschah durch Sell mittels der Bamberg'schen Mikrometermikroskope II und III, welche, fest mit einander verbunden, am Schlitten der Theilmaschine von Sommer & Runge angebracht und bez. auf das Genfer Meter und das zu vergleichende Millimeter gerichtet waren. Man stellte mit den Mikrometern die Anfangsstriche der zu vergleichenden Millimeter ein, verschob dann die beiden Mikroskope mit der Schraube der Theilmaschine um einen Millimeter und stellte die Endstriche ein. Diese Vergleichung wurde für jedes der 6 zu bestimmenden Millimeter mit den 10 zwischen den Strichen

100 bis 110 des Genfer Meters liegenden Millimetern durchgeführt und aus den 10 Bestimmungen das Mittel genommen.

Um nun auch die Fehler der anderen Striche zu gewinnen, wurden dieselben nach der oben bei Bestimmung der periodischen Mikrometerfehler auseinandergesetzten Methode unabhängig von Fehlern des Mikrometers bestimmt, indem jetzt die zu untersuchende Theilung die Stelle der Hilfsscale 4 in dem oben näher ausgeführten Beispiele einnahm.

Die Resultate dieser Bestimmungen, welche in zwei verschiedenen Lagen der Glasstäbe ausgeführt wurden, sind in den mit I und II bezeichneten Colonnen der nachfolgenden Tabelle angegeben.

Die Fehler derselben Intervalle liessen sich aber auch aus den Vergleichungen selbst mit ziemlich grossem Gewicht ableiten, da stets drei Striche mikrometrisch eingestellt, also, wenn man von fortschreitenden Fehlern der Mikrometerschraube absieht, je zwei Intervalle mit einander verglichen wurden. Die Resultate dieser Vergleichungen, verbunden mit den absoluten Bestimmungen der einzelnen Millimeter, sind in der Colonne III der Tabelle angegeben. Die stärkeren Abweichungen, welche die Zahlen dieser Colonne bei „59^{III} rechts" von den Zahlen der beiden anderen zeigen, glaubte man Verschiedenheiten in der Auffassung der Striche zuschreiben zu müssen; daher sind schliesslich bei den Reductionen nur die Zahlen der Colonne III benutzt worden.

Endlich sind zur Reduction der Messungen am Zinkstabe zwei früher nicht benutzte Intervalle nachträglich durch Vergleichungen mit den schon bestimmten Intervallen derselben Theilung mittels des Mikrometers II auf der Theilmaschine von Scheel und Sell bestimmt worden. Colonne IV giebt das Resultat dieser Messungen.

		I	II	III	IV
		μ	μ	μ	μ
16^{III} links	$d_2 =$	+ 4,1	+ 4,1	+ 3,8	
	d_3	– 3,6	– 2,8	– 3,9	
	d_4	– 9,6	– 10,4	– 9,3	
	d_5				– 13,8
16^{III} rechts	d_2				+ 6,9
	d_3	+ 13,9	+ 14,2	+ 14,5	
	d_4	+ 8,3	+ 8,0	+ 7,6	
59^{III} links	d_3	– 16,0	– 14,9	– 14,4	
	d_4	– 10,2	– 10,9	– 11,3	

		I	II	III
		μ	μ	μ
59^{III} rechts	$d_2 =$	– 2,5	– 1,0	+ 1,1
	d_4	+ 7,5	+ 6,0	+ 3,8
	d_5	– 7,2	– 10,1	– 11,8
T links	d_3	– 0,6	– 0,4	+ 0,3
	d_4	– 5,0	– 5,2	– 5,9
T rechts	d_3	+ 8.0	+ 11,4	+ 10,8
	d_4	+ 9,8	+ 6,4	+ 7,0
	d_5	+ 8,5	+ 9,6	+ 6,5

Die erste Zahl der Tabelle bedeutet, dass das zwischen den Strichen 1 und 2 liegende Intervall der Theilung auf der linken Seite des aus dem Glase 16^{III} verfertigten Glasstabes bei 0° gleich 504,1 μ gefunden wurde, falls 1 μ gleich dem 10 000sten Theile des auf dem Genfer Meter zwischen den Strichen 100 und 110 liegenden Intervalles bei 0° gesetzt wird.

5. Die Beobachtungen und Reductionsrechnungen.

Zur Erläuterung des Ganges einer Beobachtung ist auf S. 108 ein Protokoll (der zweiten Beobachtung der zweiten Reihe) vollständig mitgetheilt worden. An dieses möge sich die Beschreibung anschliessen. Die Beobachtungen wurden bei der Bestimmung der Ausdehnung von Gläsern meistens einem Protokollführer dictirt; ausnahmsweise, dagegen bei den überhaupt einfacher gehaltenen Beobachtungen am Zinkstabe regelmässig, wurden die Ablesungen von den Beobachtern selbst notirt.

Die als Beispiel gewählte Beobachtung begann um $14^h\ 1^m$ (die Zeiten sind von Mitternacht an durchgezählt) mit den Ablesungen der im vorderen Troge neben dem Stabe 16^{III} liegenden Thermometer No. **170** und No. **188**, welche beide nach Anbringung der betr. Reductionen die Temperatur 0°,20 ergaben. Sodann folgten nach Umschaltung der Beleuchtung gleichzeitige Einstellungen der beiden Beobachter auf die links und rechts befindlichen gleichnamigen Striche, deren Bezifferung so gewählt war, dass sie scheinbar, wie die Striche im Mikroskope erschienen, von links nach rechts fortschritt. Dieselben Striche wurden sodann nochmals, aber in umgekehrter Reihenfolge, also mit den Strichen „4“ beginnend, eingestellt. Die Gesammtmittel aus den sechs Einstellungen 9,7737 und 10,2090 entsprechen einer Einstellung auf einen mittleren, dem Striche 3 naheliegenden idealen Strich; das letztere derselben für die periodischen Fehler des Mikrometers I corrigirt[1]), ergab 10,2076; die sehr kleinen Correctionen des Mikrometers IV sind vernachlässigt worden.

Jetzt wurde die Schiene, welche die Mikroskope trug, nach dem hinteren Trog gefahren, hier das Thermometer No. **186**, welches in diesem Falle aus äusseren Gründen allein vorhanden war, abgelesen und an beiden Enden die Striche 2, 3, 4 auf dem Stabe aus französischem Glase im Hin- und Rückgange eingestellt. Hiermit war schon eine Vergleichung zwischen den Stäben gewonnen, welche aber noch aus mehreren Gründen, z. B. wegen des Einflusses der Beobachter auf die Temperatur der die Mikroskope tragenden Schiene, mit systematischen Fehlern behaftet sein konnte. Es wurde daher zunächst die Schiene etwas verschoben, alsbald aber wieder gegen die hinteren

[1]) In der zu dieser Correction benutzten Tafel war die willkürliche Constante um $0^p,0003$ kleiner gewählt worden, als in der S. 101 mitgetheilten Formel.

No. 2. **1892, Mai 18.**

Vergleichung von

$A = 16^{III}$ [1]) (vorn)
und
$B = T$ (hinten).

I. Hälfte: Dauer 14h1 — 14h10.
Beob.: links: Scheel; rechts: Thiesen.

II. Hälfte: Dauer 14h11 — 14h19.
Beob.: links: Thiesen; rechts: Scheel.

Thermometerablesung			Stab	Strich	links Mikroskop IV				rechts Mikroskop I			
No.	Ablesung	Temperatur			Lesung 1	Lesung 2	Mittel		Lesung 1	Lesung 2	Mittel	Mittel red.
170 (links)	100,38	0,20		2	8,759	8,759	8,759		9,208	9,208	9,208	
188 (rechts)	50,40	0,20	A	3	9,778	9,778	9,778		10,216	10,214	10,215	
				4	10,786	10,782	10,784		11,207	11,201	11,204	
	Mittel	0,20					Mittel:	9,773$_7$			10,209$_0$	10,207$_6$
186	24,84	24,99		2	8,835	8,832	8,833$_5$		8,919	8,918	8,918$_5$	
			B	3	9,858	9,859	9,858$_5$		9,920	9,924	9,922	
				4	10,868	10,877	10,872$_5$		10,919	10,923	10,921	
							Mittel:	9,854$_8$			9,920$_5$	9,919$_9$
186	24,85	25,00		2	8,822	8,822	8,822		8,911	8,912	8,911$_5$	
			B	3	9,851	9,850	9,850$_5$		9,920	9,918	9,919	
				4	10,868	10,868	10,868		10,911	10,910	10,910$_5$	
							Mittel:	9,846$_8$			9,913$_7$	9,913$_0$
170	100,37	0,19		2	8,750	8,750	8,750		9,194	9,198	9,196	
			A	3	9,767	9,768	9,767$_5$		10,205	10,205	10,205	
188	50,39	0,19		4	10,772	10,778	10,775		11,195	11,199	11,197	
	Mittel	0,19					Mittel:	9,764$_2$			10,199$_3$	10,198$_0$
$t_A = 0°,19_5$; $t_B = 24°,99_5$						Mittel $A = 9{,}769_0$; Mittel $B = 9{,}850_8$				Mittel $A = 10{,}202_8$; Mittel $B = 9{,}916_5$		
186	24,84	24,99		2	8,822	8,823	8,822$_5$		8,902	8,903	8,902$_5$	
			B	3	9,849	9,851	9,850		9,900	9,893	9,896$_5$	
				4	10,861	10,865	10,863		10,897	10,896	10,896$_5$	
							Mittel:	9,845$_2$			9,898$_5$	9,897$_7$
170	100,38	0,20		2	8,765	8,768	8,766$_5$		9,202	9,198	9,200	
			A	3	9,786	9,783	9,784$_5$		10,206	10,206	10,206	
188	50,39	0,19		4	10,790	10,790	10,790		11,204	11,200	11,202	
	Mittel	0,19$_5$					Mittel:	9,780$_3$			10,202$_7$	10,201$_4$
170	100,39	0,21		2	8,758	8,759	8,758$_5$		9,189	9,191	9,190	
			A	3	9,778	9,775	9,776$_5$		10,198	10,197	10,197$_5$	
188	50,40	0,20		4	10,781	10,780	10,780$_5$		11,192	11,198	11,195	
	Mittel	0,20$_5$					Mittel:	9,771$_8$			10,194$_2$	10,193$_0$
186	24,85	25,00		2	8,829	8,820	8,824$_5$		8,900	8,902	8,901	
			B	3	9,850	9,844	9,847		9,901	9,900	9,900$_5$	
				4	10,862	10,861	10,861$_5$		10,897	10,901	10,899	
							Mittel:	9,844$_3$			9,900$_2$	9,899$_4$
$t_A = 0{,}20$; $t_B = 24{,}99_5$						Mittel $A = 9{,}776_0$; Mittel $B = 9{,}844_8$				Mittel $A = 10{,}197_0$; Mittel $B = 9{,}898_5$		

[1]) Die Stäbe aus den drei Gläsern 16^{III}, 59^{III}, *verre dur* sind meist mit 16, 59, T bezeichnet worden.

Anschläge zurückgelegt, und die Einstellungen auf den hinteren Stab und die Ablesung am Thermometer No. **186** wurden wiederholt, sodann wurde die Schiene gegen die vorderen Anschläge gebracht, und auch die Ablesungen am vorderen Stabe und an den neben diesem liegenden Thermometer wurden wiederholt.

An diese um $14^h\ 10^m$ beendete Vergleichung schloss sich unmittelbar eine zweite an, welche sich von der ersten nur dadurch unterschied, dass die beiden Beobachter ihre Plätze gewechselt hatten und dass mit den Ablesungen am hinteren Troge begonnen wurde.

Zieht man aus den im Protokoll vermerkten Mitteln der Halbreihen die Gesammtmittel, so ergiebt sich, dass links am Mikroskop IV die mittlere Einstellung auf den Stab 16: 9,7725, auf den Stab *T*: 9,8478 betrug. Da die Trommeln der Mikroskope rechts lagen, so folgt daraus, dass sich das linke Ende des Stabes 16 um 0,0753 Umdrehungen der Schraube des Mikroskops IV rechts vom linken Ende des Stabes *T* befand. Ebenso ergiebt sich, dass das rechte Ende des Stabes 16 um 10,2000 — 9,9075 = 0,2925 Umdrehungen der Schraube des Mikrometers I links vom Ende des Stabes *T* lag; das Resultat der Messung kann also zunächst durch die Gleichung

$$16 - T = -0{,}0753\, u_{IV} - 0{,}2925\, u_I$$

ausgedrückt werden.

Nun lassen sich aber auch die Werthe eines Schraubenumganges der Mikrometer in der Beobachtungsreihe leicht aus den verschiedenen Einstellungen ableiten. Im Mittel waren die Einstellungen mit dem Mikrometer IV auf die Striche 2 bez. 3 des Stabes 16 (links) 8,7585 bez. 9,7766; die Differenz giebt den Werth des in absolutem Maasse bekannten (nöthigenfalls auf die betreffende Temperatur reducirten) Intervalles in Schraubenumdrehungen und damit den Werth der letzteren durch die Gleichung

$$1{,}0181\, u_{IV} = 496{,}1\, \mu$$
$$u_{IV} = 487{,}3\, \mu$$

Drei weitere Werthe für dieselbe Grösse erhält man durch das andere Intervall auf Stab 16 und durch die beiden Intervalle auf *T*; das Mittel der gut stimmenden Werthe

$$u_{IV} = 487{,}5\, \mu$$

ist als für die Beobachtungsreihe giltig angenommen. Mit diesem Werthe und dem entsprechend gefundenen Werthe

$$u_I = 510{,}1\, \mu$$

berechnete man den Werth der oben gefundenen Differenz und fand

$$16 - T = -36{,}7\, \mu - 149{,}2\, \mu = -185{,}9\, \mu$$

als unmittelbares Resultat der Vergleichung der Stäbe.

(Fortsetzung des Textes auf Seite 122.)

No. 1. 1892, Mai 18., $12^h 27 - 12^h 50$.

16 bei 0°,26						*T* bei 24°,96					
2	3	4	2	3	4	2	3	4	2	3	4
8,757$_6$	9,773$_6$	10,780$_7$	9,199$_8$	10,206$_1$	11,202$_7$	8,812$_2$	9,837$_3$	10,852$_3$	8,899$_5$	9,900$_8$	10,898$_1$
u_{IV} = 488,3	487,1		u_I = 511,1	509,3		u_{IV} = 488,5	486,9		u_I = 510,3	508,4	

$16 - T = -0{,}063_5\, u_{IV} - 0{,}303_1\, u_I = -185{,}6\, \mu$; reducirt $\mathbf{16 - T = -185{,}6\, \mu}$

No. 2. 1892, Mai 18., $14^h 1 - 14^h 19$.

16 bei 0°,20						*T* bei 25°,00					
2	3	4	2	3	4	2	3	4	2	3	4
8,758$_5$	9,770$_6$	19,782$_4$	9,197$_8$	10,204$_5$	11,198$_2$	8,825$_6$	9,851$_5$	10,866$_1$	8,907$_7$	9,908$_8$	10,906$_1$
u_{IV} = 487,3	487,9		u_I = 510,7	510,9		u_{IV} = 487,7	487,0		u_I = 510,3	508,5	

$16 - T = -0{,}075_1\, u_{IV} - 0{,}292_5\, u_I = -185{,}9\, \mu$; reducirt $\mathbf{16 - T = -185{,}9\, \mu}$

No. 3. 1892, Mai 19., $10^h 12 - 10^h 33$.

16 bei 24°,72						*T* bei 24°,96					
2	3	4	2	3	4	2	3	4	2	3	4
8,976$_4$	9,991$_0$	10,996$_4$	9,044$_7$	10,048$_5$	11,040$_1$	8,886$_9$	9,910$_4$	10,920$_0$	8,970$_2$	9,973$_7$	10,969$_5$
u_{IV} = 489,1	488,2		u_I = 512,6	512,0		u_{IV} = 488,9	489,5		u_I = 509,1	509,2	

$16 - T = +0{,}082_0\, u_{IV} - 0{,}073_2\, u_I = +2{,}7\, \mu$; reducirt $\mathbf{16 - T = +2{,}7\, \mu}$

No. 4. 1892, Mai 19., $11^h 0 - 11^h 18$.

16 bei 24°,78						*T* bei 24°,97					
2	3	4	2	3	4	2	3	4	2	3	4
8,972$_6$	9,988$_1$	10,993$_7$	9,044$_8$	10,049$_5$	11,038$_6$	8,895$_3$	9,919$_5$	10,926$_6$	8,980$_9$	9,980$_0$	10,978$_6$
u_{IV} = 488,5	488,1		u_I = 512,1	513,0		u_{IV} = 488,8	490,5		u_I = 511,4	507,8	

$16 - T = +0{,}071_3\, u_{IV} - 0{,}064_0\, u_I = +2{,}2\, \mu$; reducirt $\mathbf{16 - T = +2{,}2\, \mu}$

No. 5. 1892, Mai 19., $14^h 26 - 14^h 48$.

16 bei 49°,68						*T* bei 24°,84					
2	3	4	2	3	4	2	3	4	2	3	4
9,077$_9$	10,092$_4$	11,097$_1$	8,778$_5$	9,786$_6$	10,783$_1$	8,883$_9$	9,909$_7$	10,918$_0$	9,010$_7$	10,012$_1$	11,007$_3$
u_{IV} = 489,2	488,6		u_I = 510,5	509,7		u_{IV} = 487,8	490,1		u_I = 515,3	509,5	

$16 - T = +0{,}185_8\, u_{IV} + 0{,}227_1\, u_I = +206{,}6\, \mu$; reducirt $\mathbf{16 - T = +206{,}6\, \mu}$

No. 6. 1892, Mai 19., $15^h 2 - 15^h 17$.

16 bei 49°90						T bei 24°70					
2	3	4	2	3	4	2	3	4	2	3	4
9,073$_0$	10,087$_4$	11,092$_0$	8,775$_5$	9,786$_2$	10,781$_0$	8,893$_6$	9,917$_6$	10,925$_1$	9,024$_4$	10,024$_0$	11,021$_9$
u_{IV} = 489,3	488,2		u_I = 509,3	510,0		u_{IV} = 488,7	490,3		u_I = 510,6	508,6	

$16 - T = +0{,}172_6\, u_{IV} + 0{,}242_5\, u_I = +208{,}0\,\mu$; reducirt $16 - T = +208{,}0\,\mu$

No. 7. 1892, Mai 21., $9^h 45 - 10^h 2$.

16 bei 74°50						T bei 24°84					
1	2	3	2	3	4	2	3	4	2	3	4
8,832$_7$	9,863$_5$	10,876$_6$	9,148$_0$	10,159$_6$	11,158$_3$	8,877$_5$	9,896$_7$	10,902$_0$	9,020$_0$	10,023$_7$	11,021$_5$
u_{IV} = 489,0	490,0		u_I = 503,8	508,6		u_{IV} = 491,0	491,6		u_I = 509,0	508,2	

$16 - T = -0{,}034_5\, u_{IV} - 0{,}133_6\, u_I = -84{,}7\,\mu$; reducirt $16 - T = +412{,}5\,\mu$

No. 8. 1892, Mai 21., $10^h 21 - 10^h 38$.

16 bei 74°54						T bei 24°84					
1	2	3	2	3	4	2	3	4	2	3	4
8,835$_4$	9,864$_4$	10,877$_7$	9,149$_1$	10,159$_0$	11,156$_7$	8,886$_6$	9,910$_3$	10,919	9,029$_4$	10,030$_8$	11,027$_7$
u_{IV} = 489,9	489,9		u_I = 509,7	509,1		u_{IV} = 488,7	489,8		u_I = 510,2	508,7	

$16 - T = -0{,}046_3\, u_{IV} - 0{,}125_7\, u_I = -86{,}8\,\mu$; reducirt $16 - T = +410{,}4\,\mu$

No. 9. 1892, Mai 21., $12^h 44 - (13^h 1)$.

16 bei 100°77						T bei 24°77					
1	2	3	2	3	4	2	3	4	2	3	4
8,965$_1$	9,999$_1$	11,018$_3$	8,901$_7$	9,910$_1$	10,905$_8$	8,926$_8$	9,948$_3$	10,959$_0$	9,110$_4$	10,113$_4$	11,109$_4$
u_{VI} = 487,6	487,1		u_I = 510,7	510,2		u_{IV} = 489,6	489,3		u_I = 509,4	509,1	

$16 - T = +0{,}049_0\, u_{IV} + 0{,}205_0\, u_I = +128{,}6\,\mu$; reducirt $16 - T = +625{,}9\,\mu$

No. 10. 1892, Mai 21., $13^h 20 - 13^h 40$.

16 bei 100°83						T bei 24°75					
1	2	3	2	3	4	2	3	4	2	3	4
9,049$_3$	10,085$_3$	11,102$_8$	8,980$_9$	9,990$_2$	10,987$_9$	8,932$_3$	9,954$_6$	10,962$_3$	9,117$_5$	10,119$_8$	11,114$_7$
u_{IV} = 486,7	488,0		u_I = 510,1	509,2		u_{IV} = 489,5	490,4		u_I = 509,7	509,7	

$16 - T = +0{,}129_4\, u_{IV} + 0{,}131_3\, u_I = +130{,}1\,\mu$; reducirt $16 - T = +627{,}4\,\mu$

No. 11. — 1892, Mai 23., $11^h 16 - 11^h 33$.

16 bei 101°16						T bei 24°06					
1	2	3	2	3	4	2	3	4	2	3	4
$8,936_6$	$9,967_8$	$10,984_1$	$8,884_5$	$9,897_0$	$10,900_1$	$8,897_0$	$9,919_9$	$10,926_9$	$9,112_4$	$10,115_3$	$11,111_3$
$u_{IV} = 489,0$	488,5		$u_I = 508,6$	506,3		$u_{IV} = 489,2$	490,8		$u_I = 509,4$	509,2	

$16 - T = +0,048_8\, u_{IV} + 0,219_1\, u_I = +135,0\,\mu$; reducirt $16 - T = +682,8\,\mu$

No. 12. — 1892, Mai 23., $11^h 50 - 12^h 8$.

16 bei 101°12						T bei 24°81					
1	2	3	2	3	4	2	3	4	2	3	4
$8,903_9$	$9,934_7$	$10,952_5$	$8,873_5$	$9,889_0$	$10,892_5$	$8,893_0$	$9,914_9$	$10,925_6$	$9,124_5$	$10,127_1$	$11,121_5$
$u_{IV} = 489,0$	487,9		$u_I = 507,1$	506,2		$u_{IV} = 489,7$	489,0		$u_I = 509,5$	510,1	

$16 - T = +0,019_2\, u_{IV} + 0,239_3\, u_I = +131,0\,\mu$; reducirt $16 - T = +628,8\,\mu$

No. 13. — 1892, Mai 23., $14^h 8 - 14^h 24$.

16 bei 74°19						T bei 24°79					
1	2	3	2	3	4	2	3	4	2	3	4
$8,773_5$	$9,806_3$	$10,822_9$	$9,170_1$	$10,175_4$	$11,168_1$	$8,923_6$	$9,946_4$	$10,956_5$	$9,120_8$	$10,122_1$	$11,118_1$
$u_{IV} = 488,1$	488,3		$u_I = 511,9$	511,9		$u_{IV} = 489,3$	489,3		$u_I = 509,9$	509,1	

$16 - T = -0,141_3\, u_{IV} - 0,051_2\, u_I = -95,2\,\mu$; reducirt $16 - T = +402,0\,\mu$

No. 14. — 1892, Mai 23., $14^h 40 - 14^h 57$.

16 bei 74°14						T bei 24°79					
1	2	3	2	3	4	2	3	4	2	3	4
$8,821_4$	$9,852_9$	$10,869_3$	$9,204_3$	$10,211_9$	$11,205_0$	$8,936_5$	$9,959_1$	$10,970_3$	$9,127_6$	$10,127_9$	$11,123_5$
$u_{IV} = 488,4$	488,4		$u_I = 510,8$	511,5		$u_{IV} = 489,3$	488,8		$u_I = 510,7$	509,4	

$16 - T = -0,107_5\, u_{IV} - 0,080_8\, u_I = -93,8\,\mu$; reducirt $16 - T = +403,4\,\mu$

No. 15. — 1892, Mai 24., $11^h 25 - (11^h 44)$.

16 bei 49°52						T bei 24°76					
2	3	4	2	3	4	2	3	4	2	3	4
$9,150_0$	$10,165_8$	$11,171_0$	$8,872_9$	$9,879_5$	$10,875_5$	$8,946_4$	$9,969_8$	$10,982_6$	$9,081_5$	$10,083_8$	$11,081_8$
$u_{IV} = 488,6$	488,4		$u_I = 511,4$	509,8		$u_{IV} = 489,0$	488,0		$u_I = 509,7$	508,1	

$16 - T = +0,196_9\, u_{IV} + 0,206_3\, u_I = +200,9\,\mu$; reducirt $16 - T = +200,9\,\mu$

No. 16. 1892, Mai 24., $12^h 5 - 12^h 23$.

16 bei 49°72						T bei 24°75					
2	3	4	2	3	4	2	3	4	2	3	4
$9{,}203_6$	$10{,}217_9$	$11{,}222_7$	$8{,}917_5$	$9{,}926_8$	$10{,}920_7$	$8{,}951_5$	$9{,}976_1$	$10{,}988_4$	$9{,}090_2$	$10{,}090_8$	$11{,}090_2$
$u_{IV} = 489{,}3$	488,5		$u_I = 510{,}0$	510,8		$u_{IV} = 488{,}2$	488,3		$u_I = 510{,}6$	507,4	

$16 - T = +0{,}242_7\, u_{IV} + 0{,}168_6\, u_I = +204{,}6\,\mu$; reducirt $16 - T = +204{,}6\,\mu$

No. 17. 1892, Mai 25., $11^h 58 - 12^h 16$.

16 bei 24°60						T bei 24°88					
2	3	4	2	3	4	2	3	4	2	3	4
$8{,}846_0$	$9{,}862_3$	$10{,}868_6$	$8{,}934_8$	$9{,}936_6$	$10{,}933_4$	$8{,}912_9$	$9{,}937_8$	$10{,}949_0$	$9{,}010_5$	$10{,}011_5$	$11{,}009_5$
$u_{IV} = 488{,}2$	487,7		$u_I = 513{,}7$	509,3		$u_{IV} = 488{,}2$	488,7		$u_I = 510{,}4$	508,1	

$16 - T = -0{,}074_8\, u_{IV} + 0{,}075_6\, u_I = +2{,}3\,\mu$; reducirt $16 - T = +2{,}3\,\mu$

No. 18. 1892, Mai 25., $12^h 36 - 12^h 53$.

16 bei 24°56						T bei 24°81					
2	3	4	2	3	4	2	3	4	2	3	4
$8{,}842_5$	$9{,}858_4$	$10{,}863_0$	$8{,}930_0$	$9{,}937_6$	$10{,}932_1$	$8{,}913_4$	$9{,}938_1$	$10{,}948_5$	$9{,}017_3$	$10{,}017_6$	$11{,}015_6$
$u_{IV} = 488{,}4$	488,6		$u_I = 510{,}7$	510,3		$u_{IV} = 488{,}3$	489,1		$u_I = 510{,}7$	508,1	

$16 - T = -0{,}078_7\, u_{IV} + 0{,}083_5\, u_I = +4{,}0\,\mu$; reducirt $16 - T = +4{,}0\,\mu$

No. 19. 1892, Mai 27., $10^h 25 - 10^h 42$.

16 bei 0°82						T bei 24°93					
2	3	4	2	3	4	2	3	4	2	3	4
$8{,}712_1$	$9{,}725_3$	$10{,}731_6$	$9{,}147_2$	$10{,}156_8$	$11{,}151_9$	$8{,}857_4$	$9{,}881_9$	$10{,}893_0$	$8{,}943_5$	$9{,}946_0$	$10{,}943_7$
$u_{IV} = 489{,}5$	487,6		$u_I = 509{,}5$	510,5		$u_{IV} = 488{,}4$	488,8		$u_I = 509{,}5$	508,2	

$16 - T = -0{,}154_3\, u_{IV} - 0{,}207_4\, u_I = -181{,}1\,\mu$; reducirt $16 - T = -181{,}1\,\mu$

No. 20. 1892, Mai 27., $11^h 4 - 11^h 20$.

16 bei 0°80						T bei 24°91					
2	3	4	2	3	4	2	3	4	2	3	4
$8{,}717_4$	$9{,}731_1$	$10{,}736_6$	$9{,}158_3$	$10{,}169_6$	$11{,}164_0$	$8{,}861_9$	$9{,}885_5$	$10{,}897_4$	$8{,}955_0$	$9{,}955_1$	$10{,}954_4$
$u_{IV} = 489{,}4$	488,0		$u_I = 508{,}7$	510,3		$u_{IV} = 488{,}9$	488,4		$u_I = 510{,}8$	507,4	

$16 - T = -0{,}153_2\, u_{IV} - 0{,}209_3\, u_I = -181{,}6\,\mu$; reducirt $16 - T = -181{,}6\,\mu$

No. 21. **1892, Mai 27., $13^h 44 - 14^h 6$.**

59 bei 0°24						T bei 24°91					
2	3	4	2	3	4	2	3	4	2	3	4
8,708$_8$	9,701$_3$	10,704$_3$	8,800$_5$	9,789$_2$	10,782$_4$	8,872$_8$	9,898$_0$	10,908$_3$	8,679$_6$	9,688$_5$	10,684$_2$
u_{IV} = 489,3	487,1		u_I = 506,8	507,2		u_{IV} = 488,1	489,2		u_I = 506,2	509,1	

$59 - T = -0,188_6\, u_{IV} - 0,106_5\, u_I = -145,9\,\mu$; reducirt $59 - T = -145,9\,\mu$

No. 22. **1892, Mai 27., $14^h 20 - 14^h 45$.**

59 bei 0°22						T bei 24°92					
2	3	4	2	3	4	2	3	4	2	3	4
8,692$_8$	9,682$_1$	10,686$_3$	8,795$_3$	9,783$_4$	10,775$_5$	8,860$_3$	9,887$_0$	10,897$_1$	8,677$_8$	9,685$_1$	10,683$_1$
u_{IV} = 490,9	486,7		u_I = 507,0	507,8		u_{IV} = 487,5	489,3		u_I = 506,9	508,1	

$59 - T = -0,194_5\, u_{IV} - 0,102_7\, u_I = -147,2\,\mu$; reducirt $59 - T = -147,2\,\mu$

No. 23. **1892, Mai 28., $9^h 58 - (10^h 17)$.**

59 bei 24°40						T bei 24°89					
2	3	4	2	3	4	2	3	4	2	3	4
8,786$_7$	9,783$_3$	10,791$_0$	8,633$_0$	9,617$_9$	10,613$_8$	8,880$_8$	9,907$_0$	10,918$_0$	8,721$_1$	9,721$_0$	10,716$_8$
u_{IV} = 487,5	485,1		u_I = 508,8	505,5		u_{IV} = 487,6	488,9		u_I = 511,0	509,3	

$59 - T = -0,115_0\, u_{IV} + 0,097_7\, u_I = -6,3\,\mu$; reducirt $59 - T = -6,3\,\mu$

No. 24. **1892, Mai 28., $10^h 30 - 10^h 50$.**

59 bei 24°58						T bei 24°84					
2	3	4	2	3	4	2	3	4	2	3	4
8,853$_0$	9,849$_1$	10,855$_4$	8,709$_3$	9,691$_7$	10,690$_6$	8,879$_1$	9,904$_1$	10,914$_6$	8,711$_7$	9,729$_1$	10,725$_3$
u_{IV} = 487,6	486,2		u_I = 510,0	504,8		u_{IV} = 488,2	489,1		u_I = 507,2	509,0	

$59 - T = -0,046_8\, u_{IV} + 0,028_3\, u_I = -8,4\,\mu$; reducirt $59 - T = -8,4\,\mu$

No. 25. **1892, Mai 28., $13^h 15 - (13^h 36)$.**

59 bei 49°72						T bei 24°86					
2	3	4	2	3	4	2	3	4	2	3	4
8,996$_0$	9,993$_0$	10,999$_3$	8,621$_3$	9,603$_7$	10,598$_1$	8,845$_3$	9,867$_8$	10,882$_0$	8,755$_1$	9,762$_0$	10,751$_0$
u_{IV} = 487,3	485,8		u_I = 509,6	507,3		u_{IV} = 489,4	487,3		u_I = 507,4	512,2	

$59 - T = +0,131_1\, u_{IV} + 0,148_4\, u_I = +139,4\,\mu$; reducirt $59 - T = +139,4\,\mu$

No. 26. — 1892, Mai 28., $14^h 0 - 14^h 19$.

59 bei 49°85						*T* bei 24°77					
2	3	4	2	3	4	2	3	4	2	3	4
$9{,}036_1$	$10{,}030_9$	$11{,}038_1$	$8{,}653_5$	$9{,}640_0$	$10{,}628_5$	$8{,}850_3$	$9{,}876_8$	$10{,}889_9$	$8{,}756_7$	$9{,}762_4$	$10{,}756_7$
$u_{IV} = 488{,}3$	$490{,}3$		$u_I = 508{,}1$	$509{,}8$		$u_{IV} = 487{,}5$	$487{,}8$		$u_I = 508{,}1$	$509{,}9$	

$59 - T = +\,0{,}162_7\, u_{IV} + 0{,}117_9\, u_I = +\,139{,}5\,\mu$; reducirt $59 - T = +\,139{,}5\,\mu$

No. 27. — 1892, Mai 30., $10^h 12 - 10^h 30$.

59 bei 74°71						*T* bei 25°06					
2	3	4	3	4	5	2	3	4	2	3	4
$8{,}427_6$	$9{,}421_8$	$10{,}423_6$	$8{,}804_4$	$9{,}799_7$	$10{,}765_4$	$8{,}760_0$	$9{,}784_5$	$10{,}797_5$	$8{,}726_0$	$9{,}729_6$	$10{,}723_0$
$u_{IV} = 488{,}6$	$488{,}0$		$u_I = 506{,}2$	$505{,}6$		$u_{IV} = 488{,}4$	$487{,}9$		$u_I = 509{,}1$	$510{,}4$	

$59 - T = -\,0{,}356_1\, u_{IV} - 0{,}063_8\, u_I = -\,206{,}4\,\mu$; reducirt $59 - T = +\,291{,}5\,\mu$

No. 28. — 1892, Mai 30., $11^h 26 - 11^h 45$.

59 bei 74°85						*T* bei 24°54					
2	3	4	3	4	5	2	3	4	2	3	4
$8{,}362_1$	$9{,}354_6$	$10{,}358_3$	$8{,}738_7$	$9{,}737_5$	$10{,}699_5$	$8{,}778_1$	$9{,}800_8$	$10{,}811_0$	$8{,}740_8$	$9{,}745_1$	$10{,}740_5$
$u_{IV} = 489{,}5$	$486{,}8$		$u_I = 504{,}6$	$507{,}3$		$u_{IV} = 489{,}7$	$488{,}9$		$u_I = 508{,}8$	$509{,}4$	

$59 - T = -\,0{,}437_9\, u_{IV} + 0{,}017_0\, u_I = -\,205{,}4\,\mu$; reducirt $59 - T = +\,292{,}5\,\mu$

No. 29. — 1892, Mai 31., $10^h 47 - 11^h 4$.

59 bei 100°94						*T* bei 24°62					
2	3	4	3	4	5	2	3	4	2	3	4
$8{,}341_1$	$9{,}335_4$	$10{,}330_1$	$8{,}813_8$	$9{,}802_4$	$10{,}761_7$	$8{,}252_5$	$9{,}276_3$	$10{,}283_4$	$8{,}641_7$	$9{,}639_3$	$10{,}630_8$
$u_{IV} = 488{,}7$	$491{,}6$		$u_I = 509{,}5$	$508{,}9$		$u_{IV} = 488{,}9$	$490{,}6$		$u_I = 511{,}8$	$512{,}0$	

$59 - T = +\,0{,}064_9\, u_{IV} - 0{,}155_8\, u_I = -47{,}4\,\mu$; reducirt $59 - T = +\,450{,}6\,\mu$

No. 30. — 1892, Mai 31., $11^h 25 - 11^h 45$.

59 bei 100°42						*T* bei 24°61					
2	3	4	3	4	5	2	3	4	2	3	4
$8{,}369_3$	$9{,}366_0$	$10{,}361_3$	$8{,}832_4$	$9{,}826_6$	$10{,}789_6$	$8{,}265_5$	$9{,}292_4$	$10{,}304_3$	$8{,}640_3$	$9{,}645_8$	$10{,}643_1$
$u_{IV} = 487{,}8$	$491{,}2$		$u_I = 507{,}0$	$506{,}9$		$u_{IV} = 487{,}3$	$488{,}4$		$u_I = 508{,}5$	$508{,}2$	

$59 - T = +\,0{,}078_4\, u_{IV} - 0{,}173_4\, u_I = -\,49{,}7\,\mu$; reducirt $59 - T = +\,448{,}3\,\mu$

No. 31. **1892, Mai 31., $12^h\,16 - 12^h\,33$.**

59 bei 100°40						T bei 24°56					
2	3	4	3	4	5	2	3	4	2	3	4
$9,635_3$	$10,631_4$	$11,634_1$	$9,243_3$	$10,238_6$	$11,196_8$	$9,701_1$	$10,730_1$	$11,744_6$	$9,224_8$	$10,226_3$	$11,216_8$
$u_{IV} = 486,8$	487,8		$u_I = 507,0$	509,6		$u_{IV} = 486,3$	487,1		$u_I = 509,8$	512,0	

$59 - T = -0,091_7\, u_{IV} - 0,003_6\, u_I = -46,5\,\mu$; reducirt $59 - T = +451,5\,\mu$

No. 32. **1892, Mai 31., $12^h\,57 - 13^h\,13$.**

59 bei 100°43						T bei 24°53					
2	3	4	3	4	5	2	3	4	2	3	4
$9,643_7$	$10,636_1$	$11,638_8$	$9,240_4$	$10,252_1$	$11,214_4$	$9,709_6$	$10,738_3$	$11,752_6$	$9,242_3$	$10,240_7$	$11,231_2$
$u_{IV} = 488,9$	488,1		$u_I = 508,4$	508,0		$u_{IV} = 486,1$	487,5		$u_I = 511,6$	512,1	

$59 - T = -0,094_0\, u_{IV} - 0,004_8\, u_I = -47,9\,\mu$; reducirt $59 - T = +450,1\,\mu$

No. 33. **1892, Mai 31., $14^h\,18 - 14^h\,34$.**

59 bei 74°69						T bei 24°46					
2	3	4	3	4	5	2	3	4	2	3	4
$9,451_1$	$10,450_8$	$11,447_3$	$9,364_5$	$10,354_1$	$11,317_4$	$9,721_8$	$10,750_6$	$11,766_5$	$9,225_4$	$10,225_7$	$11,213_8$
$u_{IV} = 486,0$	490,6		$u_I = 509,4$	507,3		$u_{IV} = 486,4$	486,5		$u_I = 510,4$	513,3	

$59 - T = -0,296_5\, u_{IV} - 0,123_7\, u_I = -207,6\,\mu$; reducirt $59 - T = +290,3\,\mu$

No. 34. **1892, Mai 31., $14^h\,47 - 15^h\,3$.**

59 bei 74°58						T bei 24°46					
2	3	4	3	4	5	2	3	4	2	3	4
$9,470_5$	$10,466_6$	$11,464_8$	$9,374_3$	$10,365_0$	$11,327_0$	$9,735_7$	$10,766_9$	$11,780_3$	$9,236_8$	$10,238_3$	$11,226_1$
$u_{IV} = 487,7$	489,8		$u_I = 508,8$	508,1		$u_{IV} = 485,3$	487,7		$u_I = 510,1$	513,5	

$59 - T = -0,293_7\, u_{IV} - 0,121_7\, u_I = -205,2\,\mu$; reducirt $59 - T = +292,7\,\mu$

No. 35. **1892, Juni 1., $11^h\,14 - 11^h\,31$.**

59 bei 49°76						T bei 24°52					
2	3	4	2	3	4	2	3	4	2	3	4
$9,914_4$	$10,908_5$	$11,907_3$	$9,056_6$	$10,044_2$	$11,031_5$	$9,757_6$	$10,786_0$	$11,798_5$	$9,200_8$	$10,200_6$	$11,190_8$
$u_{IV} = 488,7$	489,5		$u_I = 507,6$	510,5		$u_{IV} = 486,6$	488,1		$u_I = 511,0$	512,2	

$59 - T = +0,129_3\, u_{IV} + 0,153_2\, u_I = +141,3\,\mu$; reducirt $59 - T = +141,3\,\mu$

No. 36. 1892, Juni 1., $11^h 49$ — ($12^h 6$).

59 bei 49°,74						*T* bei 24°,51					
2	3	4	2	3	4	2	3	4	2	3	4
9,916$_1$	10,911$_6$	11,912$_5$	9,059$_5$	10,045$_0$	11,031$_7$	9,772$_0$	10,801$_0$	11,813$_0$	9,217$_4$	10,217$_3$	11,208$_3$
u_{IV} = 488,0	488,5		u_I = 508,7	510,8		u_{IV} = 486,3	488,3		u_I = 511,0	511,7	

$59 - T = +0{,}118_1\, u_{IV} + 0{,}168_9\, u_I = +143{,}8\,\mu$; reducirt $59 - T = +143{,}8\,\mu$

No. 37. 1892, Juni 2., $11^h 2$ — $11^h 18$.

59 bei 25°,07						*T* bei 24°,50					
2	3	4	2	3	4	2	3	4	2	3	4
9,783$_4$	10,778$_6$	11,779$_4$	9,173$_0$	10,155$_5$	11,144$_1$	9,743$_1$	10,771$_5$	11,785$_4$	9,148$_5$	10,148$_0$	11,136$_5$
u_{IV} = 488,0	488,4		u_I = 510,3	509,8		u_{IV} = 486,6	487,4		u_I = 510,9	513,3	

$59 - T = +0{,}013_8\, u_{IV} - 0{,}013_5\, u_I = -0{,}2\,\mu$; reducirt $59 - T = -0{,}2\,\mu$

No. 38. 1892, Juni 2., $11^h 33$ — $12^h 50$.

59 bei 25°,07						*T* bei 24°,49					
2	3	4	2	3	4	2	3	4	2	3	4
9,762$_6$	10,759$_4$	11,762$_8$	9,164$_4$	10,152$_1$	11,137$_3$	9,844$_6$	10,871$_0$	11,884$_6$	9,250$_9$	10,253$_9$	11,241$_0$
u_{IV} = 487,3	487,1		u_I = 507,5	511,6		u_{IV} = 487,5	487,6		u_I = 509,4	513,8	

$59 - T = -0{,}105_1\, u_{IV} + 0{,}097_4\, u_I = -1{,}5\,\mu$; reducirt $59 - T = -1{,}5\,\mu$

No. 39. 1892, Juni 3., $10^h 0$ — $10^h 18$.

59 bei 0°,38						*T* bei 24°,56					
2	3	4	2	3	4	2	3	4	2	3	4
9,744$_8$	10,741$_1$	11,744$_5$	9,394$_7$	10,372$_5$	11,362$_0$	9,896$_1$	10,924$_1$	11,936$_4$	9,265$_0$	10,266$_3$	11,258$_3$
u_{IV} = 487,4	487,3		u_I = 512,8	509,1		u_{IV} = 486,7	488,2		u_I = 510,2	511,3	

$59 - T = -0{,}175_6\, u_{IV} - 0{,}113_3\, u_I = -143{,}4\,\mu$; reducirt $59 - T = -143{,}4\,\mu$

No. 40. 1892, Juni 3., $10^h 38$ — $10^h 56$.

59 bei 0°,48						*T* bei 24°,54					
2	3	4	2	3	4	2	3	4	2	3	4
9.764$_9$	10,761$_9$	11,756$_4$	9,423$_8$	10,408$_4$	11,396$_4$	9,877$_3$	10,903$_9$	11,919$_3$	9,259$_5$	10,262$_5$	11,257$_0$
u_{IV} = 487,1	491,4		u_I = 509,0	510,0		u_{IV} = 487,4	486,7		u_I = 509,3	509,9	

$59 - T = -0{,}139_1\, u_{IV} - 0{,}149_8\, u_I = -144{,}2\,\mu$; reducirt $59 - T = -144{,}2\,\mu$

No. 41. — 1892, Juni 3., $13^h 7$—$13^h 25$.

T bei 0°29						16 bei 24°51					
2	3	4	2	3	4	2	3	4	2	3	4
$9{,}363_5$	$10{,}389_6$	$11{,}402_5$	$9{,}362_8$	$10{,}363_7$	$11{,}362_9$	$9{,}610_4$	$10{,}633_5$	$11{,}641_0$	$9{,}223_8$	$10{,}234_4$	$11{,}233_3$
$u_{IV} = 487{,}9$	487,5		$u_I = 509{,}9$	507,5		$u_{IV} = 484{,}9$	487,1		$u_I = 509{,}1$	508,3	

$T - 16 = -0{,}243_3\, u_{IV} - 0{,}132_5\, u_I = -186{,}0\,\mu$; reducirt $T - 16 = -186{,}0\,\mu$

No. 42. — 1892, Juni 3., $13^h 40$—$13^h 56$.

T bei 0°28						16 bei 24°54					
2	3	4	2	3	4	2	3	4	2	3	4
$9{,}347_8$	$10{,}373_6$	$11{,}387_3$	$9{,}352_1$	$10{,}358_5$	$11{,}353_7$	$9{,}593_4$	$10{,}616_4$	$11{,}625_7$	$9{,}216_3$	$10{,}227_8$	$11{,}226_1$
$u_{IV} = 487{,}7$	487,5		$u_I = 507{,}5$	509,3		$u_{IV} = 485{,}0$	486,5		$u_I = 508{,}6$	508,6	

$T - 16 = -0{,}242_8\, u_{IV} - 0{,}131_3\, u_I = -184{,}7\,\mu$; reducirt $T - 16 = -184{,}7\,\mu$

No. 43. — 1892, Juni 4., $11^h 1 - 11^h 17$.

T bei 25°08						16 bei 24°43					
2	3	4	2	3	4	2	3	4	2	3	4
$9{,}573_1$	$10{,}596_0$	$11{,}612_0$	$9{,}201_5$	$10{,}204_6$	$11{,}204_6$	$9{,}593_3$	$10{,}615_5$	$11{,}626_5$	$9{,}214_0$	$10{,}225_3$	$11{,}223_8$
$u_{IV} = 489{,}2$	486,4		$u_I = 509{,}3$	507,1		$u_{IV} = 485{,}4$	485,5		$u_I = 509{,}4$	508,3	

$T - 16 = -0{,}018_0\, u_{IV} + 0{,}017_0\, u_I = -0{,}2\,\mu$; reducirt $T - 16 = -0{,}2\,\mu$

No. 44. — 1892, Juni 4., $11^h 32 - 11^h 48$.

T bei 25°05						16 bei 24°41					
2	3	4	2	3	4	2	3	4	2	3	4
$9{,}556_8$	$10{,}581_6$	$11{,}596_1$	$9{,}189_3$	$10{,}194_5$	$11{,}192_9$	$9{,}572_9$	$10{,}596_8$	$11{,}605_0$	$9{,}200_3$	$10{,}211_1$	$11{,}207_9$
$u_{IV} = 488{,}0$	487,1		$u_I = 509{,}2$	507,9		$u_{IV} = 484{,}6$	486,8		$u_I = 509{,}3$	509,3	

$T - 16 = -0{,}013_6\, u_{IV} + 0{,}014_5\, u_I = +0{,}8\,\mu$; reducirt $T - 16 = +0{,}8\,\mu$

No. 45. — 1892, Juni 7., $10^h 57 - 11^h 13$.

T bei 49°60						16 bei 24°40					
2	3	4	2	3	4	2	3	4	2	3	4
$9{,}705_0$	$10{,}732_3$	$11{,}747_6$	$8{,}988_4$	$9{,}996_3$	$10{,}996_4$	$9{,}543_7$	$10{,}567_3$	$11{,}578_8$	$9{,}207_9$	$10{,}218_0$	$11{,}213_9$
$u_{IV} = 487{,}3$	486,8		$u_I = 507{,}0$	507,1		$u_{IV} = 484{,}7$	485,3		$u_I = 509{,}4$	509,8	

$T - 16 = +0{,}165_0\, u_{IV} + 0{,}219_6\, u_I = +191{,}9\,\mu$; reducirt $T - 16 = +191{,}9\,\mu$

No. 46. 1892, Juni 7., $11^h 31 - 11^h 48$.

T bei 49°60						16 bei 24°44					
2	3	4	2	3	4	2	3	4	2	3	4
$9{,}718_4$	$10{,}745_6$	$11{,}761_8$	$9{,}007_1$	$10{,}013_5$	$11{,}014_9$	$9{,}555_1$	$10{,}577_5$	$11{,}587_9$	$9{,}218_5$	$10{,}228_9$	$11{,}223_5$
$u_{IV} = 487{,}2$	$486{,}4$		$u_I = 508{,}0$	$506{,}6$		$u_{IV} = 485{,}3$	$486{,}1$		$u_I = 509{,}6$	$510{,}1$	

$T - 16 = +0{,}168_8\, u_{IV} + 0{,}212_5\, u_I = +190{,}0\,\mu$; reducirt $T - 16 = +190{,}0\,\mu$

No. 47. 1892, Juni 8., $10^h 21 - 10^h 35$.

T bei 74°69						16 bei 24°38					
2	3	4	3	4	5	2	3	4	2	3	4
$9{,}516_7$	$10{,}543_5$	$11{,}560_5$	$9{,}481_9$	$10{,}475_7$	$11{,}471_7$	$9{,}540_7$	$10{,}562_1$	$11{,}571_9$	$9{,}256_9$	$10{,}265_7$	$11{,}262_4$
$u_{IV} = 487{,}8$	$486{,}1$		$u_I = 510{,}5$	$508{,}8$		$u_{IV} = 485{,}8$	$486{,}4$		$u_I = 510{,}0$	$509{,}4$	

$T - 16 = -0{,}018_7\, u_{IV} - 0{,}214_8\, u_I = -118{,}4\,\mu$; reducirt $T - 16 = +390{,}0\,\mu$

No. 48. 1892, Juni 8., $(10^h 56) - 11^h 9$.

T bei 74°91						16 bei 24°39					
2	3	4	3	4	5	2	3	4	2	3	4
$9{,}528_6$	$10{,}550_5$	$11{,}565_0$	$9{,}484_1$	$10{,}484_1$	$11{,}479_9$	$9{,}571_7$	$10{,}591_5$	$11{,}600_5$	$9{,}289_3$	$10{,}298_8$	$11{,}297_1$
$u_{IV} = 489{,}9$	$487{,}3$		$u_I = 508{,}8$	$508{,}9$		$u_{IV} = 486{,}5$	$486{,}4$		$u_I = 510{,}0$	$508{,}3$	

$T - 16 = -0{,}039_8\, u_{IV} - 0{,}188_9\, u_I = -115{,}6\,\mu$; reducirt $T - 16 = +392{,}8\,\mu$

No. 49. 1892, Juni 8., $12^h 42 - 12^h 58$.

T bei 101°15						16 bei 24°36					
2	3	4	3	4	5	2	3	4	2	3	4
$9{,}579_6$	$10{,}609_4$	$11{,}623_0$	$9{,}163_8$	$10{,}161_6$	$11{,}159_5$	$9{,}577_9$	$10{,}598_9$	$11{,}605_0$	$9{,}328_4$	$10{,}340_5$	$11{,}335_7$
$u_{IV} = 486{,}2$	$487{,}9$		$u_I = 508{,}2$	$508{,}1$		$u_{IV} = 486{,}0$	$487{,}8$		$u_I = 508{,}6$	$509{,}9$	

$T - 16 = +0{,}010_8\, u_{IV} + 0{,}173_3\, u_I = +93{,}1\,\mu$; reducirt $T - 16 = +601{,}6\,\mu$

No. 50. 1892, Juni 8., $13^h 16 - 13^h 31$.

T bei 101°24						16 bei 24°35					
2	3	4	3	4	5	2	3	4	2	3	4
$9{,}582_6$	$10{,}608_1$	$11{,}626_5$	$9{,}151_0$	$10{,}152_5$	$11{,}151_3$	$9{,}572_1$	$10{,}594_0$	$11{,}604_6$	$9{,}318_5$	$10{,}337_1$	$11{,}322_5$
$u_{IV} = 488{,}3$	$485{,}6$		$u_I = 506{,}6$	$507{,}6$		$u_{IV} = 485{,}5$	$485{,}6$		$u_I = 510{,}2$	$510{,}1$	

$T - 16 = +0{,}015_5\, u_{IV} + 0{,}171_9\, u_I = +94{,}6\,\mu$; reducirt $T - 16 = +608{,}1\,\mu$

No. 51. 1892, Juni 9., $9^h 28 - 9^h 42$.

T bei 101°,80						16 bei 24°,62					
2	3	4	3	4	5	2	3	4	2	3	4
$9,674_4$	$10,703_6$	$11,721_7$	$9,228_8$	$10,230_3$	$11,229_8$	$9,512_3$	$10,532_7$	$11,544_5$	$9,239_3$	$10,248_7$	$11,243_3$
$u_{IV} = 486,5$	485,7		$u_I = 506,6$	507,5		$u_{IV} = 486,3$	485,1		$u_I = 510,1$	510,4	

$T - 16 = +0,170_6\, u_{IV} + 0,014_6\, u_I = +90,0\, \mu$; reducirt $T - 16 = +588,5\, \mu$

No. 52. 1892, Juni 9., $10^h 7 - 10^h 23$.

T bei 101°,80						16 bei 24°,40					
2	3	4	3	4	5	2	3	4	2	3	4
$9,701_5$	$10,722_3$	$11,740_8$	$9,264_9$	$10,266_4$	$11,263_4$	$9,557_5$	$10,581_3$	$11,592_4$	$9,302_0$	$10,313_5$	$11,312_3$
$u_{IV} = 490,5$	485,8		$u_I = 506,6$	508,5		$u_{IV} = 484,7$	485,4		$u_I = 508,7$	508,3	

$T - 16 = +0,144_2\, u_{IV} + 0,044_4\, u_I = +92,8\, \mu$; reducirt $T - 16 = +601,8\, \mu$

No. 53. 1892, Juni 9., $12^h 30 - 12^h 45$.

T bei 74°,70						16 bei 24°,80					
2	3	4	3	4	5	2	3	4	2	3	4
$9,549_2$	$10,573_7$	$11,589_9$	$9,536_4$	$10,529_2$	$11,525_6$	$9,562_0$	$10,585_9$	$11,597_0$	$9,289_7$	$10,302_7$	$11,302_4$
$u_{IV} = 488,6$	486,5		$u_I = 511,0$	508,5		$u_{IV} = 484,6$	485,4		$u_I = 507,9$	507,9	

$T - 16 = -0,010_6\, u_{IV} - 0,232_0\, u_I = -123,4\, \mu$; reducirt $T - 16 = +885,0\, \mu$

No. 54. 1892, Juni 9., $13^h 5 - 13^h 19$.

T bei 74°,80						16 bei 24°,28					
2	3	4	3	4	5	2	3	4	2	3	4
$9,568_8$	$10,591_8$	$11,605_3$	$9,540_5$	$10,547_3$	$11,532_7$	$9,576_9$	$10,599_6$	$11,610_8$	$9,294_9$	$10,304_6$	$11,306_1$
$u_{IV} = 489,1$	487,8		$u_I = 508,9$	509,1		$u_{IV} = 485,2$	485,4		$u_I = 509,3$	506,9	

$T - 16 = -0,007_4\, u_{IV} - 0,235_9\, u_I = -123,2\, \mu$; reducirt $T - 16 = +885,2\, \mu$

No. 55. 1892, Juni 10., $10^h 28 - 10^h 45$.

T bei 49°,82						16 bei 25°,03					
2	3	4	2	3	4	2	3	4	2	3	4
$9,810_2$	$10,836_5$	$11,848_6$	$9,108_5$	$10,112_2$	$11,105_3$	$9,578_0$	$10,601_4$	$11,612_3$	$9,242_4$	$10,253_3$	$11,250_4$
$u_{IV} = 487,7$	488,4		$u_I = 509,3$	510,4		$u_{IV} = 484,8$	485,5		$u_I = 509,0$	509,2	

$T - 16 = +0,234_4\, u_{IV} + 0,139_7\, u_I = +185,4\, \mu$; reducirt $T - 16 = +185,4\, \mu$

No. 56. — 1892, Juni 10., $11^h 0 - 12^h 20$.

T bei 49°84						16 bei 25°18					
2	3	4	2	3	4	2	3	4	2	3	4
9,817$_1$	10,840$_7$	11,854$_6$	9,118$_6$	10,118$_4$	11,115$_7$	9,579$_6$	10,600$_5$	11,614$_7$	9,245$_4$	10,255$_9$	11,253$_8$
u_{IV} = 489,0	487,5		u_I = 511,1	508,6		u_{IV} = 486,0	483,9		u_I = 509,2	509,1	

$T - 16 = +0{,}239_4\, u_{IV} + 0{,}133_9\, u_I = +184{,}7\,\mu$; reducirt $T - 16 = +184{,}7\,\mu$

No. 57. — 1892, Juni 10., $13^h 23 - 13^h 37$.

T bei 25°30						16 bei 24°88					
2	3	4	2	3	4	2	3	4	2	3	4
9,530$_3$	10,554$_4$	11,572$_8$	9,180$_7$	10,189$_0$	11,184$_3$	9,603$_6$	10,625$_6$	11,638$_5$	9,250$_3$	10,262$_1$	11,259$_4$
u_{IV} = 488,6	485,6		u_I = 506,6	509,5		u_{IV} = 485,5	484,5		u_I = 508,4	509,1	

$T - 16 = -0{,}070_1\, u_{IV} + 0{,}072_6\, u_I = +2{,}8\,\mu$; reducirt $T - 16 = +2{,}8\,\mu$

No. 58. — 1892, Juni 10., $14^h 11 - 14^h 25$.

T bei 25°36						16 bei 24°88					
2	3	4	2	3	4	2	3	4	2	3	4
9,681$_2$	10,708$_0$	11,723$_6$	9,327$_2$	10,332$_3$	11,328$_7$	9,600$_4$	10,623$_1$	11,635$_7$	9,250$_5$	10,258$_7$	11,258$_4$
u_{IV} = 487,3	486,6		u_I = 508,3	509,0		u_{IV} = 485,2	484,7		u_I = 509,8	508,4	

$T - 16 = +0{,}084_5\, u_{IV} - 0{,}073_1\, u_I = +3{,}8\,\mu$; reducirt $T - 16 = +8{,}8\,\mu$

No. 59. — 1892, Juni 11., $10^h 49 - 11^h 3$.

T bei 0°85						16 bei 24°40					
2	3	4	2	3	4	2	3	4	2	3	4
9,542$_6$	10,568$_6$	11,582$_6$	9,512$_4$	10,518$_4$	11,512$_7$	9,587$_1$	10,611$_0$	11,622$_6$	9,195$_8$	10,205$_9$	11,205$_4$
u_{IV} = 487,6	487,3		u_I = 507,8	509,9		u_{IV} = 484,6	485,2		u_I = 509,4	508,0	

$T - 16 = -0{,}042_3\, u_{IV} - 0{,}312_8\, u_I = -179{,}5\,\mu$; reducirt $T - 16 = -179{,}5\,\mu$

No. 60. — 1892, Juni 11., $11^h 18 - 11^h 33$.

T bei 0°98						16 bei 24°88					
2	3	4	2	3	4	2	3	4	2	3	4
9,538$_0$	10,564$_4$	11,579$_2$	9,513$_6$	10,518$_4$	11,512$_7$	9,583$_0$	10,606$_1$	11,617$_9$	9,197$_3$	10,207$_8$	11,206$_0$
u_{IV} = 487,4	486,9		u_I = 508,5	509,9		u_{IV} = 485,0	485,0		u_I = 509,5	508,3	

$T - 16 = -0{,}041_8\, u_{IV} - 0{,}311_5\, u_I = -178{,}9\,\mu$; reducirt $T - 16 = -178{,}9\,\mu$

Dieses Resultat bedurfte in den Fällen noch einer weiteren Reduction, in denen nicht die Striche 2, 3, 4, sondern andere Striche auf einem der Stäbe eingestellt waren. Beispielsweise wurden bei der Vergleichung von T bei 100° auf der rechten Seite die Striche 3, 4, 5 auf T eingestellt. Man übersieht leicht, dass in diesem Falle T um den dritten Theil des zwischen den Strichen 2 und 5 liegenden Intervalles länger war, als es nach der obigen Rechnung sich ergiebt. Da dieses mittlere Intervall bei 0° gleich 508,1 μ ist, so muss man den der Temperatur 100° entsprechenden Werth 508,5 μ hinzufügen, um das schliessliche Resultat zu erhalten.

Auf den Seiten 110 bis 121 ist für die Hauptreihe der Glasausdehnung ein Auszug aus den vorstehend beschriebenen Beobachtungen und Rechnungen mitgetheilt. Angegeben sind:

Die mittleren bereits reducirten Temperaturen der beiden Stäbe;

Die mittleren für periodische Schraubenfehler corrigirten Einstellungen auf die einzelnen Striche;

Die einzelnen Werthe der Schraubenumgänge;

Die Längendifferenz der Stäbe, zunächst ausgedrückt in Schraubenumgängen; sodann in μ verwandelt; endlich, soweit nöthig, auf die mittlere Einstellung der Striche 2, 3, 4 reducirt.

6. Die Resultate der Ausdehnungsbestimmungen von Gläsern.

Erste Reihe. — Von der ersten Reihe, welche zur Bestimmung der Ausdehnung zweier Jenaer Glassorten angestellt wurden, sind in der folgenden Tabelle nur die unmittelbaren Resultate angegeben, nämlich die mittleren Temperaturen der beiden verglichenen Stäbe (in der Temperaturscale der angewandten Thermometer aus dem Jenaer Glase 16^{III}) und der zwischen den Stäben gefundene Längenunterschied. Trotz befriedigender Uebereinstimmung der Einstellungen derselben Beobachtung ist es unmöglich, die gewonnenen Resultate mit einander zu vereinigen, höchst wahrscheinlich in Folge der früher angegebenen Mängel der Theilung dieser Stäbe und des Einflusses der Durchbiegung.

Behufs etwaiger späterer Verwerthung der Resultate muss noch bemerkt werden, dass die Länge des Stabes III bei 0° zu 1058,257 mm gefunden wurde; ferner, dass die Stäbe I, II, VI aus dem Glase 16^{III}, die Stäbe III und V aus dem Glase 59^{III} verfertigt waren. Stab III war eine Thermometer-Capillare; die anderen Röhren hatten ein inneres Lumen von etwa 1 mm; davon sind die Röhren II (oder 143) und VI später zu Ohmcopien benutzt worden, sie waren bei der Vergleichung schon in mm getheilt.

Resultate der ersten Versuchsreihe über die Ausdehnung von Gläsern.

No.	A	B	t_A	t_B	$A-B$	No.	A	B	t_A	t_B	$A-B$
			°	°	μ				°	°	μ
1	II	I	14,15	14,49	+ 23,4	17	I	II	$0{,}23_5$	75,44	− 655,9
2	II	I	0,39	30,75	− 225,6	18	I	II	0,07	$100{,}90_5$	− 876,6
3	II	III	0,54	$30{,}74_5$	− 238,0	19	III	V	0,13	100,97	− 636,5
4	V	III	0,54	30,77	− 185,2	20	III	VI	$0{,}15_5$	0,06	+ 76,2
5	V	III	0,28	0,23	− 3,4	21	I	VI	0,14	0,05	+ 17,8
6	II	VI	0,45	0,36	+ 18,0	22	V	III	0,13	100,44	− 635,0
7	III	VI	0,46	0,39	+ 77,3	23	II	I	$0{,}08_5$	100,47	− 838,9
8	I	II	2,68	1,94	− 28,3	24	II	I	$0{,}12_5$	75,23	− 617,6
9	VI	II	1,84	$1{,}46_5$	− 3,2	25	V	III	$0{,}11_5$	75,23	− 464,7
10	VI	V	0,17	0,15	− 51,6	26	V	III	$0{,}10_5$	50,15	− 304,4
11	III	V	0,15	0,13	+ 16,2	27	II	I	0,11	50,17	− 416,4
12	III	V	0,06	25,60	− 122,4	28	II	I	0,08	24,97	− 195,4
13	I	II	$0{,}09_5$	$25{,}44_5$	− 220,7	29	V	III	$0{,}10_5$	25,01	− 137,8
14	I	II	$0{,}06_5$	$50{,}29_5$	− 426,0	30	V	III	0,12	0,09	+ 0,5
15	III	V	$0{,}07_5$	$50{,}21_5$	− 269,3	31	II	I	0,10	0,07	+ 17,2
16	III	V	0,17	75,38	− 458,3						

Zweite Reihe, unmittelbare Resultate. — Die folgenden Tabellen (S. 124 und 125), welche die Resultate der zweiten Versuchsreihe enthalten, geben in den ersten Colonnen ebenfalls die Temperaturen der beiden verglichenen Stäbe und das Resultat der Vergleichung: Daten, welche bereits in den S. 110 bis 121 mitgetheilten Auszügen aus den Protokollen enthalten sind. Die folgende Colonne giebt das Resultat der Vergleichung auf die mittlere Temperatur des Vergleichsstabes während der ganzen Reihe reducirt; bei den geringen Schwankungen, welche diese Temperatur zeigte, genügte zur Berechnung dieser Colonne eine ganz angenäherte Kenntniss des Ausdehnungscoefficienten.

Endlich giebt die letzte Colonne die übrigbleibenden Fehler der vorhergehenden Colonne an, wenn diese nach der unter jeder Tabelle stehenden Formel berechnet wird. Die Formeln sind nach der Methode der kleinsten Quadrate gefunden; die Rechnung wurde aber nicht direct, sondern in der Weise geführt, dass man die Beobachtungen auf die vollen Temperaturen 0°, 25°, 50°, 75°, 100° reducirte, die gewonnenen Werthe ausglich, die übrig bleibenden Fehler streng nach der gefundenen Formel berechnete und dann aus ihnen die stets äusserst kleine Verbesserung der gefundenen Formel berechnete; bei dieser letzten Rechnung konnte man ebenfalls die Fehler als für die vollen Temperaturen geltend annehmen.

Resultate der zweiten Versuchsreihe über die Ausdehnung von Gläsern.

Protokoll No.	t_{16}	t_T	$16 - T$	$16 - T$ reducirt auf T bei 24°84	$B - R$
1	0°,26	24°,96	— 185,6 μ	— 184,6 μ	+ 0,7 μ
2	0,20	25,00	— 185,9	— 184,6	+ 1,1
3	24,72	24,96	+ 2,7	+ 3,7	— 1,4
4	24,78	24,97	+ 2,2	+ 3,2	— 2,4
5	49,68	24,84	+ 206,6	+ 206,6	+ 2,4
6	49,90	24,70	+ 208,0	+ 206,9	+ 1,0
7	74,50	24,84	+ 412,5	+ 412,5	+ 5,6
8	74,54	24,84	+ 410,4	+ 410,4	+ 3,2
9	100,77	24,77	+ 625,9	+ 625,3	— 1,3
10	100,83	24,75	+ 627,4	+ 626,7	— 0,5
11	101,16	24,66	+ 632,3	+ 630,9	+ 0,9
12	101,12	24,81	+ 628,3	+ 628,1	— 1,5
13	74,19	24,79	+ 402,0	+ 401,6	— 2,7
14	74,14	24,79	+ 403,4	+ 403,0	— 0,9
15	49,52	24,76	+ 200,9	+ 200,3	— 2,6
16	49,72	24,75	+ 204,6	+ 203,9	— 0,6
17	24,60	24,88	+ 2,3	+ 2,6	— 1,5
18	24,56	24,81	+ 4,0	+ 3,8	— 0,1
19	0,82	24,93	— 181,1	— 180,4	+ 0,6
20	0,80	24,91	— 181,6	— 181,0	+ 0,1

$$16 - T_{24,84} = (-187,34 + 7,6868\,t + 0,00387\,t^2)\,\mu.$$

Protokoll No.	t_{59}	t_T	$59 - T$	$16 - T$ reducirt auf T bei 24°66	$B - R$
21	0°,24	24°,91	— 145,9 μ	— 143,9 μ	+ 1,0 μ
22	0,22	24,92	— 147,2	— 145,1	— 0,1
23	24,49	24,89	— 6,3	— 4,5	+ 1,7
24	24,53	24,84	— 8,4	— 7,0	— 1,0
25	49,72	24,85	+ 139,4	+ 140,9	— 0,6
26	49,85	24,77	+ 139,5	+ 140,4	— 1,9
27	74,71	25,05	+ 291,5	+ 294,6	+ 3,3
28	74,65	24,54	+ 292,5	+ 291,5	+ 0,6
29	100,94	24,62	+ 450,6	+ 450,3	— 1,8
30	100,42	24,61	+ 448,3	+ 447,9	— 0,9
31	100,40	24,56	+ 451,5	+ 450,7	+ 2,0
32	100,43	24,53	+ 450,1	+ 449,1	+ 0,2
33	74,69	24,46	+ 290,3	+ 288,7	— 2,4
34	74,58	24,46	+ 292,7	+ 291,1	+ 0,6
35	49,76	24,52	+ 141,3	+ 140,2	— 1,6
36	49,74	24,51	+ 143,8	+ 142,6	+ 0,9
37	25,07	24,50	— 0,2	— 1,5	+ 1,3
38	25,07	24,49	— 1,5	— 2,9	— 0,1
39	0,36	24,56	— 143,4	— 144,2	0,0
40	0,43	24,54	— 144,2	— 145,2	— 1,4

$$59 - T_{24,66} = (-146,27 + 5,6532\,t + 0,00272\,t^2)\,\mu.$$

Resultate der zweiten Versuchsreihe über die Ausdehnung von Gläsern.

Protokoll No.	t_T	t_{16}	$T-16$	$T-16$ reducirt auf 16 bei 24°,48	$B-R$
41	0°,29	24°,51	− 186,0 μ	− 185,8 μ	− 1,1 μ
42	0,28	24,54	− 184,7	− 184,2	+ 0,6
43	25,03	24,43	− 0,2	− 0,6	− 1,0
44	25,05	24,41	+ 0,8	+ 0,2	− 0,4
45	49,60	24,40	+ 191,9	+ 191,3	+ 2,3
46	49,60	24,44	+ 190,0	+ 189,6	+ 0,6
47	74,69	24,38	+ 390,0	+ 389,2	+ 2,8
48	74,91	24,39	+ 392,8	+ 392,1	+ 4,0
49	101,15	24,36	+ 601,6	+ 600,6	+ 0,5
50	101,24	24,35	+ 603,1	+ 602,0	+ 1,4
51	101,30	24,62	+ 598,5	+ 599,6	− 1,5
52	101,30	24,40	+ 601,3	+ 600,7	− 0,4
53	74,70	24,30	+ 385,0	+ 383,6	− 2,8
54	74,80	24,28	+ 385,2	+ 383,6	− 3,6
55	49,82	25,03	+ 185,4	+ 189,8	− 0,9
56	49,84	25,13	+ 184,7	+ 189,9	− 0,9
57	25,30	24,38	+ 2,8	+ 2,0	− 0,5
58	25,36	24,38	+ 3,8	+ 3,1	+ 0,2
59	0,85	24,40	− 179,5	− 180,1	+ 0,5
60	0,93	24,38	− 178,9	− 179,7	+ 0,3

$$T - 16_{24,48} = (-186{,}83 + 7{,}3832\,t + 0{,}00390\,t^2)\,\mu.$$

Um aus den gewonnenen Formeln die Ausdehnung der einzelnen Stäbe zu berechnen, ist es noch nöthig, die Länge der Stäbe bei 0° in der gewählten Einheit (1 μ = dem 10000sten Theil des zwischen den Strichen 100 und 110 liegenden Centimeters auf dem Genfer Meter bei 0°) zu ermitteln.

Die Länge des betreffenden Centimeters in Theilen des ganzen Meters hatte sich als Nebenresultat der von Sell ausgeführten Untersuchung der Schraube der Theilmaschine von Sommer und Runge ergeben[1]); man fand den Centimeter um 0,35 μ, also um 0,000035 seiner Länge zu gross.

Ferner wurde mittels des Comparators eine Vergleichung zwischen dem Stabe 16 und dem Meter ausgeführt, welche ergab

$$16_{\text{(bei } 20°,39)} - \text{Meter}_{\text{(bei } 21°,17)} = -455{,}6\,\mu$$

oder auf 0° reducirt, wenn man als Ausdehnung des Meters 18,33 μ für den Grad annimmt[2]):

$$16_{\text{(bei } 0°)} - \text{Meter}_{\text{(bei } 0°)} = -226\,\mu.$$

Die Verbindung der beiden Daten ergiebt, dass die gewählte Einheit von 1 μ um 0,00026 ihres Werthes grösser ist, als der millionste Theil von

[1]) II, S. 13.

[2]) Die genaue Ausdehnung des Meters ist noch unbekannt, spielt aber keine wesentliche Rolle, zumal da auch die Vergleichungen der Millimeter-Intervalle auf den Glasstäben mit den Millimeter-Intervallen auf dem Meter bei nahe derselben Temperatur stattfanden.

16 bei 0°. Da nun ferner aus den Vergleichungen die Unterschiede der drei Glasstäbe bei 0° leicht abzuleiten sind, so ergiebt sich, dass für T dieselbe Beziehung wie für 16 gilt, während für 59 der betreffende Coefficient gleich 0,000 27 zu setzen ist.

Wir erhalten daher schliesslich in der Temperaturscale des Quecksilberthermometers aus dem Jenaer Glas 16^{III}[1]) als lineare Ausdehnung der drei untersuchten Gläser

$$
\begin{aligned}
16 &\;\ldots\; 10^{-6}(7{,}689\,t + 0{,}003\,87\,t^2) \\
59 &\;\ldots\; 10^{-6}(5{,}655\,t + 0{,}002\,72\,t^2) \\
T &\;\ldots\; 10^{-6}(7{,}385\,t + 0{,}003\,90\,t^2).
\end{aligned}
$$

Grundlagen für die Umformung. — Es erscheint zweckmässig, für den weiteren Gebrauch auch die aus diesen Ausdrücken abgeleiteten cubischen Ausdehnungen, sowie dieselben Ausdrücke in der Temperaturscale des Wasserstoffthermometers mitzutheilen. Bei diesen Umformungen treten im allgemeinen Glieder mit höheren Potenzen von t auf, welche zu gross sind, um ganz vernachlässigt werden zu dürfen, aber zu klein und unsicher, um zweckmässig beibehalten zu werden. Es sind in diesem Falle die Coefficienten der niederen Potenzen so zu ändern, dass die unmittelbar aus der Rechnung folgende Formel in dem durch die Beobachtungen gegebenen Intervalle im Mittel möglichst wenig von der endgiltigen Formel mit niedrigeren Potenzen abweicht.[2]) Es ist also das Problem zu lösen, t^n durch die Formel $a + bt + ct^2$ so darzustellen, dass die Abweichung zwischen den beiden Darstellungen in dem Intervalle 0 bis 1 im Mittel ein Minimum wird.

Die Bedingung hierfür ist

$$0 = \delta \int_0^1 dt\,(a + bt + ct^2 - t^n)^2;$$

oder

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{n+1} &= a + \frac{b}{2} + \frac{c}{3} \\
\frac{1}{n+2} &= \frac{a}{2} + \frac{b}{3} + \frac{c}{4} \\
\frac{1}{n+3} &= \frac{a}{3} + \frac{b}{4} + \frac{c}{5}
\end{aligned}
$$

[1]) Genauer der beiden Thermometer No. 170 und No. 188.

[2]) Vergl. Guillaume, Traité pratique, S. 281. Herr Guillaume hat den weiterhin mit a bezeichneten Coefficienten unvariirt gelassen; es dürften daher die hier angeführten speciellen Formeln, in deren Besitz ich seit mindestens 15 Jahren bin, bei den meisten Anwendungen den Vorzug verdienen. Der Umstand, dass dieser Grösse a schliesslich in der Regel durch Multiplication des ganzen Ausdrucks mit einem Factor ein bestimmter Werth gegeben wird, scheint Herrn G. zu einem Fehlschlusse verleitet zu haben.

Die Auflösung dieser Gleichungen ergiebt sich ohne Rechnung aus der Natur des Problems, da man die Werthe von n angeben kann, für welche die Grössen a, b, c verschwinden oder gleich Eins werden. Es ist

$$a = \frac{3(n-1)(n-2)}{(n+1)(n+2)(n+3)}$$

$$b = \frac{-24 \,.\, n(n-2)}{(n+1)(n+2)(n+3)}$$

$$c = \frac{30 \,.\, n(n-1)}{(n+1)(n+2)(n+3)}$$

Beispielsweise ist also:

$$t^3 = \frac{1}{20} - \frac{3}{5}t + \frac{3}{2}t^2$$

$$t^4 = \frac{3}{35} - \frac{32}{35}t + \frac{12}{7}t^2$$

$$t^5 = \frac{3}{28} - \frac{15}{14}t + \frac{25}{14}t^2$$

$$t^6 = \frac{5}{42} - \frac{8}{7}t + \frac{25}{14}t^2$$

zu setzen. Die Lösung des Problems ist auch im allgemeineren Falle, wenn die ersetzende Function andere Potenzen enthält, ohne weiteres hinzuschreiben.[1])

Für die Umformung in die Temperaturscale des Wasserstoffthermometers sind noch die Grundlagen anzugeben.

Bezeichnet t die Temperatur in der Scale des Jenaer Quecksilberthermometers, τ die zugehörige Temperatur des Wasserstoffthermometers, so wurde aus dem vorläufigen Resultate der Vergleichungen zwischen den Thermometern aus französischem und aus Jenaer Glas, verbunden mit den Versuchen des Herrn Chappuis[2]) über die Differenz zwischen dem Wasserstoff- und dem Quecksilberthermometer des Bureaus die Formel abgeleitet

$$t = \tau + \frac{\tau(100-\tau)}{100^2}(0{,}652 - 0{,}004\,\tau).$$

Danach wäre

für $\tau =$	25°	50°	75°
$t - \tau =$	$+0°{,}104$	$+0°{,}113$	$+0°{,}066.$

[1]) In dem von Herrn Guillaume behandelten Falle ist $a = 0$ und $\partial a = 0$ zu setzen; man findet dann in Uebereinstimmung mit den von Herrn G. für $n = 3$ bis $n = 7$ berechneten Coefficienten

$$b = -\frac{12(n-2)}{(n+2)(n+3)},$$

$$c = \frac{20(n-1)}{(n+2)(n+3)}.$$

[2]) Chappuis, Trav. et Mém. 6, S. 116, Paris 1888.

Die endgiltig angenommene Formel für die Differenz der beiden Quecksilberthermometer, wie sie in der vorstehenden Abhandlung angegeben ist[1]), giebt die etwas grösseren Werthe

$$t - \tau = \ +0°{,}105 \quad +0°{,}116 \quad +0°{,}072,$$

und bei Berücksichtigung der stärkeren Abweichung, welche das Thermometer No. 188 von den anderen aus demselben Glase angefertigten Thermometern zeigt, würden sich dieselben noch erhöhen auf

$$t - \tau = \ +0°{,}108 \quad +0°{,}120 \quad +0°{,}075;$$

doch sind die Abweichungen klein genug, um von einer Umrechnung, die nur eine formale Bedeutung haben würde, Abstand nehmen zu können.

Man findet nun mittels der angegebenen Formel, welche für die Umformung bequemer auch

$$\frac{t}{100} = 1{,}006\,52\,\frac{\tau}{100} - 0{,}010\,52\left(\frac{\tau}{100}\right)^2 + 0{,}004\left(\frac{\tau}{100}\right)^3$$

geschrieben werden kann, nach den vorhin abgeleiteten Principien:

$$\begin{aligned} 1 + \alpha\frac{t}{100} + \beta\left(\frac{t}{100}\right)^2 &\\ = 1 + 0{,}000\,2\,\alpha - 0{,}000\,37\,\beta &\\ + \left(1{,}004\,12\,\alpha + 0{,}005\,32\,\beta\right)\frac{\tau}{100} &\\ + \left(-0{,}004\,52\,\alpha + 0{,}995\,19\,\beta\right)\left(\frac{\tau}{100}\right)^2. & \end{aligned}$$

Die Abweichung des constanten Gliedes von der Einheit wird meistens vernachlässigt werden können, andernfalls müsste die Formel noch durch das constante Glied dividirt werden, um dieselbe in der üblichen Darstellung zu erhalten.

Endformeln. — Die Anwendung der angegebenen Principien und Formeln ergiebt nun folgende Resultate für die Ausdehnung der untersuchten Gläser.

In der Scale des Quecksilberthermometers aus dem Jenaer Glase 16[III]:

	Glas	
Lineare Ausdehnung des Glases	16 . . .	$10^{-6}\left\{768{,}9\,\frac{t}{100} + 38{,}7\left(\frac{t}{100}\right)^2\right\}$
	59 . . .	$10^{-6}\left\{565{,}5\,\frac{t}{100} + 27{,}2\left(\frac{t}{100}\right)^2\right\}$
	T . . .	$10^{-6}\left\{738{,}5\,\frac{t}{100} + 39{,}0\left(\frac{t}{100}\right)^2\right\}$
Cubische Ausdehnung des Glases	16 . . .	$10^{-6}\left\{2306{,}6\,\frac{t}{100} + 118{,}1\left(\frac{t}{100}\right)^2\right\}$
	59 . . .	$10^{-6}\left\{1696{,}4\,\frac{t}{100} + 82{,}8\left(\frac{t}{100}\right)^2\right\}$
	T . . .	$10^{-6}\left\{2215{,}4\,\frac{t}{100} + 118{,}9\left(\frac{t}{100}\right)^2\right\}$

[1]) II, S. 40.

In der Scale des Wasserstoffthermometers:

Lineare Ausdehnung des Glases	16 . . .	$10^{-6} \left\{ 772{,}3 \frac{t}{100} + 35{,}0 \left(\frac{t}{100}\right)^2 \right\}$
	59 . . .	$10^{-6} \left\{ 568{,}0 \frac{t}{100} + 24{,}5 \left(\frac{t}{100}\right)^2 \right\}$
	T . . .	$10^{-6} \left\{ 741{,}7 \frac{t}{100} + 35{,}5 \left(\frac{t}{100}\right)^2 \right\}$
Cubische Ausdehnung des Glases	16 . . .	$10^{-6} \left\{ 2316{,}7 \frac{t}{100} + 107{,}1 \left(\frac{t}{100}\right)^2 \right\}$
	59 . . .	$10^{-6} \left\{ 1703{,}9 \frac{t}{100} + 74{,}6 \left(\frac{t}{100}\right)^2 \right\}$
	T . . .	$10^{-6} \left\{ 2225{,}2 \frac{t}{100} + 108{,}3 \left(\frac{t}{100}\right)^2 \right\}$

Die angegebenen Ausdehnungen werden im Sinne der S. 77 gegebenen Definition als normale zu betrachten sein, da die Stäbe lange genug vor jeder Messung der betreffenden Temperatur ausgesetzt geblieben waren, um wenigstens bei den höheren Temperaturen merklich ihre definitive Länge angenommen zu haben. Bei 0° könnte die beobachtete Länge nach den Erfahrungen an Quecksilberthermometern um einige Zehntel μ zu gross ausgefallen sein, doch würde die Anbringung einer Correction aus diesem Grunde ziemlich unsicher bleiben und ganz durch die sonstigen Unsicherheiten verdeckt werden.

7. Die Resultate der Beobachtungen an einem Zinkstabe.

Die Vergleichungen zwischen dem Zinkstabe und dem Glasstabe 16 wurden insofern nach einem einfacheren Schema ausgeführt, als die zweite Hälfte der Beobachtung fortfiel, die Beobachter also ihre Plätze nicht wechselten (stets: links Scheel, rechts Thiesen). Ausserdem wurden nur je zwei Striche (bei den zwischen 10^h und 11^h am 28. März ausgeführten Beobachtungen nur je ein Strich) an jedem Ende der beiden Stäbe eingestellt. Die Deutlichkeit und Sicherheit der Auffassung der Striche auf dem Zinkstabe liess oft zu wünschen übrig; die Genauigkeit der Vergleichungen ist also keine sehr grosse.

Die Berechnung der Beobachtungen ist nach den früher näher auseinandergesetzten Principien ausgeführt worden; wir geben in der folgenden Zusammenstellung nur die Resultate, und zwar mit dem Coefficienten 7,88 auf eine Temperatur des Glasstabes von 25° und mit dem Coefficienten 26,3 auf die Temperatur 0°,4 bez. 100°,4 des Zinkstabes reducirt. Thatsächlich lagen die Temperaturen des Zinkstabes zwischen 0°,22 bis 0°,48 bez. zwischen 100°,24 bis 100°,48.

Resultate der Beobachtungen am Zinkstabe Z.

Zeit der Vergleichung	$Z - 16{,}_{25}$ (Einheit $= 1\mu$) bei 0°,4	bei 100°,4	Bemerkungen
1893			
III. 27. $12^h 15$	— 144,9		Der Stab, am III. 20. gegossen, ist seit III. 27. $9^h 15$ nahe bei 0°.
14 10	— 149,5		Stab erwärmt sich auf Zimmertemperatur, wird von III. 28. $7^h 45$ an wieder gekühlt, um $8^h 17$ ist seine Temperatur um 0°,01 niedriger, als bei der Messung.
28. 9 26	— 152,6		
10 3		+ 2487,6	Stab seit spätestens $9^h 50$ bei 100°.
10 16		+ 2479,9	
10 28		+ 2483,8	Um $10^h 30$ wird die Circulation umgeschaltet, innerhalb einer Minute ist der Trog bei 0°.
10 52	— 142,0		
12 45	— 141,8		Nach der Messung erwärmt sich der Stab auf Zimmertemperatur; wird seit III. 29. $9^h 10$ wieder gekühlt.
29. 10 40	— 157,0		
30. 10 30	— 141,5		Wie oben; seit $10^h 15$ gekühlt.
IV. 1. 11 6	— 148,5		Wie oben; seit $9^h 42$ gekühlt.
4. 10 20	— 155,7		Wie oben; seit $9^h 5$ gekühlt.
5. 10 16	— 148,5		Wie oben; seit $8^h 10$ gekühlt. Nach der Messung um $10^h 21$ Dampf gegeben; 100° ist um $10^h 40$ sicher im Troge erreicht.
11 56		+ 2483,4	
12 44		+ 2488,3	Lage des Stabes ist vor der Messung geändert.
13 31	— 146,9		$12^h 47$ Circulation umgestellt.
14 33	— 151,2		
6. 11 21	— 154,9		Seit $9^h 33$ neu gekühlt. Am IV. 7. wird der Stab um $8^h 10$ auf 80° erwärmt und kühlt bis $15^h 29$ langsam auf 49° ab. Am IV. 8 wird der Stab noch kurze Zeit auf 30° erwärmt. Seit IV. 10. $8^h 8$ wird wieder gekühlt; eine erste Beobachtung um $9^h 45$ wird wegen sehr schlechter Einstellbarkeit der Striche und ungenauer Justirung verworfen.
10. 10 17	— 161,0		Nach der Beobachtung wird Dampf gegeben, um $10^h 40$ ist jedenfalls die Temperatur 100° im Troge erreicht.
12 16		+ 2489,9	
12 39		+ 2481,4	$12^h 44$ Circulation umgestellt.
14 21	— 140,4		
11. 11 27	— 138,6		Seit $9^h 53$ neu gekühlt.
13. 11 10	— 148,6		Seit $9^h 10$ neu gekühlt.
17 13 53	— 135,1		Der Stab ist herausgenommen und gereinigt worden.
25. 11 32	— 142,5		Seit $8^h 50$ neu gekühlt.

Auf die genaue Ermittelung der Temperaturen und Längen bei 100° war zunächst kein Werth gelegt worden, doch stimmen die Messungen genügend überein, um als Ausdehnung des Stabes von 0° bis 100° mit einiger Sicherheit den Werth

$$0{,}002628$$

zu ergeben. Dass dieser Werth viel kleiner als die sonst bekannte Aus-

dehnung des Zinks ist, liegt nur zum kleinen Theile daran, dass er nur die Hauptausdehnung repräsentirt; vielmehr muss angenommen werden, dass die sehr deutliche krystallinische Structur dieses und der ähnlich hergestellten Stäbe nach der Längsrichtung des Stabes orientirt war.

Von einer eingehenden Discussion der beobachteten Längen bei 0° muss Abstand genommen werden, da das Material zu klein und zu unsicher ist, um bestimmte Werthe zu liefern. Immerhin scheint dasselbe die Ansicht zu bestätigen, dass sich der Zinkstab ähnlich verhalten hat, wie das Glas eines neu gefüllten Thermometergefässes. Man erkennt im allgemeinen eine allmähliche Verkürzung des Stabes, während eine Erwärmung auf 100° wieder eine anfangs kleinere, später grössere Verlängerung verursacht. Im übrigen können erst spätere Versuche lehren, welchem Umstande die auffallend kleine thermische Nachwirkung zuzuschreiben ist.

III. Bestimmung der relativen Ausdehnung zwischen Quecksilber, Wasser und einigen Gläsern, insbesondere zwischen den Temperaturen 0° und 100°.

1. Allgemeine Methode, Zweck und Ergebniss der Untersuchung.

Die Untersuchungen, welche hier beschrieben werden sollen, wurden mittels Ausflussthermometer (Dilatometer) aus den Jenaer Gläsern 16^{III} und 59^{III} und dem französischen *verre dur* ausgeführt. Behufs Bestimmung der Ausdehnung des Quecksilbers relativ zu den Gläsern wurden die mit Quecksilber gefüllten Dilatometer abwechselnd den Temperaturen 0° und 100° ausgesetzt und die zwischen diesen Temperaturen ein- und austretenden Quecksilbermengen durch Wägung von Gläschen, welche dies Quecksilber aufnahmen, bestimmt. Da auch die Masse des das Dilatometer bei 0° füllenden Quecksilbers mit genügender Genauigkeit bekannt war, so liess sich aus diesen Wägungen die Ausdehnung des Quecksilbers relativ zu den Gläsern unmittelbar ableiten.

Zur Bestimmung der Ausdehnung des Wassers wurde das mit Wasser gefüllte Dilatometer auf 100° erhitzt und die bei der Abkühlung auf 0° aus einem untergestellten Gefässe aufgesogene Quecksilbermenge durch Wägung bestimmt. Zur Wiederholung der Messung war hier eine Neufüllung des Dilatometers erforderlich.

Bei der Quecksilberfüllung erschien es von vornherein als unnöthig, die Versuche auf andere zwischen 0° und 100° liegende Temperaturen auszudehnen, da der Verlauf der Ausdehnung durch die Theorie des Quecksilberthermometers mit grösserer Genauigkeit gegeben war, als sie durch die Beobachtungen selbst sich hätte ermitteln lassen. Dagegen versuchte man, für Wasser auch einige Bestimmungen für Zwischentemperaturen zu erlangen. Dieselben haben aber keine Resultate ergeben, deren Genauigkeit mit denen der anderen Bestimmungen vergleichbar wäre, da es nicht gelang, mit den für diese Versuche improvisirten Einrichtungen die Temperatur des Dilatometers mit Quecksilberthermometern hinreichend scharf zu bestimmen.

Die Messungen mit Quecksilberfüllung wurden mit fünf verschiedenen Dilatometern (16 No. 1, 16 No. 2, 59, *T* No. 1, *T* No. 3) ausgeführt. Zwei davon waren aus dem Jenaer Glas 16^{III} angefertigt, das aber sicher aus zwei verschiedenen Schmelzungen herrührte. Das Dilatometer 16 No. 1 ohne rothen Streifen stammte wahrscheinlich ebenso wie die in der vorigen Abhandlung erwähnte Röhre der zweiten Reihe und die meisten Thermometer der Anstalt aus der Sendung vom Jahre 1888; das Dilatometer 16 No. 2 dagegen mit rothem Streifen aus einer Sendung des Jahres 1887. Während nun die mit demselben Dilatometer ausgeführten Versuche den Werth der Ausdehnung, bezogen auf das Volumen bei 0°, auf etwa 10^{-6} sicher ergaben, wichen die für die beiden Dilatometer gefundenen Werthe um $22 \cdot 10^{-6}$ von einander ab; man muss also in Verbindung mit sonstigen Erfahrungen daraus schliessen, dass das Jenaer Glas 16^{III} nicht in einer für weitergehende Ansprüche genügend gleichartigen Beschaffenheit hergestellt wird.

Zwei andere Dilatometer, aus dem durch Alvergniat frères zu Paris bezogenen *verre dur* hergestellt, lieferten innerhalb der Genauigkeitsgrenze unter einander identische Resultate. Die Gefässe derselben waren aus verschiedenen Theilen derselben Glasröhre hergestellt. Man wird daher annehmen können, dass die vorhandenen oder durch die weitere Bearbeitung entstandenen Unterschiede in der Spannung und chemischen Zusammensetzung der einzelnen Theile des Rohrs von untergeordnetem Einflusse waren, und dass wenigstens aus demselben Rohre angefertigte Gefässe von unter einander ähnlicher Beschaffenheit auch identische Ausdehnungen erwarten lassen.

Wie schon die an den beiden Dilatometern aus dem Glase 16^{III} gemachten Erfahrungen zum Theil voraussetzen liessen, ergab auch die Verbindung der durch diese Bestimmungen gewonnenen relativen Ausdehnungen des Quecksilbers gegen die drei Glassorten mit der absoluten Ausdehnung dieser Glassorten, wie sie aus den in der vorangehenden Abhandlung mitgetheilten Bestimmungen folgt, wenig übereinstimmende Resultate für die absolute Aus-

dehnung des Quecksilbers. Die grösste Abweichung von $\frac{1}{300}$ des Werthes besteht hier zwischen dem *verre dur* und dem Jenaer Glase 59^{III}; da nun von dem letzteren die zur Anfertigung des Dilatometers und zu den Ausdehnungsbestimmungen benutzten Röhren wahrscheinlich aus derselben Schmelzung stammten,[1]) so spricht die Wahrscheinlichkeit mehr dafür, dass die durch Alvergniat frères bezogenen Dilatometerröhren und die durch Tonnelot bezogenen Capillarröhren des *verre dur* eine um etwa $\frac{2}{100}$ von einander abweichende Ausdehnung besassen.

In Folge dieser Ergebnisse haben die Untersuchungen insofern viel von ihrer Bedeutung verloren, als sich aus ihnen nicht, wie beabsichtigt war, die Ausdehnung des Quecksilbers mit wesentlich grösserer Genauigkeit ableiten lässt, als sie bisher schon bekannt war. Etwas bessere Werthe ergeben die Versuche für die Ausdehnung des Wassers zwischen 0° und 100°, da diese weniger gut bekannt ist und durch die Ausdehnung des Glases verhältnissmässig weniger beeinflusst wird. Gut bestimmt wird dagegen durch die Versuche die relative Ausdehnung von Wasser gegen Quecksilber, da für diese die individuelle Ausdehnung der einzelnen Dilatometer herausfällt.

In qualitativer Beziehung haben die Versuche zunächst das Resultat ergeben, dass es bei dem heutigen Stande der Glastechnik unmöglich sein dürfte, aus Untersuchungen, die sich auf eine bestimmte Glasprobe beziehen, auf die Ausdehnung aller aus diesem Glase verfertigten Gegenstände zu schliessen, soweit Differenzen von etwa $\pm$ 0,01 der Ausdehnung nicht vernachlässigt werden dürfen. Man wird also selbst noch bei genaueren Bestimmungen der Ausdehnungscoefficienten von Gasen die Ausdehnung der benutzten Glasgefässe individuell bestimmen müssen. Dagegen kann man zunächst noch erwarten, dass aus derselben Röhre in ähnlicher Weise verfertigte Gefässe praktisch dieselbe Ausdehnung zeigen werden.

Für die Anwendung auf die Theorie des Quecksilberthermometers ergaben die Versuche verhältnissmässig günstige Resultate. Die gefundenen Unterschiede in der Ausdehnung desselben Glases zwischen 0° und 100° liegen ziemlich an der Grenze dessen, was durch Beobachtungen am Quecksilberthermometer festzustellen sein wird, und die gefundene Ausdehnung des Quecksilbers gegen die betreffenden Glassorten dürfte auch da vorzugsweise anzuwenden sein, wo bisher eine besondere Bestimmung für das betreffende

[1]) Allerdings wurden die weiteren für das Dilatometergefäss verwandten Röhren erst nach erfolgter Reclamation 8 Tage später geliefert, als die anderen Röhren, welche zu Thermometern, zur Capillare des Dilatometergefässes und für die Bestimmung der linearen Ausdehnung dienten.

Thermometer vorliegt.[1]) Die Versuche berechtigen weder, die bei der Untersuchung eines bestimmten Thermometers gefundenen Unterschiede durch Unterschiede in der Ausdehnung verschiedener Stellen der Capillare noch Unterschiede in dem Gange verschiedener Thermometer aus demselben Glase durch Differenzen der absoluten Ausdehnung der Gefässe zu erklären; vielmehr wird man im letzten Falle die Unterschiede nur in Differenzen im Gange der Ausdehnung (im zweiten Coefficienten) suchen dürfen.

2. Specielle Beschreibung der Apparate und der Untersuchungsmethode.

Dilatometer. — Die in ihren Dimensionen etwas verschiedenen Dilatometer, deren allgemeine Form aus Fig. 5 S. 140 (bei *D*) ersichtlich ist, bestanden aus einem cylinderförmigen Gefässe von durchschnittlich 0,065 l Inhalt mit angeschmolzener Capillare von etwa 200 mm Länge. Das Gewicht der leeren Instrumente betrug etwa 100 g. Das Ende der Capillare war auf eine Länge von etwa 42 mm nach unten umgebogen und die Oeffnung des Endes dadurch hergestellt, dass man dasselbe zunächst etwas birnförmig aufbliess und dann soweit abschliff, bis eine feine Oeffnung entstand. Diese von Schuller und Wartha[2]) angegebene Form lässt beim Herausheben des Dilatometers aus dem untergesetzten Quecksilbergefässe das Abreissen des Quecksilbers stets an derselben Stelle, dem scharfen Rande der Oeffnung erfolgen. Es war ferner darauf geachtet worden, dass das cylindrische Gefäss in die Capillare mit einem schlanken Conus überging, da hierdurch die luftfreie Füllung wesentlich erleichtert wird.

Die wichtigsten Constanten der einzelnen Instrumente sind in der nachfolgenden Zusammenstellung angegeben. Zu derselben ist zu bemerken, dass die Einheit der Volumenangaben gleich dem Raume ist, den 1 mg Quecksilber von 0° erfüllt; als „schädlicher Raum" ist das Volumen des Raumes zwischen der Oeffnung und der oberen Seite des später zu erwähnenden Knebels bezeichnet, an welchem das Dilatometer bei den Versuchen hing.

Bezeichnung des Dilatometers	16 No. 1	16 No. 2	59	*T* No. 1	*T* No. 3	
Länge des Dilatometers	465	455	402	404	390	mm
Länge des Gefässes	264	275	212	211	206	mm
Inhalt bei 0° (Quecksilber)	952 200	952 653	825 872	991 318	1032 290	mg
Inhalt von 1 mm der Capillare . . .	8,70	7,602	4,948	1,650	1,650	mg
Inhalt des schädlichen Raumes . . .	1300	754	504	186	186	mg
Druckcoefficient (β_i)	0,0237	0,0488	0,0316	0,0444	0,0455	

[1]) Vergl. K. Scheel, Inaugural-Diss. für Berlin, S. 17, Rostock 1890. — I, S. 103 und 104. Die Beobachtungen an Thermometern mit den bisher benutzten Siedeapparaten scheinen die Ausdehnung des Quecksilbers relativ zu Glas etwas zu klein ergeben zu haben.

[2]) Schuller und Wartha, Wied. Ann. 2, S. 361, 1877.

Die fünf Instrumente sind von dem Glasbläser Richter zu Berlin angefertigt worden. Nach der Anfertigung wurden sie in einem Oelbad auf etwa 200° erhitzt und etwa während 10 Stunden langsam auf eine Temperatur nahe bei 100° gebracht. Dies Verfahren sollte nicht sowohl dazu dienen, eigentliche Spannungen zu beseitigen, da hierzu die Temperatur von 200° erfahrungsmässig viel zu niedrig ist, vielmehr sollte nur die durch die Anfertigung entstandene thermische Störung durch die hohe Temperatur möglichst rasch beseitigt werden, um eine dauernde Volumenänderung während der Versuche zu verhindern.

Gereinigt wurden die Dilatometer am Anfang zum Theil mit Säuren und alkoholischer Natronlauge, meistens aber nur mit Wasser und Alkohol; an letzter Stelle verwandte man Alkohol vor der Füllung mit Quecksilber, Wasser vor der Füllung mit Wasser. Die oft empfohlene Reinigung mit Aether ist keinesfalls an letzter Stelle anzuwenden. Die Reinigung galt als gelungen, sobald Wasser die innere Glaswand in gleichmässiger Schicht benetzte. Ein nicht immer beachtetes aber wichtiges Moment für eine gründliche Reinigung liegt darin, dass man den einzelnen Reagentien genügende Zeit zur Wirkung lässt.

Füllung mit Quecksilber. — Zur Füllung mit Quecksilber wurde das gut gereinigte und getrocknete Dilatometer in das eine kurze Ende eines T förmigen Glasrohrs eingekittet, dessen anderes etwa 800 mm langes Ende in einen hohen mit Quecksilber gefüllten Cylinder tauchte, während das Verzweigungsrohr mit einer Quecksilberluftpumpe verbunden war. Das Dilatometer befand sich dabei in etwas geneigter Lage mit schräg nach oben gerichteter Capillare. Nachdem das Instrument möglichst luftleer gepumpt war, konnte man dasselbe durch Anheben des mit zweimal im Vacuum destillirtem Quecksilber[1]) gefüllten Cylinders tropfenweise füllen. Dabei wurde das Dilatometer mässig, aber doch soweit erhitzt, dass in dem Vacuum eine ziemlich kräftige Destillation des Quecksilbers erfolgte. Etwa sich bildende Luftblasen wurden, soweit sie nicht durch den nachfolgenden Tropfen wieder in die Höhe gebracht wurden, durch Erschüttern, nöthigenfalls unter Unterbrechung der weiteren Füllung und bei stärkerem Erhitzen beseitigt.

War die im Dilatometer zurückgebliebene verdünnte Luft bei fortgeschrittener Füllung auf ein wesentlich kleineres Volumen zusammengedrängt,

[1]) Ich bin allerdings der Ansicht, dass die Reinigung durch die Destillation mittels des Weinhold'schen Apparates, wie mit allen continuirlich betriebenen Apparaten, Bedenken unterliegt, die durch die Erfahrung bestätigt werden. Dieselben Bedenken stehen auch der Reinigung des Wassers durch den Mylius'schen Apparat entgegen. Aber für die vorliegende Untersuchung der Ausdehnung war ein Einfluss der etwa noch zurückgebliebenen Unreinheiten kaum zu befürchten.

so wurde das Quecksilbergefäss soweit gesenkt, dass die Luft im Dilatometer wieder mit der Luftpumpe in Verbindung trat und weiter verdünnt werden konnte, wobei durch den in Folge des Temperaturunterschiedes vom Dilatometer zur Pumpe strömenden Quecksilberdampf die Verdrängung fremder Gase noch befördert wurde. Eine Blase, die bei der letzten Füllung etwa noch in der Capillare sitzen blieb, konnte leicht durch blosse Temperaturänderungen der Quecksilbermasse im Dilatometer beseitigt werden. Die Verbindung des Dilatometers mit dem Füllungsapparat wurde erst nach gänzlicher Abkühlung gewöhnlich am folgenden Morgen beseitigt; man sorgte dafür, dass während dieser Operation das Dilatometer sich langsam erwärmte, also etwas Quecksilber austreten liess, bis die Vereinigung mit dem Quecksilber eines untergesetzten, für die Wägungen bestimmten Gläschens erfolgt war.

Füllung mit Wasser. — Um das Dilatometer mit möglichst luftfreiem Wasser zu füllen, das bei den Versuchen keine Luft- oder Dampfentwicklung befürchten liess, verfuhr man folgendermaassen. Das Wasser war mittels eines von Herrn Mylius angegebenen Apparates[1]) destillirt worden und befand sich in einer mit eingeschliffenem Platinstöpsel versehenen Platinflasche. In dieser wurde es zunächst einige Zeit hindurch zum Sieden erhitzt, wobei der Stöpsel als Ventil wirkte, sodann in einem Platinbecher aufs neue erhitzt. Während dessen wurde das Dilatometer durch eine Wasserluftpumpe leer gepumpt, sodann der übergeschobene Kautschukschlauch, dessen Ende gut gereinigt war, entfernt und das Ende des Dilatometers schnell in das heisse Wasser im Becher getaucht. Bei den Dilatometern mit enger Capillare konnte das Instrument in einer Operation auf diese Weise grossentheils gefüllt werden, andernfalls wurde die Operation wiederholt.

Das Dilatometer war jetzt zu etwa vier Fünfteln mit ziemlich luftfreiem Wasser gefüllt, da das an der Luft ausgekochte Wasser noch ziemlich heiss in ein Vacuum eintrat und dabei einen Theil der noch aufgelösten Luft abgeben musste. Jetzt wurde an das Instrument eine Vorlage gekittet, diese mit ausgekochtem Wasser gefüllt und durch Verbindung mit einer Wasser-Luftpumpe leer gepumpt. Durch zeitweises Erhitzen des Dilatometers in einem Wasserbade gelang es nun leicht, das Dilatometer ganz mit ausgekochtem Wasser zu füllen. Die Operation wurde so lange fortgesetzt, bis bei einer Temperatur des Dilatometers von 80° und dem durch die Pumpe zu erzeugenden Vacuum selbst eine Erschütterung des Instrumentes durch Aufschlagen auf den dasselbe tragenden Halter keine Dampfentwicklung im Innern der Flüssigkeit bewirkte.

[1]) Mylius und Foerster, Ber. deutsch. chem. Ges. 24, S. 1492, 1891.

Man schmolz jetzt die Vorlage von der Pumpe ab und liess das Dilatometer abkühlen; bei Entfernung der Vorlage zu Beginn des Versuches sorgte man wieder dafür, dass bei steigender Temperatur stets etwas Wasser austrat, bis das Dilatometer montirt war und mit einem untergesetzten, zum grössten Theil mit Quecksilber gefüllten Gläschen, in welches das ausfliessende Wasser eintrat, in den Siedeapparat gebracht wurde.

Montirung der Dilatometer. — Um das Dilatometer in den Apparaten befestigen zu können, in welchen es den verschiedenen Temperaturen ausgesetzt war, wurde rechtwinklig zur Capillare an dieselbe ein der Länge nach geschlitzter und in der Mitte entsprechend gekerbter Knebel durch Gegeneinanderpressen seiner beiden Theile unter Zwischenschaltung von Leder gut befestigt. Dieser Knebel wurde auf die obere Fläche eines Ringes *i*, welcher zum Siedeapparat gehört und I, S. 91 abgebildet ist[1], gelegt, so dass an ihm das Instrument hing; die Oeffnung des Ringes wurde nach Durchführung des Dilatometergefässes durch einen gespaltenen Kork verschlossen. Dieser Ring wurde entweder an seine Stelle des Siedeapparates gebracht oder auf den Rand der inneren Glocke *h* des I, S. 85 abgebildeten Eisapparates oder bei den Versuchen im Wasserbad auf den später erwähnten Cylinder gelegt. Auf dem Ring stand ein theilweise mit Quecksilber gefülltes Gläschen, welches durch untergelegte Klötzchen in verschiedene Höhen gebracht werden konnte, und durch dessen Wägung (nach Beseitigung des etwa vorhandenen Wassers) die Aenderungen der im Dilatometer enthaltenen Quecksilbermengen festgestellt wurden.

Gang der Versuche. — Die Versuche wurden nun bei der Quecksilberfüllung in der Weise geführt, dass das auf dem Ringe montirte Instrument, in das untergestellte Gläschen tauchend, zunächst in den schwach angeheizten Siedeapparat gebracht wurde. Der Siedeapparat wurde dann in normalen Betrieb gesetzt; über das aus dem Apparat herausragende Ende des Dilatometers wurde eine Glocke *G* (Fig. 5) mit Thermometer gesetzt. War ein constanter Zustand seit genügend langer Zeit erreicht, so wurden die Beobachtungen zur Ermittelung der Temperatur des Dilatometers und seines schädlichen Raumes, sowie die Ablesungen am Manometer des Siedeapparates in Zwischenräumen von fünf Minuten eine halbe Stunde hindurch ausgeführt, sodann nach Entfernung der Glocke *G* das Gläschen möglichst schnell gesenkt und durch ein anderes vorher gewogenes Gläschen mit Quecksilber ersetzt. Vor und nach dieser Operation, welche in etwa 15sec ausgeführt werden konnte, wurde das Barometer abgelesen. Um eine sichere Vereinigung

[1]) Die veröffentlichte Zeichnung giebt nicht ganz die richtige Form des Ringes wieder.

der Quecksilbermengen am Dilatometer und im neu untergesetzten Gläschen herbeizuführen, wurde die Temperatur durch Drosselung des austretenden Dampfes ein wenig erhöht, bis aus dem Dilatometer etwas Quecksilber auszutreten begann. Nach genügender Zeit wurden die Beobachtungen und der Wechsel der Gläschen wiederholt. Man liess jetzt den Apparat auf Zimmertemperatur abkühlen und brachte dann nach einigen Stunden, meistens aber erst am folgenden Tage den Ring mit dem Dilatometer zum Eisapparat, der ebenfalls mit der Glocke *G* überdeckt wurde. Hier beschränkten sich die Beobachtungen auf die Bestimmung der Temperatur des schädlichen Raums und die Prüfung des Schmelzwassers auf Chlor; ein Wechsel des Gläschens fand auch hier statt, meistens eine Stunde nach dem Einsetzen des Dilatometers in das Eis, indem man die sichere Vereinigung durch leichtes Anheben des Dilatometers herbeiführte. Man wiederholte dann meist am folgenden Tage oder später sowohl die Bestimmungen bei 100° als bei 0°, indem man stets die Aenderungen in den ausgetretenen Quecksilbermengen durch Wägung der gewechselten Gläschen bestimmte.

Bei den Versuchen mit Wasserfüllung wurde von Anfang an ein gewogenes Gläschen, welches eine grössere Quecksilbermenge enthielt, unter das Dilatometer gesetzt, doch so, dass das Dilatometer nicht in das Quecksilber, sondern in darüber stehendes Wasser tauchte. Der Versuch bei 100° wurde hier dadurch beendet, dass man das Gläschen anhob und sofort durch Absperren des Dampfes die Temperatur zum Sinken brachte.

Aus dem Siedeapparat wurde das Instrument nach genügender Abkühlung direct in den Eisapparat gebracht. Bei Unterbrechung des Versuchs wurde darauf geachtet, wie weit der im letzten Verlauf der Abkühlung wieder theilweise zurückgetriebene Quecksilberfaden die Capillare ausfüllte, um die nöthigen Daten zur Berechnung des im Innern des Dilatometers herrschenden Drucks zu gewinnen.

In zwei Reihen wurde ein Dilatometer in einem Bade hintereinander den längere Zeit constant gehaltenen Temperaturen 80°, 60°, 30° und schliesslich im Eisapparat der Temperatur 0° ausgesetzt. Die zwischen je zwei aufeinanderfolgenden Temperaturen aufgefangten Quecksilbermengen wurden durch Wägung bestimmt.

Siedeapparat. — Zu den Bestimmungen bei 100° wurden die schon I, S. 88 beschriebenen und abgebildeten, von Herrn Pernet angegebenen Apparate, jedoch mit einigen nicht unwesentlichen Modificationen benutzt. Ein Theil der Aenderungen wurde erst im Verlaufe der hier beschriebenen Versuche eingeführt, so dass der Apparat in der Zusammenstellung, wie er hier beschrieben werden soll und durch die in $^1/_{10}$ der natürlichen Grösse ausgeführte Abbil-

dung Fig. 5, S. 140 erläutert wird, thatsächlich nur bei den letzten Versuchen functionirte.

Der Pernet'sche Siedeapparat *S* erhält seinen Dampf von einem besonderen Dampfkessel. Sein Hauptvorzug vor ähnlichen Apparaten besteht in der Sicherheit, mit welcher sich der Ueberdruck im Innern durch das Manometer *M* ermitteln lässt, vorausgesetzt, dass der dem Dampfkessel zugekehrte Schenkel des Manometers wirklich genügend nahe bei 100° erhalten wird. Es wurde daher bei diesen Versuchen stets darauf geachtet, das Wasser in dem diesen Schenkel umgebenden Mantel mittels der Flasche *K* in wallendem Sieden zu erhalten. Der genannte Vorzug machte sich nun auch bei den getroffenen Aenderungen dadurch geltend, dass ihre Zweckmässigkeit leicht erprobt werden konnte, da diese durch eine grössere Constanz der Manometerangaben gekennzeichnet wird.

Zunächst erwies es sich als vortheilhaft, den Apparat mit einer Schutzhülle aus Asbestpappe zu umgeben, die selbst provisorisch mit Papier bekleidet ist, während für spätere Bestimmungen eine Bekleidung mit Metallfolie erfolgen soll. Es ist dadurch vielleicht die Wärmestrahlung nicht wesentlich herabgesetzt; aber diese Schutzhülle verhindert, dass jeder Luftzug, der den Siedeapparat trifft, wie er schon durch das Nähertreten des Beobachters hervorgerufen wird, eine momentane Abkühlung, angezeigt durch eine entsprechende Aenderung des Manometers, veranlasst.

Die anderen Verbesserungen bestanden darin, dass der Apparat durch Zufügung zweier Dampfdruckregulatoren und durch Constanthaltung des Wasserniveaus von den Aenderungen des Dampfdrucks im Kessel nahezu unabhängig geworden ist, während gleichzeitig dadurch vermieden wird, dass sich im Wasser des Apparates mit der Zeit schwerer flüchtige Bestandtheile anhäufen, wie sie bei Untersuchungen von Thermometern schon durch die zur Reinigung der Glasglocke und der Thermometer benutzte Natronlauge eingeführt werden. Endlich ist noch Vorsorge getroffen, dass der austretende Dampf in geeigneter Weise condensirt wird, ohne ins Zimmer zu treten.

Der aus dem Kessel mit genügendem Ueberdruck kommende Dampf wird demnach jetzt durch das Rohr *a* zunächst in den Regulator *R* geleitet und in demselben auf einen durch Verschieben des Kästchens *B* zu regulirenden Druck reducirt. Sodann geht er durch die Röhre *b* zum Siedeapparat, tritt durch eine Anzahl von Oeffnungen, die sich in einem geschlossenen Ringe befinden, durch eine Wasserschicht von constant gehaltener Höhe in den Siedeapparat und verlässt denselben theils durch die Röhre *c*, um in einem der Condensationskästen *A* condensirt zu werden, theils durch den Regulator *r*.

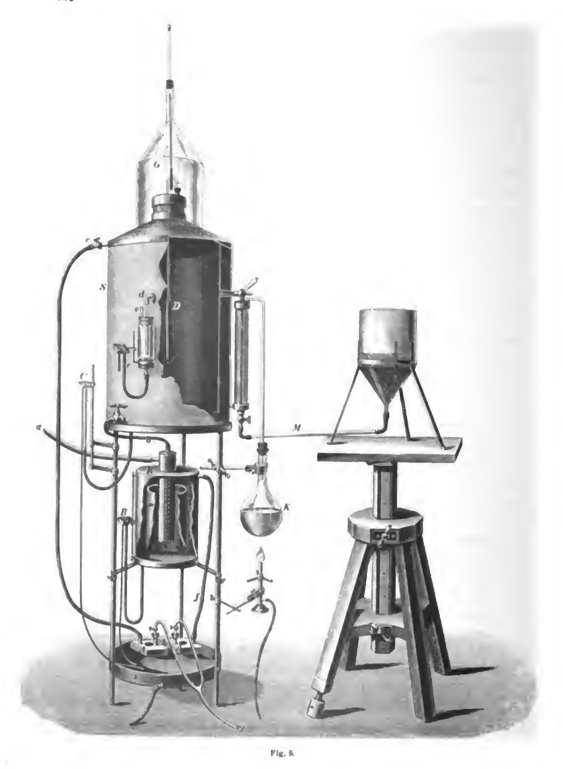


Fig. 5.

Das Princip des Regulators *R* besteht darin, dass bei einem bestimmten einstellbaren Drucke der überschüssige Dampf, welcher nicht durch das verhältnissmässig enge Rohr *b* abgeführt wird, unter Durchbrechung einer Wassersäule, deren Höhe dem eingestellten Druck entspricht, einen bequemen Weg in die Atmosphäre oder vielmehr durch die Röhre *f* zu einem der Condensationskästen *A* findet. Der Regulator besteht aus dem Kupfergefäss *R* von 15 cm Durchmesser und 20 cm Höhe, welches bis zu einer bestimmten, durch den verschiebbaren Ueberlauf *B* bestimmten Höhe mit Wasser gefüllt gehalten wird. In das Wasser taucht ein 5 cm weites, unten zackenförmig ausgefeiltes Rohr, welches den vom Dampfkessel kommenden Dampf aufnimmt und den überschüssigen Dampf zwischen den Zacken austreten lässt. Der Mantel *m* hat hauptsächlich den Zweck, ausserhalb desselben eine möglichst ruhige Wasseroberfläche zu erhalten und damit ein regelmässiges Functioniren des Ueberlaufes *B* zu befördern.

Der flache Condensationskasten *A* wird stets mit Wasser gefüllt erhalten, welches durch einen kleinen Trichter aus dem Rohre *g* einfliesst, und durch eine grosse Oeffnung im Deckel ausfliesst. Im Deckel endigt auch, ohne ihn zu durchsetzen, das Rohr, welches den zu condensirenden Dampf zuführt. Ein merklicher Ueberdruck oder Unterdruck in dem den Dampf zuführenden Rohre *f* kann nicht entstehen, da derselbe sofort durch Entweichen von Dampf oder Eintreten von Luft durch die Oeffnung *A* ausgeglichen werden würde.

Der Regulator *r*, welcher den im Siedeapparat herrschenden Druck nicht über eine bestimmte einstellbare Grösse wachsen lässt, beruht auf demselben Princip, ist aber von einfacherer Construction. Durch *d* tritt der Dampf aus dem Siedeapparat in den Regulator und durch *e* aus demselben in die Atmosphäre; ein an *e* und ein anderer an den Ueberlauf angesetzter Schlauch, welche Dampf und Wasser nach der Schale *s* führen, sind in der Zeichnung nicht angegeben.

Der Siedeapparat ist ebenfalls mit einem Ueberlauf *C* versehen worden, welcher, abgesehen von Temperaturdifferenzen des Wassers in den communicirenden Röhren, um soviel über das gewünschte Niveau im Apparate eingestellt werden muss, als der durch den Regulator *r* eingestellte und durch das Manometer *M* gemessene Druck im Apparate beträgt. Die Höhe von *C* über den Austrittsöffnungen des Dampfes wird etwas kleiner sein müssen, als die Höhe von *B* über dem gezackten Rande des inneren Cylinders von *R*, da andernfalls kein Dampf in den Siedeapparat treten oder doch nicht in demselben den am Regulator *r* eingestellten Druck erzeugen würde.

Sobald sich bei zunächst höher gestellten Ueberläufen der ganze Apparat, mit dem soweit nöthig in die Regulatoren und den Siedeapparat durch die Ueberläufe eingefüllten Wasser, erwärmt hat, gelingt es rasch, den Ueber-

läufen eine solche Stellung zu geben, dass sie sicher und stetig das condensirte Wasser zwischen den Zacken des ein wenig über ein Schälchen heraustretenden Rohrstutzens in das Schälchen und von diesem weiter in die Schale *s* ablaufen lassen. Es zeigt sich dann thatsächlich das Manometer *M* von Schwankungen des Dampfdrucks im Kessel fast unabhängig; jedenfalls ist der frühere Einfluss mindestens auf den hundertsten Theil reducirt und damit die Mühe der Ueberwachung wesentlich verringert. Die aus den Ueberläufen und Condensationskästen stammenden Wassermassen fliessen sämmtlich in die unter dem Apparate angebrachte Schale *s* und werden aus dieser fortgeführt.

Wasserbad. — Um für die Versuche, bei welchen Temperaturen zwischen 0° und 100° benutzt wurden, diese Temperaturen constant zu erhalten, wurde eines der früher beschriebenen, mit Regulator versehenen Wasserbäder (S. 89) benutzt. Doch war daraus der Einsatzcylinder *C* entfernt und durch ein cylindrisches Gefäss mit doppeltem Mantel ersetzt worden. Dies Einsatzgefäss bildet äusserlich einen Cylinder von 51 cm Höhe und 17 cm Durchmesser, während der eingeschlossene Hohlraum als entsprechende Dimensionen 46 cm und 10 cm hat. Die drei das Gefäss zusammensetzenden Cylinder sind mehrfach mit einander durch Röhren verbunden, welche sehr verschiedene Verbindungen erlauben.

Im inneren Hohlraum befand sich das Dilatometer, wie früher beschrieben montirt, an dem Deckel des Siedeapparates hängend und mit einer Glasglocke überdeckt; drei den Deckel durchsetzende Quecksilberthermometer dienten zur Bestimmung der Temperatur. Die unmittelbare Verbindung des Einsatzgefässes mit dem regulirten Bade, welche manche Unbequemlichkeiten mit sich brachte, war bei den vorliegenden Versuchen deshalb nothwendig, weil jede Schwankung der Temperatur des Dilatometers, welche ein Austreten von Wasser verursacht hätte, den Verlust der ganzen Versuchsreihe zur Folge gehabt hätte und es nicht gut anging, während der mehrere Tage währenden Versuche Tag und Nacht die eine beständige Ueberwachung erfordernde Circulation aufrecht zu erhalten.

In einer ersten Versuchsreihe war die Wassercirculation derart angeordnet, dass das Wasser aus dem unteren Hahn des Bades durch die Centrifuge zu dem oberen Theile der hier miteinander communicirenden Mäntel des Einsatzgefässes geführt wurde; dann, während es im inneren Mantel stagnirte, vom Boden des äusseren Mantels durch ein Rohr zum oberen Theile des inneren Hohlraumes ging, welcher das Dilatometer und die Quecksilberthermometer enthielt. Vom Boden dieses Hohlraumes floss es schliesslich durch ein die drei Böden durchsetzendes Rohr in das Bad zurück.

Bei dieser Anordnung machte sich hauptsächlich der Uebelstand fühlbar, dass die Lebhaftigkeit der Circulation von dem Niveauunterschied zwischen dem Wasser im Hohlraum des Einsatzgefässes und dem Wasser im Bade abhing. Das letztere Niveau musste daher ziemlich niedrig gehalten werden. Dadurch wurde aber ein Theil des Petroleumthermometers entblösst, von dessen Temperatur die Regulirung des Bades abhängt, und diese Regulirung wurde daher unsicher und von dem Gange des Motors abhängig.

In einer zweiten Versuchsreihe wurde die Wassercirculation dahin geändert, dass das Wasser aus dem unteren Theil des Bades durch ein längeres Rohr zum Boden des inneren Mantels geführt und vom oberen Theile dieses Mantels durch die Centrifuge zu dem oberen Hahn des Bades geworfen wurde. Das Wasser im äusseren Mantel stagnirte; der innere Hohlraum war mit Luft gefüllt, da die Anbringung eines Rührers in demselben nicht gut anging. In diesem Falle war es hauptsächlich die abweichende Temperatur des das Luftbad nach oben hin abschliessenden Deckels, welche eine Schichtung der Temperatur des Luftbades bewirkte und dadurch die Resultate unsicher machte.

Eisbad. — Zu den Eispunktsbestimmungen wurde ein von Herrn Pernet construirter, schon früher[1]) beschriebener und abgebildeter Apparat benutzt. Derselbe besteht aus zwei concentrischen Glasglocken, deren innere, mit sehr feingeschabtem Eise gefüllt, welches mit destillirtem Wasser zu einem Brei angerührt war, das Dilatometer aufnahm, nachdem mit einem dicken Glasstabe ein entsprechendes Loch vorgebohrt war. Nach Einsenken des Dilatometers wurde auch der Raum über seinem Gefäss mit Eis gefüllt, soweit es der Umstand zuliess, dass zu diesem Zwecke das Dilatometer und der dasselbe tragende Deckel etwas angehoben werden musste. Der Deckel lag auf dem Rand der inneren Glocke auf. Das Ganze wurde auch hier wieder mit einer Glocke bedeckt, die ein Thermometer zur Bestimmung der Temperatur des schädlichen Raumes enthielt.

3. Hilfsbestimmungen.

Inhalt des Dilatometers. — Die Bestimmung des Fassungsraumes des Dilatometers erfolgte theils im Anschluss an eine Bestimmung bei 100°, theils im Anschluss an eine solche bei 0°; im ersten Falle ging meistens bei der Wiederauffüllung der Anschluss an die folgenden Bestimmungen verloren. Man ersetzte in diesem Falle nach den auch sonst bei Siedepunktsbestimmungen stattfindenden Beobachtungen das mit Quecksilber gefüllte

[1]) I, S. 84—85

Gläschen durch ein leeres und wog nach erfolgter Abkühlung das theilweise gefüllte Dilatometer. Da die zwischen 0° und 100° ausgetretene Quecksilbermenge durch die Versuche selbst genau bekannt und das Gewicht des leeren Dilatometers besonders ermittelt war, so ergab sich hieraus leicht der Inhalt des Dilatometers bei 0°.

Im anderen Falle erwärmte man nach der Eispunktsbestimmung das Dilatometer über die Temperatur des Wägeraumes und liess das Quecksilber in ein Gläschen von bekanntem Gewicht eintreten; dies Gläschen wurde dann zusammen mit dem theilweise gefüllten Dilatometer gewogen. Das gefundene Gewicht nach Abzug des Gewichtes des leeren Dilatometers und des Gewichtes des Gläschens giebt den Inhalt des Dilatometers bei 0°.

Eine Unsicherheit dieser Bestimmungen liegt darin, dass es bei der Wägung des leeren Dilatometers schwierig ist, zu entscheiden, welcher Feuchtigkeitsgehalt der eingeschlossenen Luft zukommt. Ausserdem mussten die Wägungen nach der Substitutionsmethode und bei theilweise offener Waage bei unbequemer Lagerung des Dilatometers ausgeführt werden und die Manipulation des Dilatometers mit der Hand geschehen. Immerhin sind die Bestimmungen, wie die nachfolgende Zusammenstellung zeigt, mit einer mehr als genügenden Genauigkeit erfolgt; auch wesentliche Aenderungen der Dilatometer haben hiernach nicht stattgefunden.

Es braucht kaum bemerkt zu werden, dass bei der Reduction der Wägungen die Fehler der benutzten Gewichte berücksichtigt und die Reduction auf den luftleeren Raum sorgfältig nach den Broch'schen Tabellen ausgeführt wurde. Ausserdem waren dieselben Correctionen anzubringen, welche auch bei den Ausdehnungsbestimmungen eine Rolle spielen, um den Inhalt des gefüllten Instrumentes auf die als normal angesehenen Verhältnisse zu reduciren, bei denen das ganze Instrument die Temperatur 0° hat, mit Quecksilber gefüllt in Luft so an seinem Knebel hängt, dass sein Ende soeben in ein mit Quecksilber gefülltes Gläschen taucht und ein Barometerstand von 760 mm herrscht.

Calibrirung. — Die Calibrirung des Capillarrohrs und der Erweiterung am Ende desselben erfolgte durch Auswägen von Quecksilberfäden und wurde gewöhnlich mit der Entleerung des Dilatometers verbunden. Aus den gewonnenen Daten ist der Inhalt von 1 mm der Capillarröhre und des „schädlichen Raumes“ berechnet, wie dieselben in der Zusammenstellung auf S. 134 angegeben sind. Dieser schädliche Raum mit einem bei den einzelnen Versuchen etwas verschiedenen „Zuschlag“ stellt denjenigen Theil des Dilatometers dar, welcher sich auf einer vom Gefässe verschiedenen Temperatur befand. Die Kenntniss des Inhalts von 1 mm Länge der Capillare diente,

abgesehen von der Berechnung des „Zuschlags", auch zur Reduction der Beobachtungen zur Bestimmung des Druckcoefficienten.

Druckcoefficient. — Die Bestimmung des inneren Druckcoefficienten β_i erfolgte in der Weise, dass das Dilatometer, soweit mit Quecksilber gefüllt, dass die Quecksilberkuppe sich an einer passenden Stelle der Capillare befand, in einem Wasserbade hing und — durch Verbindung seines Endes mit dem bei b befindlichen Schlauche des I, S. 71 abgebildeten Apparates — in seinem Innern verschiedenen gemessenen Drucken ausgesetzt wurde. Die entsprechenden Verschiebungen der Quecksilberkuppe wurden gemessen und mittels der durch die Calibrirung und Inhaltsbestimmung des Instrumentes gewonnenen Daten reducirt.

Beispielsweise ergab sich für Dilatometer 16 No. 1, dass einer Druckänderung von 732,7 mm eine Verschiebung der Quecksilberkuppe von 2,008 mm (Beobachter Thiesen), und dass einer Druckänderung von 727,0 mm eine Verschiebung von 1,978 mm entsprach (Beobachter Scheel). Im Mittel entsprach also einer Druckänderung von 1 mm eine Verschiebung von 0,00273 mm oder, da 1 mm der Capillare 8,70 mg Quecksilber enthielt, von 0,0237 mg.

Aus den so gewonnenen inneren Druckcoefficienten bei Quecksilberfüllung, welche S. 134 mitgetheilt sind, wurde der äussere Druckcoefficient und der innere Druckcoefficient bei Wasserfüllung durch Rechnung abgeleitet.

4. Berechnung der Versuche bei Quecksilberfüllung.

Um ein genaues Urtheil über den Gang der Reductions-Rechnungen zu gewähren, theile ich auf S. 146 einen der Versuche und die wichtigsten Daten seiner Berechnung, abgesehen von den Daten der Wägung, vollständig mit.

Die in willkürlichen Einheiten ausgedrückten Beobachtungen am Dampfkessel wurden zum Zwecke der Regulirung des Gas- und Wasserzutritts ausgeführt.

Aus den mitgetheilten Daten über die Wägungen des Gläschens No. 2 ergiebt sich nun zunächst, dass während des Versuchs 1,233 mg[1]) Quecksilber aus dem Dilatometer ausgetreten sind. Da in der „Uebersicht" S. 159 der Inhalt des Dilatometers an Quecksilber (abgesehen von einer

[1]) Bei der Angabe der Temperaturen ist noch die vierte Decimale des Grades beibehalten worden. Um bei den Angaben der aus- und eintretenden Quecksilbermengen eine gleichwerthige Genauigkeit zu erzielen, hätte die Beibehaltung der zweiten Stelle des mg vollkommen genügt. Da aber die Rechnungen thatsächlich mit drei Decimalen geführt worden sind, und bei dem Volumen im Gegensatz zur Temperatur eine grössere Zahl von Daten bei der Bildung des Endresultats mitwirkt, so schien es zweckmässig, auch in der Veröffentlichung die dritte Decimale beizubehalten.

1893, October 17., Dilatometer T No. 3.

Zweiter Siedepunkt.

$10^{h}31$ wird Gläschen No. 1 durch Gläschen No. 2 ersetzt.

	Manometer am Siedeapparat	Thermometer No. 170	Dampfkessel Wasserstand	Druck
$10^{h}34$			28,2	11,1
40	168,0 — 145,5 = 22,5	115,9		
41			27,8	11,9
45	168,5 — 146,2 = 22,3	117,6		
46			28,0	11,0
50	169,0 — 146,0 = 23,0	118,2		
51			28,1	11,0
55	169,0 — 146,0 = 22,8	118,5		
56			28,1	11,0
11 0	169,0 — 146,2 = 22,8	118,6		
1			28,1	11,6
5	169,8 — 146,5 = 22,8	118,8		
	Mittel 22,82	117,93		

$11^{h}5$ Barometer 756,62 mm bei 21°,16,
Reduction auf $11^{h}6$ 0,00 „

$11^{h}6$ wird Gläschen No. 2 durch das inzwischen gewogene No. 1 ersetzt.

Wägungen { $8^{h}50$ bis $9^{h}3$: Vor dem Versuch No. 2 = 14 440,133 mg,
$12^{h}0$ bis $12^{h}15$: Nach dem Versuch No. 2 = 14 441,366 mg.

willkürlichen, für die ganze Reihe gleichbleibenden Constante) vor dem Versuche zu + 23,702 mg angegeben ist, so ergiebt sich dieser Inhalt am Schluss des Versuches zu + 22,469 mg.

Wir berechnen jetzt die Temperatur, welcher das Dilatometer bei dem Versuche ausgesetzt war, und ermitteln zu diesem Zwecke den Dampfdruck. Dabei ist eine gewisse Willkür nicht zu vermeiden; thatsächlich hat man den Barometerstand genau für die Zeit, in welcher der Versuch durch Wechseln der Gläschen unterbrochen wurde, ermittelt, dagegen für den Ueberdruck des Dampfes das Mittel aus den sechs von $10^{h}40$ bis $11^{h}5$ von fünf zu fünf Minuten gemachten Manometerablesungen angenommen.

An dem abgelesenen Barometerstand von 756,62 wurden die folgenden Correctionen angebracht:

Reduction auf 0° nach den Tafeln von Landolt und Börnstein [1]	— 2,59
Reduction auf normale Schwere	+ 0,48
Reduction auf die genaue Zeit des Gläschenwechsels mittels des Sprung'schen Barographen	0,00
zusammen . . .	— 2,11.

[1]) Landolt und Börnstein, Physikalisch-Chemische Tabellen, Berlin 1883, S. 32, Tab. 11. Die Tafel der neuen Auflage ist formell richtiger.

Streng genommen gilt dieser Luftdruck für die Höhe der Quecksilberkuppe im offenen Schenkel des Barometers[1]) 88,5 cm über dem Fussboden des Untergeschosses. Dieser Druck hätte noch, unter Berücksichtigung der Luftdichte, auf die Höhe des Manometers am Siedeapparat, also, da der Strich 100 mm des Manometers 102,5 cm über dem Fussboden liegt und die Ablesung etwa 7 cm über dem Striche stattfand, auf die Höhe von 109,5 cm und ferner, unter Berücksichtigung der Dampfdichte, auf die Mitte des Dilatometergefässes, welches etwa bei 121 cm über dem Fussboden lag, reducirt werden müssen; bei den geringen in Frage kommenden Höhenunterschieden wurde diese Reduction von beiläufig — 0,02 mm zunächst vernachlässigt.

An dem Mittel der Manometerablesungen 22,82 wurde zunächst eine Correction von — 0,68 für die Wassertemperatur angebracht; dem reducirten Mittel entsprechen 1,63 mm Quecksilber von 0°. Bei Berechnung der Correction war die Wassertemperatur zu 80° angenommen worden, wie sie sich aus früheren von den Herren Gumlich und Sell gemachten Beobachtungen im Mittel ergeben hatte. Da aber bei den vorliegenden Versuchen stets darauf geachtet wurde, dass das Wasser, welches das Manometer umgab, im wallenden Sieden war, so hätte jene Correction um etwa 0,3 mm Wasser oder um 0,02 mm Quecksilber grösser, der Druck um ebensoviel kleiner gefunden werden müssen.

Der Druck ist demnach zu 756,14 + 1,63 = 757,77 angenommen worden[2]) und hieraus nach den von Broch berechneten Tafeln die Temperatur des Dampfes und des Dilatometergefässes gleich 99°,8581 gefunden. Diese Zahl ist in der „Uebersicht“ S. 159 angegeben.

An der Füllung des Dilatometers mit Quecksilber ist jetzt noch eine doppelte Correction anzubringen. Die bedeutendste dieser Correctionen rührt davon her, dass der Theil des Dilatometers, welcher aus dem Siedeapparat herausragt, nicht die Temperatur des Dampfes, sondern eine Temperatur besass, von welcher man annahm, dass sie durch das Thermometer No. 170 angegeben wurde. Die mittlere Ablesung dieses Thermometers ist 117,93, derselben entspricht eine Temperatur von 67°,35. Der bei den mitgetheilten Ablesungen sich geltend machende Umstand, dass die ersten Ablesungen

[1]) Das benutzte Barometer ist I, S. 93 beschrieben. Seine Ablesung erfolgt jetzt ausschliesslich bei künstlicher Beleuchtung mittels kleiner hinter einander geschalteter Glühlämpchen.

[2]) Statt 757,73 bei Berücksichtigung der beiden oben angeführten Correctionen. Inzwischen ist auch die Standcorrection des benutzten Barometers durch Vergleichung mit dem Normalbarometer der Anstalt ermittelt worden. Dieselbe beträgt — 0,05 mm, würde aber verschwinden, wenn an Stelle der Tafel von Landolt und Börnstein die für das Normalbarometer berechnete Tafel auch für das benutzte Barometer verwandt worden wäre. Die gesammte, bei den vorliegenden Versuchen noch nachträglich an den Dampfdrucken anzubringende Correction beträgt daher — 0,09 mm.

wesentlich niedriger waren, war stets bemerkbar, man ist jedoch bei dem einfachen Mittelwerthe stehen geblieben, da wohl auch dem Wechseln des Gläschens eine wenn auch nur geringe Abkühlung (bez. Erwärmung bei den Eispunkten) voranging.

Als Inhalt des Raumes von abweichender Temperatur nahm man bei den Siedepunktsbestimmungen den aus dem Apparate herausragenden Theil des Dilatometers an, während man bei den Eispunktsbestimmungen auch noch den im Korke steckenden Theil dazu rechnete. Im vorliegenden Falle ist also zu der S. 134 als schädlicher Raum bezeichneten Grösse noch der Raum der Capillare zuzurechnen, welche dem 10 mm dicken Knebel entspricht, so dass schliesslich $186 + 10 \cdot 1{,}65 = 203$ mg als Inhalt des schädlichen Raumes angenommen wurde.

Da nun als vorläufiges Resultat der Versuche leicht gefunden wird, dass 0,015577 Quecksilber aus der Einheit des Volumens bei einer Temperaturdifferenz von 100° austrat, so ergiebt sich, dass im vorliegenden Fall das Dilatometer

$$0{,}015\,577 \frac{99{,}86 - 67{,}35}{100} 203 = 1{,}028 \text{ mg}$$

mehr enthielt, als es enthalten hätte, wenn es in allen Theilen die Temperatur des Dampfes besessen hätte. Die Grösse $-1{,}028$ ist also dem gefundenen Inhalt als Correction wegen herausragenden Fadens zuzufügen.

Im vorliegenden Falle ist die Correction so klein, dass die Unsicherheit ihrer Bestimmung ohne Bedeutung bleibt. Weniger günstig verhalten sich in dieser Beziehung die zuerst angefertigten Dilatometer mit weiterer Capillare und noch grösserer Erweiterung an ihrem Ende. Namentlich bei 16 No. 1 erreicht die Correction Werthe, welcher einer Temperaturdifferenz von 0°,05 entsprechen, und ihre Unsicherheit dürfte daher hier von der Ordnung der sonstigen Fehlerquellen sein.

Von geringerer Bedeutung und genügend scharf zu bestimmen sind die Correctionen wegen der von den normalen abweichenden Druckverhältnisse.

Eine erste Correction dieser Art ist dadurch bedingt, dass der Barometerstand um 5,49 mm unter dem normalen lag. Bezeichnet β_i den inneren, β_e den äusseren Druckcoefficienten, so verursacht die Abweichung des Druckes eine Verkleinerung des Dilatometers im Betrage von $5{,}49\ (\beta_i - \beta_e)$, bedingt also eine positive Correction des Inhalts von demselben Betrage.

Die Grösse $\beta_i - \beta_e$ ist gleich dem Coefficienten der scheinbaren Compressibilität von Quecksilber in Glas und wurde im Mittel der besten Bestimmungen, bezogen auf die Einheit des Volumens und auf einen Druckunterschied von 1 mm Quecksilber, gleich $22{,}5 \cdot 10^{-10}$ gefunden.[1] Um die Correction in der hier fest-

[1] Vergl. I, S. 70, wo dieselbe Grösse mit $m - v$ bezeichnet ist.

gehaltenen Volumeneinheit auszudrücken, muss der Coefficient noch mit dem Inhalt des Dilatometers, also mit 1 032 290 multiplicirt werden. Es ergiebt sich dann $\beta_i - \beta_e = 0{,}00232$, während thatsächlich mit dem wenig abweichenden Werthe $\beta_i - \beta_e = 0{,}0024$ gerechnet, also die Grösse der Correction gleich

$$0{,}0024 \cdot 5{,}49 = +0{,}013 \text{ mg}$$

gefunden wurde.

Die zweite Correction hängt von dem Ueberschuss des äusseren über den inneren Druck ab, soweit dieser Ueberschuss nicht constant bleibt. Bei den Siedepunktsbestimmungen entspricht dieser Ueberschuss dem Ueberdruck des Dampfes, wie er durch das Manometer angegeben ist, beträgt also im vorliegenden Falle 1,63 mm. Diese Grösse ist mit dem äusseren Druckcoefficient β_e zu multipliciren, welcher aus dem experimentell bestimmten inneren Druckcoefficient $\beta_i = 0{,}0455$ durch Abziehen des oben angegebenen Werthes von $\beta_i - \beta_e = 0{,}0024$ gleich 0,0431 erhalten wird. Die Correction beträgt also

$$0{,}0431 \cdot 1{,}63 = +0{,}070 \text{ mg}.$$

Eine dritte verhältnissmässig grosse Correction, welche von den Druckverhältnissen herrührt, ist bei der Reduction der einzelnen Versuche nicht berücksichtigt worden und muss daher an dem für jedes Dilatometer erhaltenen Endresultat angebracht werden. Dieselbe rührt davon her, dass der hydrostatische Druck innerhalb des Dilatometers bei 100° wegen der geringeren Dichte des Quecksilbers um 0,0181 seines Werthes geringer, dagegen wegen Verlängerung der drückenden Säule um 0,008 grösser, zusammen also um 0,0173 (beim Glas 59^{III} um 0,0175) geringer wird, als der Druck bei 0°.

Für das Dilatometer T. No. 3 ist die drückende Säule, gerechnet von der Oeffnung bis zur Mitte des Dilatometers, gleich 253 mm anzunehmen; die Aenderung des Drucks ist also gleich $0{,}0173 \cdot 253 = 4{,}38$ mm und die am Inhalt bei 100° anzubringende Correction gleich $0{,}0455 \cdot 4{,}38 = +0{,}199$ mg.

Der Inhalt des Dilatometers nach Anbringung der drei jedesmal berücksichtigten Correctionen ergiebt sich demnach im vorliegenden Falle gleich $+22{,}469 - 1{,}028 + 0{,}013 + 0{,}070 = 21{,}524$ mg. Dieser Werth ist als „corrigirter Inhalt“ in der „Uebersicht“ Seite 159 angeführt.

Die auf die angegebene Art abgeleiteten Werthe wurden für eine ganze Reihe in der Weise zusammengefasst, dass man sowohl für die bei 0° als auch für die in der Nähe von 100° ausgeführten Bestimmungen das Mittel aus den Temperaturen und dem corrigirten Inhalt nahm und daraus die zwischen 0° und 100° ausgetretene Menge unter der Voraussetzung berechnete, dass die ausgetretenen Mengen den Temperaturen proportional sind. Für das Dilatometer T. No. 3 fand man im Mittel den Inhalt bei 0° gleich + 16079,499 und den Inhalt bei 99°,9253 gleich + 11,379, demnach die für

jeden Temperaturgrad austretende Menge gleich 160,80132 und den Inhalt bei 100° gleich — 0,633. Die mit diesen Daten berechneten übrigbleibenden Fehler der einzelnen Beobachtungen sind in der Colonne $B-R$ angegeben.

Diese Rechnung beruht auf verschiedenen Voraussetzungen, deren Richtigkeit zum Theil durch die übrigbleibenden Fehler controlirt wird. Zunächst ist vorausgesetzt, dass während einer Reihe kein erheblicher Verlust an Quecksilber[1]) und keine sonstige Aenderung im Gewicht der benutzten Gläschen, sowie keine Aenderung des Dilatometer-Inhalts eingetreten ist. Nun zeigt die Vergleichung der Eispunkte nur bei zwei von den fünf Dilatometern merkliche Aenderungen mit der Zeit an: die scheinbare Aenderung bei T. No. 3, welche einem Temperaturunterschied von 0°,01 entspricht, lässt sich aber ungezwungen dadurch erklären, dass der zweite Eispunkt ausnahmsweise nur wenige Stunden nach einem Siedepunkt genommen wurde, und dass daher die Nachwirkung um diesen Betrag weniger verschwunden war als bei der ersten Bestimmung, die um zwei Tage von der Siedepunktsbestimmung entfernt lag. Beim Dilatometer 16 No. 1 ist der Gang von etwa 0°,007 vielleicht dadurch zu erklären, dass bei den ersten Beobachtungen die für dieses Instrument gerade recht bedeutende Correction wegen der abweichenden Temperatur des schädlichen Raumes etwas weniger genau bestimmt worden ist. Andererseits kann man allerdings auch annehmen, dass bei diesem Dilatometer die vorangegangene Behandlung durch langsame Abkühlung im Leinölbade weniger wirksam gewesen ist, und dass dasselbe thatsächlich während der Versuche eine Verkleinerung seines Volumens erlitten hat, die dem bekannten Ansteigen des Eispunktes bei neuen Quecksilberthermometern entspricht.

Wie dem auch sein mag, so ist die Aenderung, auch wenn sie reell ist, jedenfalls so klein, dass man davon Abstand nehmen kann, dieselbe rechnungsmässig zu berücksichtigen.

Eine andere nicht ohne weiteres selbstverständliche Voraussetzung liegt darin, dass allen Beobachtungen dasselbe Gewicht zuertheilt wurde, abgesehen von zweien, die man ganz ausschloss. Es wäre an sich nicht unwahrscheinlich, dass sowohl die zweiten Siedepunkts- als auch namentlich die zweiten Eispunktsbestimmungen vor den ersten den Vorzug verdienten, und in der That scheint eine kleine systematische Differenz zu bestehen, welche darauf hindeutet, dass bei den ersten Bestimmungen der stationäre Zustand

[1]) Ueber die Verdampfung von Quecksilber aus Gläschen der angewandten Form sind 1882 bei Gelegenheit der Untersuchung von Glasröhren, welche zur Reproduction der Siemens'schen Einheit dienten, Versuche durch die Kaiserliche Normal-Aichungs-Kommission angestellt worden, welche ergaben, dass die verdampfende Menge bei Zimmertemperatur 0,01 mg an einem Tage nicht überschreitet.

nicht immer ganz erreicht war. Aber auch diese Differenz ist zu klein und unsicher, als dass sie berücksichtigt zu werden brauchte.

Unhaltbar dagegen ist die Voraussetzung, dass die ausgeflossenen Mengen dem Temperaturunterschiede in der benutzten Temperaturscale proportional seien; doch ist es leicht, den Abweichungen dieser Voraussetzung von der Wirklichkeit Rechnung zu tragen. Zu diesem Behufe sind die angegebenen Siedetemperaturen in die Scale des betreffenden Ausflussthermometers umzurechnen, eine Scale, welche dadurch entsteht, dass die Temperaturen den aus dem Ausflussthermometer ausgetretenen Quecksilbermengen proportional gesetzt werden. Die Daten für diese Umrechnung sind durch die folgende Tabelle gegeben und sollen jetzt näher erläutert werden.

	Luftth.—Tafel	Quecksilberth.—Luftthermometer	Ausflussthermometer—Quecksilberth.	Ausflussth.—Tafel
T.	+3	—32	—156	—185
59	+3	— 1	—162	—160
16	+3	—37	—155	—189

Die Siedetemperaturen sind aus den beobachteten Drucken mittels der Broch'schen Tafeln abgeleitet und sollten in der Scale des Luftthermometers angegeben sein. Diese Tafeln sind aber unzweifelhaft aus verschiedenen hier nicht näher zu erörternden Gründen gerade in der Nähe von 100° ungenau; auch hat Herr Wiebe auf Grund eigener Versuche neue Tafeln berechnet, welche jenen vorzuziehen sein dürften. Aus einer von Herrn Wiebe[1]) mitgetheilten Formel folgt, dass für jeden Grad über 100° in unmittelbarer Nähe dieser Temperatur die Temperaturen des Luftthermometers um 0°,0003 höher als die aus den Tafelwerthen abgeleiteten Temperaturen sind; dieser Werth ist in geeigneter Form in die erste Colonne der obigen Tabelle eingetragen worden.

Die zweite Colonne enthält in ähnlicher Form die Reduction der Angaben des Luftthermometers auf die gewöhnlichen Quecksilberthermometer der in Frage kommenden Glassorten. Die erste der Zahlen bedeutet die Reduction des Luftthermometers auf das Tonnelot'sche Thermometer und ist unter Identificirung des Luftthermometers mit dem Stickstoffthermometer des Herrn Chappuis aus einer von diesem veröffentlichten Formel abgeleitet.[2]) Die folgenden Zahlen sind aus dieser nach den Ergebnissen der in der Reichsanstalt ausgeführten Vergleichungen von Thermometern der drei Glassorten berechnet worden.[3])

[1]) Zeitschrift f. Instrk. 14, S. 305, 1894.
[2]) Chappuis, Trav. et Mém. 6, S. 89, Paris 1888.
[3]) II, S. 39.

Die Zahlen der **dritten** Colonne geben die Reduction des Quecksilberthermometers auf das Ausflussthermometer aus demselben Glase, sie entsprechen, wie eine einfache Entwicklung zeigt, der relativen Ausdehnung von Glas gegen Quecksilber[1]); ihr numerischer Werth ist leicht aus den vorliegenden Versuchen abzuleiten.[2])

Die Summe der drei erwähnten Reductionsgrössen, wie sie in der letzten Colonne aufgeführt ist, entspricht nun der Reduction der aufgeführten Temperaturen auf die Temperaturscale der Ausflussthermometer in dem Sinne, dass z. B. für das Thermometer aus französischem Glase die Reduction gleich

$$-0°,0185\ (t - 100°)$$

zu setzen ist. Die Mitteltemperatur der mit dem Dilatometer T. No. 3 ausgeführten Siedebestimmungen von 99°,9253 (S. 159) ist also um $+0{,}0747 \cdot 0°{,}0185 = +0{,}000\,0138$ oder die zwischen 0° und 100° ausgetretene Quecksilbermenge um $-0{,}000\,0138$ ihres Werthes, d. h. um $-0{,}222$ mg zu corrigiren. Unter weiterer Anbringung der schon oben abgeleiteten Correction wegen des bei 100° verschiedenen inneren Druckes ergiebt sich also schliesslich der corrigirte Werth für die zwischen 0° und 100° ausgetretene Quecksilbermenge zu 16 079,71 mg.

Hervorzuheben ist noch, dass die Reduction auf die Temperaturscale des Ausflussthermometers auch die übrigbleibenden Fehler erheblich verringert. Die entsprechenden Werthe sind in der Colonne $B - R'$ aufgeführt.

5. Berechnung der Versuche bei Wasserfüllung.

Die Berechnung der Versuche bei Wasserfüllung ist zwar im allgemeinen dieselbe wie bei der Quecksilberfüllung; da aber hier mehrfach andere Reductionsgrössen zu benutzen waren, so soll auch diese Reductionsrechnung für einen bestimmten Versuch (den 21. October am Dilatometer T. No. 3 ausgeführt) kurz mitgetheilt werden.

[1]) Sei a die durch das Ausflussthermometer, t die durch das Quecksilberthermometer gemessene Temperatur, q die Ausdehnung des Quecksilbers, g diejenige des Glases, so wird

$$a - t = t\left(1 - \frac{t}{100}\right) \frac{q_{100} - g_{100}}{1 + g_{100}} \cdot \frac{1 + g}{1 + q},$$

also für Temperaturen nahe bei 100°

$$a - t = -\frac{q_{100} - g_{100}}{1 + q_{100}}\ (t - 100°).$$

[2]) Streng genommen wäre allerdings noch der Umstand zu berücksichtigen, dass die Ausdehnung bei den gewöhnlichen Thermometern der Hauptausdehnung bei den Ausflussthermometern im wesentlichen der normalen Ausdehnung entspricht. Wie die S. 181 gegebenen Formeln zeigen, hätte aber die Berücksichtigung dieses Umstandes die hier abgeleitete Reduction nur ganz unbedeutend geändert.

Die direct durch Wägung des Gläschens vor und nach dem Versuch ermittelte, in das Dilatometer eingetretene Quecksilbermenge betrug 40655,875 mg[1]); um den corrigirten Werth zu erhalten, sind an dieser Grösse die vier früher besprochenen Correctionen sowohl für den Siedepunkt als für den Eispunkt anzubringen. Das Zeichen der Correctionen ist in beiden Fällen so gewählt, dass die eingesogene Quecksilbermenge corrigirt wird.

Die Correction wegen des herausragenden Fadens war beim Eispunkt ebenso wie bei Quecksilberfüllung zu berechnen, da der schädliche Raum bei den Eispunkten mit Quecksilber gefüllt war. Im vorliegenden Falle betrug dieselbe

$$242{,}6 \cdot 7{,}32 \cdot 0{,}000\,155\,77 = +\,0{,}277.$$

Beim Siedepunkt dagegen war der schädliche Raum mit Wasser gefüllt, und seine Aenderung entsprach der relativen Ausdehnung von Glas gegen Wasser zwischen den betreffenden Temperaturen, d. h. wenn w und g die Ausdehnungen von Wasser und Glas bezeichnen, der Differenz der Grössen $\frac{w-g}{1+w}$ für die Temperaturen des Dampfes und des schädlichen Raumes. Zur Berechnung wurden die Grössen w den Tafeln von Landolt und Börnstein (1883) Seite 35 entnommen, während g durch die Versuche über die lineare Ausdehnung des Glases gegeben war. Bei einer Temperatur des Dampfes von 100°,2646, des schädlichen Raumes von 68°,63 und einer Grösse des schädlichen Raumes von 204,7 ergiebt sich im vorliegenden Falle die Correction zu

$$204{,}7\,(0{,}03930 - 0{,}01974) = +\,4{,}004.$$

Die Correction wegen des äusseren Druckes, welche bei den Siedepunktsbestimmungen vom Ueberdruck des Dampfes, bei den Eispunktsbestimmungen vom Drucke des die Zwischenräume des Eises erfüllenden Wassers abhängt, war in gleicher Weise wie bei der Quecksilberfüllung zu berechnen, dieselbe beträgt hier $-0{,}066$ und $+0{,}643$.

Zur Bestimmung der anderen Druckcorrectionen war die Grösse $\beta_i - \beta_c$ für Wasserfüllung, d. h. die scheinbare Compressibilität des Wassers in Glas zu benutzen. Diese Grösse wurde nach den Bestimmungen von Pagliani und Palazzo in Verbindung mit dem von Grassi bei 0° gefundenen Werthe angenommen[2]) und beträgt nach Umrechnung auf die hier benutzten Einheiten

[1]) Da die Rechnungen thatsächlich mit drei Stellen ausgeführt sind, so behalten wir auch hier die dritte Stelle bei, obgleich derselben, verglichen mit der Unsicherheit der Temperaturbestimmung, nicht einmal eine formale Bedeutung zukommt.

[2]) Pagliani e Palazzo, Memorie della Academia dei Lincei (3) 19, S. 279, 1884. Wied. Beibl. 8, S. 795. Die Zahlen sind irrthümlich als wahre Compressibilität des Wassers bezeichnet, vergl. Pagliani, Linc. Rend. (4) 5 (1) 777–785, 1889.

(Druck in mm Quecksilber; Gefässvolumen in mg der Quecksilberfüllung bei 0°) für das vorliegende Dilatometer

$$\frac{1032\,290}{760}\,0{,}000\,0410 = 0{,}05569 \text{ bei } 100°$$

$$\frac{1032\,290}{760}\,0{,}000\,0503 = 0{,}06832 \text{ bei } 0°.$$

Da der Barometerstand beim Siedepunkt 765,72 und beim Eispunkt 764,64 war, so sind die entsprechenden Correctionen für den absoluten Druck

$$+\,5{,}72 \cdot 0{,}05569 = +\,0{,}319$$

$$4{,}64 \cdot 0{,}06832 = -\,0{,}317.$$

Bei Berechnung des Einflusses des inneren Drucks ist abweichend von den Versuchen mit Quecksilberfüllung als normaler Zustand derjenige angenommen, bei welchem überhaupt kein innerer Druck vorhanden ist. Der Abweichung von der bei den Versuchen mit Quecksilberfüllung gemachten Annahme ist dadurch Rechnung zu tragen, dass der Inhalt an Quecksilber bei 0° entsprechend corrigirt wird.

Der Druckcoefficient für den inneren Druck aus den Daten für $\beta_i - \beta_e$ und für β_e berechnet, ist $\beta_i = 0{,}1114$ bei 0° und $\beta_i = 0{,}0988$ bei 100°. Die Correction wegen des Druckes beim Siedepunkte, bei welchem das Dilatometer ganz mit Wasser von 100° erfüllt ist, beträgt also

$$0{,}0988 \cdot 253 \cdot \frac{0{,}959}{13{,}59} = +\,1{,}763.$$

Beim Eispunkte ist die Berechnung der Correction etwas verwickelter. Zunächst setzt sich der Druck aus dem Drucke einer Wassersäule, im wesentlichen gleich der halben Höhe des Dilatometergefässes, und aus einer Quecksilbersäule, welche der Hauptsache nach der Länge der Capillare entspricht, zusammen. Sodann ist aber noch zu beachten, dass das Dilatometer nur zum grösseren Theil mit Wasser, zum Theil aber auch mit Quecksilber gefüllt ist; daher muss der innere Druckcoefficient aus den beiden Coefficienten für Wasser- und für Quecksilberfüllung nach dem Verhältniss der von den beiden Flüssigkeiten ausgefüllten Räume berechnet werden.

Im vorliegenden Falle wurde die Länge des Quecksilberfadens (von einer mit der Oeffnung in demselben Niveau liegenden Stelle der Capillare aus gerechnet) durch eine beiläufige Wägung des nach Beendigung des Versuches ausgetriebenen Quecksilbers bestimmt. In Verbindung mit der Wassersäule ergab sich der Gesammtdruck zu 87,09 mm Quecksilber. Die Coefficienten für Wasser- und Quecksilberfüllung sind, wie früher angegeben, 0,1114 und 0,0455; da nun 0,0394 Theile des Dilatometers beim Eispunkte mit Quecksilber gefüllt waren, so war als Coefficient 0,1088 anzunehmen und die Correction ergab sich zu

$$-\,87{,}09 \cdot 0{,}1088 = -\,9{,}475.$$

Keine Rücksicht genommen wurde auf den Druck des im unteren Theile des Dilatometergefässes enthaltenen Quecksilbers und auf eine durch die Schwere dieses Quecksilbers verursachte Deformation des an seiner Capillare hängenden Dilatometers.

Die Gesammtsumme der acht angegebenen Correctionen ist — 2,852; da nun die „eingetretene Quecksilbermenge" durch directe Wägung gleich 40 655,875 mg gefunden worden war, so wird der corrigirte Werth 40 653,023 mg, wie er in der „Uebersicht" (S. 159) aufgeführt ist.

6. Uebersicht der Versuche.[1])

Dilatometer 16 No. 1.

1892

X. 20. auf 200° erhitzt, kühlt von 10ʰ bis 22ʰ30 langsam auf 65° ab.

21. ein beim Reinigen entstandener Sprung wird sofort reparirt.

27. Wägungen des leeren Dilatometers; zwischen den beiden Wägungen wird dasselbe äusserlich mit Alkohol gereinigt:

Dilatometer leer { 102 427,53 mg / 102 427,35 mg.

XI. 9. das mit Quecksilber gefüllte Dilatometer wird in Dampf gebracht[2]) und dann gewogen:

Dilatometer bei 100°,3653 gefüllt { 1039 883,92 mg / 1039 884,33 mg.

Corrigirtes Mittel 1039 877 43 mg.

14. behufs Wiederauffüllung auf 100° erhitzt.

Ausdehnungsbestimmungen bei Quecksilberfüllung.

Zeit	Temperatur	Inhalt	Corr. Inhalt	$B-R$	$B-R'$	[illegible] No.	Bemerkungen
1892							
XI. 15. 13ʰ43	0°	0	+ 5,330	+ 0,43			Seit 12ʰ40 im Eise.
14 15	0	+ 0,398	+ 5,741	+ 0,84		4	Quecksilber reisst nicht ganz glatt ab.
15 0	0	— 0,063	+ 5,307	+ 0,40		3	
16. 13 40	100,1742	— 14 798,102	— 14 805,216	— 1,32	— 0,97	4	Seit 10ʰ45 im Siedeapparat.
14 17	100,1731	— 14 796,705	— 14 803,794	— 0,06	+ 0,29	3	Dilatometer kühlt im Apparate ab.
17. 13 9	0	+ 0,062	+ 4,439	— 0,46		4	Seit 11ʰ25 im Eise.
14 0	0	+ 0,839	+ 4,847	— 0,06		3	
18. 12 9	100,2424	— 14 807,356	— 14 814,058	0,08	+ 0,08	4	Seit 10ʰ30 im Dampfe.
12 52	100,2315	— 14 803,919	— 14 810,714	+ 1,66	+ 1,86	3	
19. 12 10	0	+ 0,830	+ 4,349	— 0,55		4	Seit 10ʰ40 im Eise.
13 5	0	+ 0,824	+ 4,309	— 0,59		3	
21. 12 56	100,4646	— 14 839,595	— 14 846,324	+ 0,51	+ 0,04	4	Seit 10ʰ30 im Dampfe.
13 52	100,4940	— 14 845,060	— 14 851,872	— 0,70	— 1,24	3	

Inhalt bei 0° = + 4,903. Inhalt bei 100°,2966 = — 14 821,996.

Inhalt bei 100° = — 14 778,149. **Ausgetretene Menge** 14 783,052 — 0,119 + 0,829 = **14 783,76.**

[1]) Man vergleiche die im vorangehenden Capitel gegebenen Erklärungen.

[2]) Für die Ausdehnungsbestimmungen nicht benutzt, da bei der Wiederauffüllung die Continuität verloren geht.

1892 **Dilatometer 16 No. 1.**

XI. 22 Wägung des Dilatometers:

Dilatometer bei 100°,4949 gefüllt 1039 854,34 mg; corrigirt 1039 847,65 mg.

Bestimmung des Druckcoefficienten; Calibrirung.

23. Wägung des entleerten Dilatometers:

Dilatometer leer 102 427,88 mg.

Ausdehnungsbestimmungen bei Wasserfüllung.

Datum	Temperaturgrenzen		Eingetretene Quecksilbermenge	Corrigirte Menge	Bemerkungen
1892	°	°			
XII. 12.	99,5433	0	36 950,291	36 970,513	Dil. von 10^h30 bis 12^h4 im Dampfe, von 15^h0 bis 17^h24 im Eise.
16.	100,1271	0	37 343,611	37 367,345	Dil. von 11^h45 bis 13^h14 im Dampfe, von 14^h5 bis 15^h33 im Eise.
					Beim Einsaugen des Quecksilbers wird vor demselben eine Luftblase hergetrieben, deren Durchmesser 0,3 des Durchmessers der Capillare beträgt.
20.	99,9479	0	37 204,991	37 226,174	Dil. von 11^h30 bis 13^h21 im Dampfe, von 14^h0 bis 15^h48 im Eise.
1893					
I. 13.	80,908	58,292	11 697,517	11 709,945	
bis	58,292	30,553	10 070,639	10 075,343	
16.	30,553	0	3 500,697	3 501,273	

Ein am 9. und 10. März angestellter Versuch über die Ausdehnung des Wassers zwischen 0° und 30° geht verloren.

IV. 26. Dilatometer wird mit Quecksilber gefüllt.

Ausdehnungsbestimmungen mit Quecksilberfüllung.

Zeit	Temperatur	Inhalt	Corr. Inhalt	B	B′	B − B′	[illegible] No.	Bemerkungen
1893	°							
IV. 27. 13^h24	100,0272	0	— 5,997			0,02		Seit 10^h40 im Dampfe. Am Dil. sitzt ein feines, erst später als Quecksilber erkanntes Tröpfchen von höchstens 0,05 mg. Dasselbe bleibt unberücksichtigt.
14 2	100,0268	— 0,185	— 5,892			+ 0,02	3	
17 30	0	+ 14 756,419	+ 14 760,396			[—22,75]	2	Seit 15'24 im Eise, dasselbe war am Anfang sehr lose. Die Beobachtung wird wegen der starken Abweichung ausgeschlossen.
18 33	0	+ 14 781,130	+ 14 784,928			+ 1,78	3	
28. 15 6	0	+ 14 777,576	+ 14 781,370			— 1,78	2	Dil., das sich auf 15° erwärmt hat, seit 12^h45 im Eise.

Inhalt bei 0° = + 14 783,149. Inhalt bei 100°,0270 = — 5,945.

Inhalt bei 100° = — 1,953. Ausgetretene Menge 14 785,102 — 0,119 + 0,075 = 14785,07.

Dilatometer 16 No. 1.

1893

IV. 28. Wägung des Dilatometers und des ausgetretenen Quecksilbers (angenähert).

Dilatometer bei 0° gefüllt; corrigirt 1054,74 mg.

Das entleerte Dilatometer zeigt bei beiläufiger Tarirung keine wesentliche Aenderung gegen früher.

Dilatometer 16 No. 2.

1893

V. 13. geliefert.

15. gereinigt.

16. auf 235° erhitzt, kühlt von 11ʰ20 bis 20ʰ8 auf 95° ab.

17. Wägung des leeren Dilatometers:

Dilatometer leer 53 747,22 mg.

Ausdehnungsbestimmungen mit Quecksilberfüllung.

Zeit	Temperatur	Inhalt	Corr. Inhalt	$B-R$	$B-R'$	Gläschen No.	Bemerkungen
1893	°						
V. 19. 12ʰ37	99,8717	0	− 3,612	+ 0,84	+ 0,82		Seit 10ʰ50 im Dampfe.
14 1	99,8776	− 2,365	− 5,939	− 0,62	− 0,65	2	
20. 10 15	0	+ 14 740,094	+ 14 743,163	(− 2,18)		3	Seit 9ʰ45 im Eise; erster Nulipunkt wegen zu kurzer Dauer der Abkühlung ausgeschlossen.
12 0	0	+ 14 742,519	+ 14 745,509	+ 0,16		2	
24. 13 39	99,7324	+ 20,495	+ 17,061	+ 0,94	+ 1,31	3	Seit 11ʰ40 im Dampfe. Vorher war das Instrument gewogen.
14 37	99,7210	+ 20,279	+ 16,197	− 1,61	− 1,21	2	
26. 13 34	0	+ 14 742,039	+ 14 745,134	− 0,21		3	Seit 11ʰ35 im Eise.
14 38	0	+ 14 742,456	+ 14 745,478	+ 0,13		2	
27. 12 40	99,9872	− 18,328	− 21,752	− 0,25	− 0,59	3	Seit 11ʰ15 im Dampfe.
13 39	100,0000	− 19,514	− 22,705	+ 0,69	+ 0,31	2	
29. 13 23	0	+ 14 742,220	+ 14 745,216	− 0,13		3	Seit 11ʰ30 im Eise.
14 0	0	+ 14 742,494	+ 14 745,391	+ 0,04		2	

Inhalt bei 0° = + 14 745,346. Inhalt bei 99,8650 = − 3,458.

Inhalt bei 100° = − 23,396. **Ausgetretene Menge** 14 768,742 − 0,238 − 0,377 = **14 768,13.**

24. Wägung des Dilatometers und des ausgetretenen Quecksilbers:

Dilatometer bei 0° gefüllt 1006 397,83 mg; corrigirt 1006 400,82 mg.

30. Wägung des Dilatometers und des ausgetretenen Quecksilbers:

Dilatometer bei 0° gefüllt 1006 396,83 mg; corrigirt 1006 399,73 mg.

Bestimmung des Druckcoefficienten. Wägung des leeren Dilatometers:

Dilatometer leer 53 747,02 mg.

31. Calibrirung.

VI. 1. Dilatometer mit Wasser gefüllt.

Dilatometer 16 No. 2.

Ausdehnungsbestimmungen mit Wasserfüllung.

Datum	Temperaturgrenzen		Eingetretene Quecksilbermenge	Corrigirte Menge	Bemerkungen
1893	°	°			
VI. 2.	99,9812	0	37 260,496	37 263,980	Dil. von 11ʰ 0 bis 13ʰ 1 im Dampfe, von 14 30 bis 16 35 im Eise. Bei der Berechnung ist angenommen, dass ein äusserlich am Dilatometer hängender Quecksilbertropfen von 1,648 mg von dem gewogenen Quecksilber des Gläschens herrührte. Anderenfalls müsste die eingetretene Menge um 1,648 mg vermehrt werden.
5.	100,1881	0	37 378,964	37 381,430	Dil. von 10ʰ50 bis 13ʰ35 im Dampfe, von 15 20 bis 17 22 im Eise.

Dilatometer T. No. 1.

1893

IX. 25. geliefert, gereinigt, im Oelbade auf 223° erhitzt, kühlt von 14ʰ3 bis 23ʰ35 auf 100° ab.

26. Wägung des Dilatometers:

Dilatometer leer 54 207,63 mg.

Ausdehnungsbestimmungen mit Quecksilberfüllung.

Zeit	Temperatur	Inhalt	Corr. Inhalt	$B-R$	$B-R'$	[illegible]	Bemerkungen
1893	°						
IX. 29. 12ʰ22	99,7872	0	1,056	− 0,19	− 0,09		Seit etwa 10ʰ30 im Dampfe.
14 56	99,7750	+ 0,892	− 0,032	− 1,05	− 0,92	2	Der Dampfdruckregulator zwischen Dampfkessel und Siedeapparat fungirt zum ersten Male.
30. 14 13	0	+ 15 406,349	+ 15 407,445	− 0,07		3	Seit 12ʰ7 im Eise.
15 5	0	+ 15 406,351	+ 15 407,497	− 0,02		2	
X. 2. 11 56	99,8566	− 10,406	− 11,294	+ 0,29	+ 0,18	3	Seit 10ʰ30 im Dampfe.
12 52	99,8603	− 10,358	− 11,221	+ 0,94	+ 0,82	2	
3. 13 37	0	+ 15 406,667	+ 15 407,721	+ 0,21		3	Seit 12ʰ13 im Eise.
14 15	0	+ 15 406,399	+ 15 407,387	− 0,13		2	

Inhalt bei 0° = + 15 407,512. **Inhalt bei 99°,8198 = − 5,901.**
Inhalt bei 100° = − 33,726. Ausgetretene Menge 15 441,238 0,203 − 0,515 = 15 440,52.

3. **Bestimmung des Druckcoefficienten und Wägung des Dilatometers nebst dem ausgeflossenen Quecksilber:**

   Dilatometer bei 0° gefüllt 1045 524,34 mg; corrigirt 1045 525,33 mg.

4. **Calibrirung.**

5. **Das Gefäss des Dilatometers zerbricht bei der Füllung mit Wasser. Die Capillare wird zur Anfertigung eines Dilatometers T. No. 2 und, als auch das Gefäss dieses Instrumentes vor Gewinnung eines vollständigen Versuches zerbricht, zur Anfertigung des Dilatometers T. No. 3 benutzt.**

Dilatometer T. No. 3.

1893

X. 12. geliefert, gereinigt und im Oelbad auf 225° erhitzt; kühlt von 17ʰ25 bis X. 13. 1ʰ30 langsam auf 99° ab.

13. Wägung:

Dilatometer leer 55 269,65 mg.

Ausdehnungsbestimmungen mit Quecksilberfüllung.

Zeit		Temperatur	Inhalt	Corr. Inhalt	$B-R$	$B-R'$	[illegible]	Bemerkungen
1893		°						
X. 14.	12ʰ11	100,0069	0,000	− 0,979	+ 0,76	+ 0,52		Seit 10ʰ40 im Dampfe.
	13 0	99,9838	+ 3,151	+ 2,248	+ 0,28	+ 0,10	2	
16.	16 1	0	+ 16 077,423	+ 16 078,544	− 0,96		1	Seit 14 50 im Eise.
	16 33	0	+ 16 077,700	+ 16 078,835	− 0,66		2	
17.	10 31	99,8525	+ 23,702	+ 22,723	− 0,36	− 0,15	1	Seit 9 26 im Dampfe.
	11 6	99,8581	+ 22,469	+ 21,524	− 0,66	− 0,46	2	
	14 25	0	+ 16 079,390	+ 16 080,266	+ 0,77		1	Seit 13 14 im Eise.
	14 55	0	+ 16 079,435	+ 16,080,350	+ 0,85		2	

Inhalt bei 0° = + 16 079,499. Inhalt bei 99°,9253 = + 11,379.

Inhalt bei 100° = − 0,633. **Ausgetretene Menge** 16 080,132 − 0,199 − 0,222 = **16 079,71.**

X. 17. Bestimmung des Druckcoefficienten (durch Scheel und Goepel). Wägung des Dilatometers und des ausgetretenen Quecksilbers:

Dilatometer bei 0° gefüllt 1087 558,82 mg; corrigirt 1087 559,73 mg.

Ausdehnungsbestimmungen mit Wasserfüllung.

Datum	Temperaturgrenzen		Eingetretene Quecksilbermenge	Corrigirte Menge	Bemerkungen
1893	°	°			
X. 19.	100,3472	0	40 722,041	40 712,425	Dilatometer von 9ʰ30 bis 10ʰ41 im Dampfe, von 13 15 bis 14 46 im Eise. Beim Abkühlen trennt ein Wasserfaden von 0,6mm Länge zeitweise den Quecksilberfaden. Man nimmt an, dass das Wasser zur ursprünglichen Füllung gehört und trägt ihm nicht Rechnung.
21.	100,2646	0	40 655,875	40 653,023	Dilatometer von 9ʰ35 bis 10ʰ41 im Dampfe, von 12 50 bis 14 21 im Eise.

Dilatometer 69.

1892

XI. 22. geliefert.

24. auf 205° erhitzt, kühlt von 13ʰ0 bis 22ʰ12 auf 88° ab.

26. Wägung:

Dilatometer leer 58 866,15 mg.

Dilatometer mit Quecksilber gefüllt und in Dampf gebracht.

27. Wägung:

Dilatometer bei 100°,5463 gefüllt 871 306,51 mg; corrigirt 871 303,50 mg.

Dilatometer 59.

Ausdehnungsbestimmungen bei Quecksilberfüllung.

Zeit	Temperatur	Inhalt	Corr. Inhalt	$B-R$	$B-R'$	[illegible]	Bemerkungen
1892							
XI. 28. 12ʰ 8	100°,4863	0	— 2,919	+ 2,10	+ 1,22	4	Seit 10ʰ43 im Dampfe, 10ʰ46 findet die Vereinigung mit dem Quecksilber des Wägegläschens statt.
13 18	100,4555	+ 4,083	+ 1,281	+ 2,18	+ 1,37	3	
29. 11 51	0	+ 13 422,745	+ 13 424,608	+ 0,10		4	Seit 10ʰ12 im Eise.
12 55	0	+ 13 422,533	+ 13 424,449	— 0,06		3	
30. 11 14	99,8802	+ 77,308	+ 74,451	— 1,54	— 1,11	4	Seit 9 50 im Dampfe.
11 52	99,8780	+ 78,549	+ 75,701	— 0,58	— 0,15	3	
XII. 1. 12 11	0	+ 13 422,783	+ 13 424,714	+ 0,21		4	Seit 10 53 im Eise.
13 18	0	+ 13 422,305	+ 13 424,261	— 0,24		3	
2. 11 16	99,8614	+ 79,959	+ 77,082	— 1,42	— 0,95	4	Seit 9 54 im Dampfe, seit 10ʰ25 Verhältnisse constant.
11 57	99,9059	+ 74,612	+ 71,792	— 0,76	— 0,39	3	
3. 12 29	0	+ 13 422,549	+ 13 424,380	— 0,13		4	Seit 10ʰ38 im Eise.
12 56	0	+ 13 422,737	+ 13 424,626	+ 0,12		3	

Inhalt bei 0° = + 13 424,506. Inhalt bei 100°,0779 = + 49,565.
Inhalt bei 100° = + 59,976. **Ausgetretene Menge** 13 364,530 — 0,140 + 0,167 = **13 364,56.**

XII. 4. Wägung des Dilatometers mit dem seit der letzten Eispunktsbestimmung ausgetretenen Quecksilber:

Dilatometer bei 0° gefüllt 884 735,56 mg; corrigirt 884 737,45 mg.

5. Bestimmung des Druckcoefficienten und Calibrirung.

6. Wägung des Dilatometers:

Dilatometer leer 58 865,96 mg.

Ausdehnungsbestimmungen bei Wasserfüllung.

Datum	Temperaturgrenzen		Eingetretene Quecksilbermenge	Corrigirte Menge	Bemerkungen
1892					
XII. 14.	100°,1907	0°	32 960,886	32 963,048	Dilatometer von 10ʰ50 bis 12ʰ34 im Dampfe; von 15 19 bis 17 35 im Eise.
19.	99,9563	0	32 824,890	32 828,064	Dilatometer von 10 30 bis 11 58 im Dampfe; von 13 10 bis 14 44 im Eise.
21.	100,0330	0	32 857,529	32 861,222	Dilatometer von 11 30 bis 13 4 im Dampfe; von 13 20 bis 14 51 im Eise.
1893					
I. 9	81,408	58,643	10 449,853	10 453,673	
bis	58,643	30,115	9 187,822	9 179,343	
11.	30,115	0	3 043,132	3 042,823	

7. Resultate.

Quecksilberfüllung. — Für die Füllung mit Quecksilber erhält man unmittelbar aus den vorstehend angegebenen Zahlen, mittels Division der zwischen 0° und 100° ausgetretenen Quecksilbermassen durch den Inhalt der Dilatometer bei 0°, den negativen Werth der Ausdehnung des Glases

relativ zum Quecksilber. Bezeichnet nämlich V den Inhalt bei 0°, α_g die Ausdehnung des Glases, α_q die Ausdehnung des Quecksilbers zwischen 0° und 100°, so ist $V(1 + \alpha_g)$ das Volumen bei 100°, also $V\frac{1 + \alpha_g}{1 + \alpha_q}$ die Masse des das Volumen bei dieser Temperatur erfüllenden Quecksilbers. Das aus der Einheit des Volumens zwischen 0° und 100° ausgetretene Quecksilber ist also, wie oben angegeben, gleich $\frac{\alpha_q - \alpha_g}{1 + \alpha_q}$. Für die einzelnen Dilatometer ergeben sich die folgenden Werthe dieser Grösse:

Negative Ausdehnung des Glases gegen Quecksilber:

Dilatometer	16 No. 1	$\frac{14\,784{,}09}{952\,280}$	= 0.015 524 94
"	16 No. 2	$\frac{14\,768{,}13}{952\,653}$	= 0,015 502 11
"	T No. 1	$\frac{15\,440{,}52}{991\,318}$	= 0,015 575 75
"	T No. 3	$\frac{16\,079{,}71}{1\,032\,290}$	= 0,015 576 74
"	59	$\frac{13\,364{,}56}{825\,872}$	= 0,016 182 86.

Hieraus ergiebt sich unmittelbar vermittelst der S. 81 angegebenen Beziehung, oder dadurch, dass man die ausgetretene Quecksilbermenge durch den Werth des Volumens bei 100° dividirt, der Werth von $\frac{\alpha_q - \alpha_g}{1 + \alpha_g}$:

Ausdehnung des Quecksilbers gegen Glas:

Dilatometer	16 No. 1	0,015 769 76
"	16 No. 2	0,015 746 20
"	T No. 1	0,015 822 20
"	T No. 3	0,015 823 21
"	59	0,016 448 54.

Verbindet man diese Werthe mit den Ausdehnungen der betreffenden Gläser zwischen 0° und 100°, wie sie sich aus den S. 128 mitgetheilten Daten ergeben, nämlich

für	Glas	16^{III}	0,002 424 7
"	"	T	0,002 334 3
"	"	59^{III}	0,001 779 2,

so erhält man:

Ausdehnung des Quecksilbers zwischen 0° und 100°:

Dilatometer	16 No. 1	0,018 232 7
"	16 No. 2	0,018 209 1
"	T No. 1	0,018 193 4
"	T No. 3	0,018 194 4
"	59	0,018 257 0.

Die beste Bürgschaft dafür, dass die Dilatometer aus demselben Glase wie die Röhren angefertigt sind, mit denen die Ausdehnung des Glases bestimmt wurde, bieten die Dilatometer 16 No 1 und 59; das Mittel aus den beiden hiermit erhaltenen Werthen, also

$$\alpha_q = 0{,}018\,245,$$

dürfte daher zunächst als wahrscheinlichster Werth für die Ausdehnung des Quecksilbers zwischen 0° und 100° anzunehmen sein. Aus den besten bisher vorliegenden Beobachtungen von Regnault haben Bosscha und Wüllner sehr nahe liegende, im Mittel fast identische Werthe für diese Ausdehnung abgeleitet, während die anderen Rechner vielfach nicht unbedeutend kleinere Werthe fanden.[1])

Wie sich nach den vorliegenden Daten auch der aus den Regnault'schen Beobachtungen nur sehr unsicher abzuleitende Gang für die Ausdehnung des Quecksilbers bei niederen Temperaturen angeben lässt, ist weiterhin (S. 180—184) ausgeführt.

Wasserfüllung. — Bei den Versuchen mit Wasserfüllung, soweit dieselben zwischen Temperaturen nahe bei 100° und 0° ausgeführt sind, berechnen wir wieder zunächst die negativen Werthe der Ausdehnung von Glas gegen Wasser ($-\alpha_{g,w}$), indem wir die corrigirten eingesogenen Quecksilbermengen durch die Volumina der Dilatometer dividiren, berücksichtigen aber dabei, dass wegen der S. 154 erwähnten Aenderung der Definition die Volumina der vier Dilatometer um bez. 7, 14, 12, 8 mg kleiner anzunehmen sind. Dazu fügen wir die für dieselben Temperaturen unter Berücksichtigung der Scalenabweichung[2]) berechneten Werthe von $-\alpha_{g,q}$, wie sie sich aus den Beobachtungen mit Quecksilberfüllung für dasselbe Dilatometer ergeben. Aus beiden Werthen ist dann nach den S. 81 angegebenen Formeln der Werth von

$$\alpha_{w,q} = \frac{\alpha_{g,q} - \alpha_{g,w}}{1 + \alpha_{g,w}}$$

der Ausdehnung des Wassers gegen Quecksilber berechnet, aus welchem die Ausdehnung des Glases des speciellen Dilatometers herausgefallen ist. Eine Zusammenstellung dieser Werthe zeigt in der That, dass sie wesentlich nur noch von der Temperatur abhängen und sich durch eine lineare Formel:

$$\alpha_{w,q} = 0{,}024\,576\,7 + 0{,}000\,590\,(t_a - 100)$$

mit den in der Tabelle in Einheiten der 7. Stelle angegebenen übrigbleibenden

[1]) Vergl. Pernet in Winkelmann's Physik II. 2. Wärme, Breslau, Ed. Trewendt. S. 37.

[2]) Die Siedetemperaturen, auf die Scale des betreffenden Ausflussthermometers reducirt, sind in der folgenden Tabelle unter t_b angegeben.

Fehlern darstellen lassen[1]). Der grösste vorkommende Fehler entspricht einem Temperaturfehler von 0°,026.

Dilatometer	Siedetemperatur t_a	t_b	$-\alpha_{g,w}$	$-\alpha_{g,q}$	$\alpha_{w,q}$	$B-R$
16 No. 1	99,5433	99,5519	0,038 823 4	0,015 455 4	0,024 311 9	+ 47
	100,1271	100,1247	39 240 2	15 544 3	24 663 7	+ 120
	99,9479	99,9489	39 091 9	15 517 0	24 534 0	− 120
16 No. 2	99,9812	99,9816	39 116 6	15 499 3	24 578 7	+ 131
	100,1881	100,1845	39 239 9	15 530 7	24 677 5	− 102
T No. 3	100,3472	100,3408	39 439 4	15 629 8	24 787 2	+ 57
	100,2646	100,2597	39 381 9	15 617 2	24 739 0	+ 62
59	100,1907	100,1876	39 913 4	16 212 7	24 686 0	− 32
	99,9563	99,9570	39 750 0	16 175 4	24 550 5	− 4
	100,0330	100,0325	39 790 1	16 187 6	24 580 6	− 156

Verbindet man den Werth von $\alpha_{w,q}$ für $t = 100$ mit dem für die Ausdehnung des Quecksilbers zwischen 0° und 100° angenommenen Werthe 0,018 245, so erhält man als Ausdehnung des Wassers von 0° bis 100°

$$\bar{\alpha}_w = \mathbf{0{,}043\,270}.$$

IV. Bestimmung des Unterschiedes zwischen der normalen und der Haupt-Ausdehnung dreier Glassorten.

Methode. — Die Thatsache, dass die thermische Ausdehnung von Gläsern nicht allein von der Anfangs- und Endtemperatur, sondern auch von dem Wege abhängt, auf welchem das Glas zu den betreffenden Temperaturen gelangt ist, wurde zuerst aus den Aenderungen der Eispunkte der Thermometer erschlossen. Auch jetzt noch bietet die Beobachtung der Eispunkte das beste Mittel, um die Gesetze der thermischen Nachwirkung näher zu erforschen.

Die Eispunkte, welche der hier mitzutheilenden Untersuchung zu Grunde liegen, gehören zwei verschiedenen Beobachtungsreihen an und wurden im engen Anschluss an die in der vorangehenden Abhandlung mitgetheilten

[1]) Von Scheel, Inaug.-Diss. f. Berlin S. 33, Rostock 1890; Wied. Ann. 47, S. 454, wurde $\alpha_{w,g} = 0{,}040\,806$, also $-\alpha_{g,w} = 0{,}039\,206$ für $t = 100°$ gefunden. Dies giebt mit den Werthen von $\alpha_{g,q}$ für Dilat. 16 No. 1 und 16 No. 2 berechnet

$$\alpha_{w,q} = 0{,}024\,647 \text{ oder } 0{,}024\,671.$$

Die Abweichung von dem oben gefundenen Werth entspricht einem Temperaturfehler von 0°,12 oder 0°,16. Die besten der älteren Bestimmungen von Despretz und von Matthiessen weichen um etwa ebensoviel nach der anderen Seite hin ab.

Vergleichungen in horizontaler Lage bestimmt. Bei der ersten Reihe wurden acht Thermometer, aus dem Jenaer Glase 16^{III} und dem französischen *verre dur* verfertigt, welche seit langer Zeit keinen höheren Temperaturen ausgesetzt waren,[1]) zunächst am 15. März 1892 in ihren gegen das Eindringen von Feuchtigkeit geschützten Futteralen in einen mit Eis gefüllten Zinkkasten gebracht und in diesem unter Erneuerung des abschmelzenden Eises bis zum 8. April gelassen. Vom 5. bis 8. April wurden Eispunkte dieser Thermometer bestimmt und dabei Sorge getragen, dass sich die Thermometer bei ihrer Uebertragung in den Eispunktsapparat und wieder zurück in den Zinkkasten nicht merklich erwärmten. Darauf wurden die Thermometer in einem verhältnissmässig kühlen Zimmer aufbewahrt und am 7. September wieder in Eis gebracht, in dem sie bis zum 23. September verblieben. Das Thermometer No. 4437 zeigte dabei abgetrennte Fäden, die nur durch eine Erwärmung bis auf etwa 42° zur Vereinigung gebracht werden konnten; dasselbe wurde dann langsam auf Zimmertemperatur abgekühlt und erst am 8. September ins Eis gebracht. Vom 20. bis 23. September wurden Eispunkte der Instrumente unter der oben angegebenen Vorsichtsmaassregel beobachtet. Dann folgten vom 25. September bis 12. October die bereits mitgetheilten Vergleichungen dieser Thermometer in horizontaler Lage bei den Temperaturen 25°, 50°, 75°, und unmittelbar nach jeder Vergleichung die Bestimmung der durch die Vergleichstemperatur deprimirten Eispunkte. Vom 13. bis 15. October wurden dann noch die durch 100° deprimirten Eispunkte genommen. Bei allen diesen Eispunktsbestimmungen wurde jeder Eispunkt, welcher einer der fünf Temperaturen 0°, 25°, 50°, 75°, 100° entsprach, für jedes Thermometer von jedem der drei Beobachter (Thiesen, Scheel, Sell) bestimmt. Es war dies wichtig, weil eine kleine persönliche Gleichung zwischen den Beobachtern namentlich am Anfang der Bestimmungen vorhanden war. Die Eispunkte nach längerem Aufenthalt der Thermometer bei 0° wurden ebenfalls von den drei Beobachtern, aber von Scheel doppelt bestimmt; aus dem angegebenen Grunde ist das Mittel seiner beiden Bestimmungen mit den einfachen Bestimmungen der anderen Beobachter gemittelt worden.

Nach dieser Beobachtungsreihe verblieben die Thermometer, soweit sie in die folgende Untersuchungsreihe eintreten, auf Zimmertemperatur; durch anfangs häufiger, später seltener ausgeführte Bestimmungen wurde der Wiederanstieg des durch 100° deprimirten Eispunktes verfolgt. Am 31. März 1894, also fast $1^1/_2$ Jahre nach der Erwärmung auf 100° wurde zu einer zweiten, der vorigen ganz entsprechenden Untersuchungsreihe geschritten, indem man

[1]) Die am 12. November 1891 abschliessenden Vergleichungen in verticaler Lage gehen bis zu 45°.

sechs dieser Instrumente und ausserdem noch fünf inzwischen angefertigte Thermometer aus dem Jenaer Glase 59^{III} mit den Futteralen in Eis packte[1]) und hier bis zum 22. Mai beliess. Vom 16. April an wurden Eispunkte unter der schon früher angegebenen Vorsichtsmaassregel bestimmt, möglichst jede Erwärmung beim Transport in den Eisapparat zu vermeiden. Vom 23. Mai bis 19. Juni folgten dann die Vergleichungen bei 25°, 50° und 75° mit darauf folgenden Bestimmungen der durch die Vergleichstemperaturen deprimirten Eispunkte. Jedes Thermometer blieb vor einer Eispunktsbestimmung während zweier Vergleichungen auf der Vergleichstemperatur, da man ausser den drei verglichenen Thermometern stets noch zwei andere in den Vergleichsapparat brachte, welche in die folgende Reihe eintraten. Vom 19. bis 22. Juni wurde dann die Reihe mit den Bestimmungen der durch 100° deprimirten Eispunkte abgeschlossen. Die Beobachtungen dieser Reihe sind alle durch Scheel und Sell ausgeführt; bei der Berechnung berücksichtigte man, dass Sell vom 16. April ab zu den mikrometrischen Einstellungen ein weiteres Fadenpaar als früher benutzte, und dass er in Folge dessen die Eispunkte um 0°,0014 niedriger bestimmte.

Berechnung. — Es möge jetzt ein beliebig herausgegriffenes Beispiel einer Eispunktsbestimmung und der Reductionsrechnung folgen, das wohl keiner weiteren Erläuterung bedarf.

1894 **Thermometer No. 209.** Beobachter: Sell.

VI. 20. $10^h 40,7$ aus Dampf von 100°,11; (obere Erweiterung wird mit Quecksilber ausgespült).
10 41,3 ins Eis.
10 43,5 Anfang der mikrometrischen Messungen; Schätzung 66°,06.

Strich	Mikrometer-Ablesungen			
66°,0	0,512	0,752	0,732	0,612
Kuppe	1,898	2,159	2,170	2,063
66,1	2,657	2,978	2,970	2,800
66,1	2,640	2,978	2,981	2,806
Kuppe	1,900	2,174	2,166	2,062
66,0	0,503	0,722	0,739	0,609

Daraus folgt die berechnete Ablesung

66°,0650 66°,0638 66°,0640 66°,0662

Theilung vorn Theilung hinten Theilung vorn.

[1]) Man benutzte hierzu das Gefäss des II, S. 18 abgebildeten Vergleichsapparats und erreichte damit verschiedene Vortheile gegenüber dem bei der ersten Reihe befolgten Verfahren.

Mittlere Ablesung	. . . .	66°,0647
Calibercorrection	. . . .	— 138
Innerer Druck	. . . .	+ 316
Aeusserer Druck	Wasser	— 21
	Barometer (762,2 mm) . . .	— 3
Reducirter Eispunkt für 100°,11	. . . .	66,0801.

Die nach dem vorstehenden Schema reducirten Eispunkte sind für die hier in Frage kommenden Thermometer in dem am Schlusse des Aufsatzes folgenden „Anhange" mitgetheilt, soweit sie vom 5. April 1892 bis 24. Juni 1894 beobachtet wurden. Eine weitere Verwerthung sollen hier zunächst nur diejenigen Eispunkte finden, welche die Abhängigkeit des Eispunktes von der Temperatur zu bestimmen gestatten, auf welcher das Thermometer unmittelbar vor der Eispunktsbestimmung lange Zeit hindurch verweilte.

Um die Uebersicht und weitere Berechnung zu erleichtern, wurde an den beobachteten Eispunkten noch eine weitere Verbesserung angebracht, die davon herrührt, dass die Temperatur, der das Thermometer vor der Eispunktsbestimmung ausgesetzt war, nicht immer der vollen Temperatur 25° 50° 100° entsprach. Die Reduction wurde unter der Voraussetzung ausgeführt, dass die Depression des Eispunktes für eine um 1° höhere Temperatur um

0°,001 07 bei T
0,000 88 bei 16^{III}
0,000 40 bei 59^{III}

zunimmt. Indessen ist in den beiden Vergleichsreihen nicht ganz gleichmässig verfahren worden. Bei der ersten Reihe nahm man als Temperatur vor der Eispunktsbestimmung die Temperatur des Wassers im Vergleichsapparate an, unmittelbar bevor das Thermometer aus demselben herausgenommen wurde. Bei der zweiten Reihe trug man dagegen einigermaassen dem Umstande Rechnung, dass das Thermometer dieser Temperatur nur sehr kurze Zeit, dagegen verhältnissmässig lange der Vergleichstemperatur ausgesetzt gewesen war, und mittelte beide Temperaturen, doch so, dass man der Vergleichstemperatur nur das halbe Gewicht zutheilte.

Resultate der ersten Reihe. — Folgende kleine Tafel ergiebt die Mittel der auf diese Weise in der ersten Reihe erhaltenen Eispunkte. Die erste mit 0° überschriebene Colonne bezieht sich dabei auf die provisorische Bestimmung im April 1892, nach welcher bis zum September 1892 noch eine merkliche Hebung aller Eispunkte eintrat.

Zieht man die sämmtlichen Zahlen dieser Tafel von den entsprechenden Zahlen der zweiten mit 0° überschriebenen Colonne ab und wandelt man die so erhaltenen, in Scalengraden ausgedrückten Depressionen

durch Anbringung der Gradwerthcorrection in Temperaturgrade um, so gewinnt man die in einer zweiten Tafel gegebenen Werthe, welchen auch die Mittel der Depressionen für die Thermometer aus den beiden Glassorten beigefügt sind.

Mittel der reducirten Eispunkte.

Thermometer No.	0°	0°	25°	50°	75°	100°
4433	0,2722	2785	2579	2340	2003	1746
4437	0,0880	1044	0861	0607	0265	0018
4636[1]	0,0773	0803	0603	0308	— 0031	— 0333
4284	68,4761	4790	4604	4315	3956	3670
IV	101,6270	6272	6155	5962	5670	5436
VII	0,3005	3024	2888	2676	2358	2089
8	0,3946	3966	3842	3641	3326	3038
9	0,1801	1823	1656	1462	1195	0970

Eispunktsdepressionen ($-e_t$).

Einheit 0,0001.

Thermometer No.	0°	0°	25°	50°	75°	100°
4433	63	0	206	445	781	1038
4437	164	0	183	437	780	1027
4636	30	0	200	495	834	1138
4284	29	0	184	470	825	1108
Mittel	57	0	193	462	805	1078
IV	2	0	117	309	600	833
VII	19	0	136	342	667	936
8	20	0	124	325	640	928
9	22	0	167	361	628	852
Mittel	16	0	136	334	634	887

Sieht man von den ersten Eispunkten für $t = 0°$ ab und stellt die anderen Eispunkte durch eine Formel

$$a - e_t = \alpha + \beta \frac{t}{25} + \gamma \left(\frac{t}{25}\right)^2$$

dar, indem man durch die zugefügte Constante α dem Fehler in der Bestimmung des Eispunktes bei 0° Rechnung trägt, so findet man im Mittel in der gewählten Einheit von 0°,0001:

	α	β	γ
für das *verre dur*	— 12,6	+ 210,0	+ 16,7
für das Jenaer Glas 16III	— 8,2	+ 131,2	+ 24,0.

[1]) Mit den neuen Caliberfehlern berechnet.

Die Formeln lassen die folgenden übrigbleibenden Fehler, welche die Bestimmungen bei 75° als besonders unsicher erscheinen lassen,

	bei 0°	bei 25°	bei 50°	bei 75°	bei 100°
für das *verre dur* . . .	+ 13	— 21	— 12	+ 37	— 17
für das Jenaer Glas 16^{III}	+ 8	— 11	— 16	+ 33	— 14.

Hätte man statt der Mittel für je vier Thermometer nur die Mittel der auch in der folgenden Beobachtungsreihe auftretenden Thermometer (unter Ausschluss von No. **4284** und No. **IV**) gebildet, so hätte man die folgenden nur wenig abweichenden Werthe und Fehler erhalten:

	α	β	γ
für das *verre dur*	— 11,4	+ 209,8	+ 16,0
für das Jenaer Glas 16^{III}	— 7,4	+ 134,9	+ 24,1.

	Fehler bei 0°	bei 25°	bei 50°	bei 75°	bei 100°
für das *verre dur* . . .	+ 11	— 18	— 13	+ 36	— 16
für das Jenaer Glas 16^{III}	+ 7	— 10	— 16	+ 31	— 13.

Resultate der zweiten Reihe. — Wir geben jetzt in ganz ähnlicher Form die Resultate für die zweite Reihe, beachten dabei aber nicht weiter die nur bei 0° und 25° bestimmten Eispunkte der beiden Thermometer No. **204** und No. **207** aus dem Jenaer Glase 59^{III}.

Mittel der reducirten Eispunkte.

Thermometer No.	0°	25°	50°	75°	100°
4433	0,2820	2594	2316	2013	1736
4437	0,1084	0862	0597	0298	0032
4436	0,0860	0637	0319	0027	*9763
VII	0,3057	2880	2641	2376	2085
8	0,3964	3801	3587	3300	3034
9	0,1845	1669	1479	1196	0957
203	0,0253	0130	0026	*9952	*9859
206	34,2560	2435	2327	2301	2208
209	66,1148	1031	0913	0912	0808

Eispunktsdepressionen ($-e_t$).

Einheit = $0{,}000\,1^\circ$.

Thermometer No.	0°	25°	50°	75°	100°
4433	0	230	520	809	1079
4437	0	227	499	780	1065
4436	0	241	552	829	1109
Mittel	0	233	524	806	1084

Eispunktsdepressionen ($-e_t$).

Einheit = $0^\circ\!,0001$.

Thermometer No.	0°	25°	50°	75°	100°
VII	0	194	436	685	996
3	0	165	379	667	958
9	0	153	377	646	899
Mittel	0	171	397	666	951
203	0	120	237	291	401
206	0	136	228	262	355
209	0	121	239	239	342
Mittel	0	126	235	264	366

Die Darstellung der Mittel durch die früher angegebene Formel führt auf die folgenden Werthe der Constanten und der übrigbleibenden Fehler:

	α	β	γ
für das *verre dur*	−7,2	+250,9	+ 5,8
für das Jenaer Glas 16^{III}	−3,6	+162,1	+19,4
für das Jenaer Glas 59^{III}	+6,0	+123,4	− 9,1.

	Fehler bei 0°	bei 25°	bei 50°	bei 75°	bei 100°
für das *verre dur* . . .	+ 7	−16	+ 6	+ 8	− 5
für das Jenaer Glas 16^{III}	+ 4	− 7	− 1	+ 9	− 4
für das Jenaer Glas 59^{III}	− 6	+ 6	+19	−30	+12.

Discussion. — Die gewonnenen Resultate weichen von denen der früheren Beobachter[1]) insofern ab, als sich sowohl für das *verre dur* als für das Jenaer 16^{III} merklich grössere Depressionen ergeben haben. Benutzt man nur die Resultate der zweiten Reihe, so ergiebt sich die berechnete Depression aus den etwas abweichend geschriebenen Formeln, in denen der Temperaturgrad als Einheit gewählt ist:

$$\text{für } \textit{verre dur} \quad \ldots \quad -e_t = 0{,}10036\,\frac{t}{100} + 0{,}00928\left(\frac{t}{100}\right)^2$$

$$\text{für Jenaer Glas } 16^{III} \ . \quad -e_t = 0{,}06484\,\frac{t}{100} + 0{,}03104\left(\frac{t}{100}\right)^2$$

$$\text{für Jenaer Glas } 59^{III} \ . \quad -e_t = 0{,}04936\,\frac{t}{100} - 0{,}01456\left(\frac{t}{100}\right)^2$$

[1]) Guillaume, Trav. et Mém. 5, S. 55, 1886, für *verre dur*; Böttcher, Zeitschr. f. Instrk. 8, S. 410, 1888, für das Jenaer Glas 16^{III}.

Berechnete Depressionen.

		0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	100°
für *verre dur*	nach der Formel	0	101	204	309	416	525	636	748	862	978	1096
	nach Guillaume	0	90	182	276	373	471	572	675	781	887	997
für 16^{III}	nach der Formel	0	68	142	222	309	402	501	606	717	835	959
	nach Bötcher	0	70	139	206	271	335	397	458	517	574	630
für 59^{III}		0	48	93	135	174	210	244	274	302	326	348

Die Abweichungen der Resultate des Herrn Böttcher lassen sich wohl grossentheils dadurch erklären, dass die damals untersuchten Instrumente noch nicht alt genug waren, und dass sie die Form von Einschlussthermometern besassen. Bei letzteren ist ein Theil des Gefässes durch die Umhüllungsröhre gegen schnelle Temperaturänderungen soweit geschützt, dass die Beobachtungen von Depressionen erheblich an Genauigkeit verlieren. Die Beobachtungen des Herrn Guillaume leiden daran, dass sie nicht aus einer einheitlichen Beobachtungsreihe gewonnen sind, sondern aus mehreren Beobachtungsreihen unter nicht ganz einwandsfreien Hypothesen zusammengesetzt wurden.

Bei den vorliegenden Beobachtungen ist zunächst die verhältnissmässig gute Uebereinstimmung der beiden Reihen bemerkenswerth.[1]) Dieselbe wird auch dadurch gekennzeichnet, dass die sechs beiden Reihen gemeinsamen Instrumente dieselbe kleine individuelle Abweichung vom Mittel der aus demselben Glase gefertigten übrigen Instrumente zeigen, dass beispielsweise die Depression des Thermometers No. 9 besonders klein, die von No. **4636** besonders gross ausfällt.

In beiden Reihen ist aber ferner für die beiden Glassorten *verre dur* und 16^{III} auch das Zeichen der übrigbleibenden Fehler bei derselben Temperatur stets dasselbe; nur sind die Fehler der zweiten Reihe absolut genommen kleiner. Es lässt dies auf eine systematische Fehlerquelle schliessen, die wohl darin zu suchen ist, dass der Eispunkt bei 0° immer noch etwas deprimirt war, trotzdem bei der zweiten Reihe die Thermometer über 50 Tage im Eise geblieben waren. Dies ist an sich nicht unwahrscheinlich; wenn man das langsame Ansteigen des durch 100° deprimirten Eispunktes bei Zimmertemperatur und die starke Abhängigkeit des Ansteigens von der Temperatur berücksichtigt, wird man vielmehr schliessen müssen, dass ein mehrjähriger Aufenthalt der Thermometer im Eise nothwendig wäre, um die

[1]) Nach diesen hier gewonnenen Resultaten wird es leichter sein, das Glas, aus dem ein Quecksilberthermometer angefertigt ist, durch Beobachtung von Eispunktsdepressionen als durch Thermometervergleichungen zu identificiren.

durch Zimmertemperatur verursachte Eispunktsdepression bis auf Grössen von der Ordnung der Beobachtungsfehler aufzuheben. Wir berechnen daher die Depression noch, indem wir die Beobachtung des Eispunktes bei 0° fortlassen, und finden

$$\text{für } \textit{verre dur} \;.\;.\;.\;.\; -e_t = 0{,}1199\,\frac{t}{100} - 0{,}0052\left(\frac{t}{100}\right)^2$$

$$\text{für Jenaer Glas } 16^{\text{III}} \;.\; -e_t = 0{,}0748\,\frac{t}{100} + 0{,}0236\left(\frac{t}{100}\right)^2$$

mit den übrigbleibenden Fehlern (Einheit 0°,0001)

	bei 0°	bei 25°	bei 50°	bei 75°	bei 100°
für *verre dur* . .	+ 63	0	+ 1	− 1	0
für Jenaer 16^{III} .	+ 32	+ 1	− 4	+ 4	− 1.

Die Beobachtungen an den Thermometern 59^{III} müssen überhaupt als provisorische betrachtet werden, da diese Instrumente noch nicht genügend alt für derartige Untersuchungen waren. Für die beiden anderen Gläser sehe ich die zuletzt gegebenen Formeln als die theoretisch richtigeren an; dieselben sind auch dann zu benutzen, wenn es sich um höhere, etwa zwischen 20° und 100° gelegene Temperaturen handelt. Dagegen können die vorher gegebenen Formeln unter Umständen vorzuziehen sein, falls nämlich die der Temperatur 0° naheliegenden Temperaturen eine den höheren Temperaturen gleichberechtigte Rolle spielen, ohne dass das Glas diesen Temperaturen genügend lange ausgesetzt war. Immer wird aber die individuelle Verschiedenheit der aus demselben Glase angefertigten Thermometer[1]) einer zu allgemeinen Anwendung der Formeln im Wege stehen.

Unterschied zwischen den Ausdehnungen. — Um aus den vorstehenden Depressionen den Unterschied zwischen der normalen und Hauptausdehnung der betreffenden Gläser zu erhalten, sind die in Graden ausgedrückten Depressionen mit der mittleren scheinbaren Ausdehnung des Quecksilbers in dem betreffenden Glase für einen Grad zu multipliciren. Setzt man für die letztere Grösse, entsprechend den S. 161 mitgetheilten Daten, die Werthe

0,000 158 2
0,000 157 6
0,000 164 5,

so erhält man:

[1]) Bisher scheinen die von Tonnelot aus dem französischen *verre dur* angefertigten Thermometer etwas gleichmässigere Eigenschaften als die aus dem Jenaer 16^{III} gefertigten Instrumente zu zeigen. Es ist aber fraglich, ob dies Verhalten noch bestehen bleibt, wenn der Vorrath der seiner Zeit durch Tonnelot gleichzeitig bezogenen Röhren erschöpft ist. Andere Gegenstände aus *verre dur* sind wohl nicht in der Zusammensetzung des Thermometerglases zu beziehen.

Unterschiede der normalen, weniger der Hauptausdehnung von Gläsern.

Unter Berücksichtigung der Beobachtungen bei 0°	*verre dur* .	$10^{-6}\left\{15{,}9\frac{t}{100}+1{,}5\left(\frac{t}{100}\right)^2\right\}$
	Jenaer 16^{III}	$10^{-6}\left\{10{,}2\frac{t}{100}+4{,}9\left(\frac{t}{100}\right)^2\right\}$
	Jenaer 59^{III}	$10^{-6}\left\{8{,}1\frac{t}{100}-2{,}4\left(\frac{t}{100}\right)^2\right\}$
Ohne Berücksichtigung der Beobachtungen bei 0°	*verre dur* .	$10^{-6}\left\{19{,}0\frac{t}{100}-0{,}8\left(\frac{t}{100}\right)^2\right\}$
	Jenaer 16^{III}	$10^{-6}\left\{11{,}8\frac{t}{100}+3{,}7\left(\frac{t}{100}\right)^2\right\}$.

Die Temperaturen t beziehen sich dabei auf die Temperaturscale des Quecksilberthermometers aus dem betreffenden Glase, können aber ohne merklichen Fehler auch die in einer andern Temperaturscale ausgedrückten Temperaturen bezeichnen. Man erhält daher bei Benutzung der zuerst angeführten Werthe durch Verbindung mit den S. 129 angeführten Formeln:

Hauptausdehnung von Gläsern in der Scale des Wasserstoffthermometers.

verre dur . . . . $10^{-6}\left\{2209{,}3\frac{t}{100}+106{,}8\left(\frac{t}{100}\right)^2\right\}$

Jenaer Glas 16^{III} . $10^{-6}\left\{2306{,}5\frac{t}{100}+102{,}2\left(\frac{t}{100}\right)^2\right\}$

Jenaer Glas 59^{III} . $10^{-6}\left\{1695{,}8\frac{t}{100}+77{,}0\left(\frac{t}{100}\right)^2\right\}$.

Anhang, enthaltend die Eispunktsbestimmungen der Thermometer No. No. IV, VII, 3, 9 aus dem Jenaer Glase 16^{III}, 4284, 4433, 4437, 4636 aus dem *verre dur*, 203, 206, 209 aus dem Jenaer Glase 59^{III}.

Datum und Zeit	Temperatur	Reducirter Eispunkt	Beobachter	Datum und Zeit	Temperatur	Reducirter Eispunkt	Beobachter
			No. IV.				
1892				1892			
IV. 6. 10h 57	0°,0	101,6269 [1]	Th. [2]	IX. 30. 13h 8	24°,39	101,6168	S.
11 25	„	6243	Sch. [2]	X. 4. 14 56	50,50	5950	Sch.
8. 11 26	„	6281	„ [2]	5. 12 57	49,74	5976	Th.
31	„	6280	S. [2]	6. 11 40	50,36	5954	S.
IX. 20. 11 37	„	6278	Sch. [3]	7. 14 11	74,78	5680	Sch.
43	„	6270	Th. [3]	8. 11 38	74,50	5715	Th.
22. 11 35	„	6279	Sch. [3]	14 18	74,66	5624	S.
40	„	6269	S. [3]	10 11 41	99,85	5462	Th.
28. 11 52	24,39	6174	Th.	12 17	99,50	5425	Sch.
29. 11 23	24,00	6146	Sch.	40	99,60	5431	S.

Die folgenden Beobachtungen nach den Vergleichungen bei 75° sind nach Abtrennung eines Fadens von 51°,6 angestellt und daher nicht mitgetheilt.

[1] Schwache Chlorreaction!
[2] Thermometer seit III. 15. im Eise.
[3] Seit IX. 7. im Eise.

No. VII.

Datum und Zeit	Temperatur	Reducirter Eispunkt	Beobachter
1892			
IV. 5. 13h 39	0°,0	0,3028	Th.[1]
46	"	2985	Sch.[1]
7. 9 17	"	3004	" [1]
22	"	2993	S.[1]
IX. 20. 12 51	"	3027	Th.[2]
59	"	3019	Sch.[2]
22. 10 25	"	3050	" [2]
29	"	3012	S.[2]
27. 13 11	24,73	2907	Th.
29. 13 53	24,51	2884	Sch.
30. 13 19	24,28	2887	S.
X. 3. 15 2	50,84	2666	Sch.
5. 14 55	49,15	2681	Th.
6. 11 31	50,39	2677	S.
7. 14 53	75,06	2361	Sch.
8. 14 38	74,76	2365	Th.
12. 10 52	74,72	2352	S.
13. 13 42	100,11	2092	Th.
13 57	100,15	2113[3]	Sch.
14 28	100,05	2069	"
14 46	100,13	2083	S.
14. 10 28	16,1	2405	Sch.
11 47	16,5	2401	S.
15. 12 2	16,1	2452	"
13 18	16,1	2473	Sch.
17. 13 10	15,5	2508	"
14 5	15,5	2500	S.
18. 13 15	14,5	2530	"
15 0	14,4	2534	Sch.
20. 13 27	15,3	2546	"
14 54	15,3	2543	S.
XI. 19. 14 13	16,0	2671	Sch.
15 4	15,8	2668	S.
XII. 14. 14 43	16,3	2730	Sch.
15 10	16,5	2709	S.

Datum und Zeit	Temperatur	Reducirter Eispunkt	Beobachter
1892			
XII. 29. 14h 8	14°,2	0,2757	S.
44	14,9	2760	Sch.
1893			
II. 10. 14 26	21,1	2736	"
46	21,0	2769	S.
V. 2. 14 22	17,9	2817	"
43	17,6	2826	Sch.
VIII. 22. 13 9	22,8	2858	"
59	23,0	2872	S.
1894			
III. 28. 12 37	18,5	2914	Sch.
30. 10 41	18,3	2933	S.
IV. 16. 10 44	0,0	3054	" [4]
50	"	3043	Sch.[4]
V. 1. 11 31	"	3055	" [4]
37	"	3042	S.[4]
22. 12 3	"	3067	" [4]
9	"	3062	Sch.[4]
23. 12 56	24,4	2901	"
26. 14 30	24,8	2884	S.
29. 10 44	25,0	2882	"
31. 14 59	24,7	2862	Sch.
VI. 4. 12 31	49,7	2672	"
5. 14 41	49,7	2640	S.
7. 11 32	49,9	2615	"
9. 14 26	50,0	2643	Sch.
12. 12 52	73,8	2389	"
13. 15 17	73,9	2377	S.
15. 14 45	74,4	2358	"
19. 11 31	72,6	2430	Sch.
20. 13 9	100,10	2146	"
14 16	100,10	2053	S.
21. 9 39	99,86	2073	"
11 10	99,85	2068	Sch.

[1]) Seit III. 15. im Eise.

[2]) Seit IX. 7. im Eise.

[3]) Thermometer fällt im Eise sehr langsam. Nicht benutzt.

[4]) Seit III. 31. im Eise.

No. 3.

Datum und Zeit	Temperatur	Reducirter Eispunkt	Beobachter
1892			
IV. 5. 14h 15	0°,0	0,3973	Th.[1]
29	"	3927	Sch.[1]
7. 8 30	"	3946	" [1]
37	"	3928	S.[1]
IX. 20 12 12	"	3991	Th.[2]
21	"	3981	Sch.[2]
22 11 1	"	3950	" [2]
6	"	3941	S.[2]
28 12 4	24,60	3840	Th.
29 13 43	24,56	3840	Sch.
30. 14 44	25,07	3853	S
X. 4. 14 46	50,50	3634	Sch.
5. 15 5	49,20	3652	Th.
6. 14 3	50,12	3638	S.
8. 12 5	74,44	3420	Th.
14 49	74,76	3353	"
11. 10 55	75,10	3316	Sch.
12. 13 6	74,97	3309	S.
15. 11 14	99,85	3051	Sch.
35	99,84	3047	Th.
12 11	99,86	3019	S.
14 16	16,1	3218	Sch.
15 24	16,2	3218	"
17. 13 51	15,5	3391	"
18. 13 31	14,4	3385	"
20. 13 42	15,2	3445	"
XI. 19. 14 32	16,1	3590	"
XII. 14. 14 52	16,6	3649	"
29. 14 28	14,6	3665	"

Datum und Zeit	Temperatur	Reducirter Eispunkt	Beobachter
1893			
II. 10. 14h 35	21°,2	0,3651	Sch.
V. 2. 14 33	18,0	3744	"
VIII. 22. 13 22	23,1	3729	"
1894			
III. 28. 12 45	18,8	3818	"
29. 14 36	18,6	3837	"
30. 10 53	18,3	3833	"
11 35	18,7	3846	S.
IV. 16. 10 23	0,0	3957	Sch.[3]
29	"	3961	S.[3]
V. 1. 10 50	"	3967	" [3]
11 0	"	3961	Sch.[3]
22. 11 43	"	3964	" [3]
50	"	3965	S.[3]
26. 12 5	24,7[4]	3811	Sch.
14 53	24,6	3803	S.
30. 14 15	24,8	3792	"
31. 11 7	24,8	3809	Sch.
VI. 5. 12 30	49,4	3604	"
15 0	49,6	3582	S.
8. 14 13	50,0	3576	"
9. 11 41	50,0	3595	Sch.
13. 12 7	75,2	3314	"
15 27	74,0	3302	S.
18. 11 33	74,7	3298	"
14 36	74,6	3303	Sch.
20. 12 50	100,10	3078	"
14 0	100,10	3043	S.
21. 9 55	99,86	3030	"
11 25	99,85	2985	Sch.

[1] Seit III. 15. im Eise.
[2] Seit IX. 7. im Eise.
[3] Seit III. 31. im Eise.
[4] Vergl. S. 166.

Datum und Zeit	Temperatur	Reducirter Eispunkt	Beobachter	Datum und Zeit	Temperatur	Reducirter Eispunkt	Beobachter
			No. 9.				
1892				1894			
IV. 5 11h 17	0°,0	0,1799	Th. 1)	IV. 16. 11h 1	0°,0	0,1827	Sch. 3)
28	„	1780	Sch. 1)	6	„	1844	S. 3)
7. 11 51	„	1793	„ 1)				
12 3	„	1817	S. 1)	V. 1. 11 12	„	1860	„ 3)
IX. 21. 12 18	„	1839	Th. 2)	20	„	1856	Sch. 3)
30	„	1828	Sch. 2)	22. 12 22	„	1831	„ 3)
23. 11 42	„	1810	„ 2)	27	„	1833	S. 3)
49	„	1810	S. 2)	26. 14 41	24,7 4)	1666	Sch.
27. 13 32	24,80	1686	Th.	11 8	24,8	1658	S.
29. 11 35	23,83	1639	Sch.	29. 13 47	24,9	1688	„
30. 14 56	24,45	1663	S.	30. 10 54	25,0	1672	Sch.
X. 3. 15 11	50,74	1454	Sch.	VI. 5. 14 51	49,6	1508	„
5. 13 8	49,60	1481	Th.	6. 11 39	49,6	1507	S.
6. 13 53	50,10	1448	S.	7. 14 12	49,9	1448	„
7. 15 2	74,94	1189	Sch.	8. 11 7	49,8	1465	Sch.
11. 13 31	75,10	1205	Th.	13. 15 36	73,8	1243	„
12. 12 56	75,12	1189	S.	14. 12 30	72,7	1198	S.
14. 10 37	100,21	0998	„	16. 11 35	74,8	1180	„
52	100,10	0959	Sch.	14 33	75,1	1194	Sch.
12 36	100,03	0949	Th.	20. 12 59	100,10	0994	„
1894				14 10	100,10	0969	S.
III. 28. 12h 53	18,7	1693	Sch.	21. 9 48	99,86	0929	„
30. 11 10	18,6	1710	S.	11 18	99,85	0938	Sch.
			No. 4284				
1892				1892			
IV. 6. 14h 14	0°,0	68,4765	Th. 5)	X. 4. 14h 11	50°,10	68,4313	S.
22	„	4749	Sch. 5)	5. 12 19	49,67	4312	Th.
8. 10 7	„	4760	„ 5)	7. 14 20	75,29	3967	Sch.
12	„	4764	S. 5)	8. 11 52	74,46	3977	Th.
IX. 21. 13 1	„	4787	Sch. 6)	14 28	74,62	3921	S.
7	„	4786	Th. 6)	10. 13 42	99,79	3701 7)	„
23. 10 59	„	4805	Sch. 6)	14 11	99,85	3635	Sch.
11 6	„	4789	S. 6)	30	99,88	3702	Th.
28. 11 39	24,88	4620	Th.	55	99,94	3655	S.
29. 13 33	24,60	4584	Sch.	1894			
30. 12 52	24,42	4619	S.	III. 28. 12 19	19,2	4972	Sch.
X. 3. 14 43	50,69	4316	Sch.	29. 13 45	18,6	5001	S

1) Seit III. 15. im Eise.
2) Seit IX. 7. im Eise.
3) Seit III. 31. im Eise.
4) Vergl. S. 166.
5) Seit III. 15. im Eise.
6) Seit IX. 7. im Eise.
7) Nicht benutzt.

No. 4453.[1])

Datum und Zeit	Temperatur	Reducirter Eispunkt	Beobachter
1892			
IV. 5. 12h 5	0°,0	0,2729	Th.[2])
33	"	2697	Sch.[2])
7. 11 12	"	2709	" [2])
17	"	2716	S.[2])
IX. 20. 11 3	"	2787	Th.[3])
11	"	2765	Sch.[3])
22. 12 35	"	2775	" [3])
41	"	2780	S.[3])
27. 12 42	24,81	2571	Th.
29. 11 1	24,00	2591	Sch.
30. 12 39	24,64	2574	S.
X. 3. 14 23	50,26	2354	Sch.
5. 12 31	49,65	2350	Th.
6. 12 4	50,40	2299	S.
7. 14 31	75,09	2005	Sch.
11. 14 6	75,04	2005	Th.
12. 11 24	74,36	1992	S.
13. 12 0	100,35	1743	Th.
12 20	100,25	1746	Sch.
12 36	100,05	1735	S.
14. 10 45	16,2	2134	Sch.
11 38	16,2	2140	S.
15. 11 23	16,0	2193	"
13 25	16,2	2190	Sch.
17. 12 55	15,4	2239	"
14 42	15,4	2262	S.
18. 13 23	14,4	2270	"
14 53	14,6	2267	Sch.
20. 13 35	15,2	2279	"
14 46	15,3	2276	S.
XI. 19. 14 23	16,1	2416	Sch.
51	15,8	2412	S.
XII. 14. 14 33	16,1	2482	Sch.
15 0	16,3	2424	S.
29. 14 19	14,5	2486	"
36	14,1	2498	Sch.

Datum und Zeit	Temperatur	Reducirter Eispunkt	Beobachter
1893			
II. 10. 14h 16	21°,1	0,2484	Sch.
15 1	21,3	2481	S.
V. 2. 13 56	17,8	2553	"
14 53	17,9	2546	Sch.
VIII. 22. 12 55	22,7	2569	"
14 3	23,1	2563	S.
1894			
III. 28. 11 50	18,4	2643	Sch.
29. 14 12	18,7	2655	S.
IV. 16. 11 43	0,0	2804	Sch.[4])
48	"	2817	S. [4])
V. 1. 12 18	"	2820	" [4])
26	"	2808	Sch.[4])
22. 14 37	"	2823	" [4])
43	"	2830	S. [4])
24. 15 28	24,4[5])	2612	Sch.
26. 12 15	24,6	2582	S.
30. 11 2	24,9	2592	"
31. 14 48	24,8	2603	Sch.
VI. 4. 15 5	49,7	2324	"
5. 12 19	49,4	2336	S.
8. 11 17	49,7	2314	"
9. 14 35	49,7	2304	Sch.
12. 15 53	74,1	2021	"
13. 12 17	73,6	2021	S.
16. 14 23	74,2	2013	"
19. 11 41	73,8	2041	Sch.
21. 12 31	99,86	1754	"
13 40	99,86	1699	S.
22. 10 54	100,07	1752	"
12 6	100,07	1738	Sch.

[1]) Mit endgiltigen Calibercorrectionen.
[2]) Seit III. 15. im Eise.
[3]) Seit IX. 7. im Eise.
[4]) Seit III. 31. im Eise.
[5]) Vergl. S. 166.

Datum und Zeit	Temperatur	Reducirter Eispunkt	Beobachter	Datum und Zeit	Temperatur	Reducirter Eispunkt	Beobachter
			No. 4437.				
1892				1894			
IV. 5. 10h 22	0°,0	+0,0898	Th.[1])	III. 28. 11h 59	18°,5	+0,0911	Sch.
40	"	0861	Sch.[1])	29. 14 4	18,7	0927	S.
7. 12 38	"	0857	Sch.[1])	IV. 16. 12 2	0,0	1075	" [3])
44	"	0883	S.[1])	10	"	1067	Sch.[3])
IX. 20. 10 21	"	1029	Sch.[2])	V. 1. 13 58	"	1090	" [3])
28	"	1055	Th.[2])	14 4	"	1070	S.[3])
22. 13 20	"	1040	Sch.[2])	22. 14 56	"	1096	" [3])
24	"	1042	S.[2])	15 4	"	1081	Sch.[3])
27. 12 57	24,66	0859	Th.	23. 12 34	24,8[4])	0857	Sch.
29. 13 21	24,68	0853	Sch.	24. 15 9	24,7	0874	S.
30. 14 24	24,86	0878	S.	28. 10 58	24,9	0860	"
X. 3. 14 33	50,63	0606	Sch.	30. 14 7	24,9	0863	Sch.
5. 15 26	49,37	0622	Th.	VI. 4. 12 56	49,5	0634	"
6. 14 23	50,20	0590	S.	15 14	49,7	0583	S.
7. 14 41	74,97	0274	Sch.	6. 11 48	49,5	0595	"
8. 15 13	74,96	0281	Th.	8. 14 21	49,8	0591	Sch.
12. 13 28	74,64	0245	S	12. 12 32	74,1	0325	"
14. 14 15	100,00	+0,0049	Th.	15 31	73,8	0270	S.
40	100,14	−0,0018	Sch.	14. 12 8	73,9	0308	"
55	100,19	+0,0019	S.	18. 11 44	74,6	0327	Sch.
1893				21. 12 40	99,86	0061	"
V. 9. 12 39	17,4	0843	Th.	13 51	99,86	0021	S.
13 6	17,1	0844	Sch.	22. 10 43	100,07	0027	"
13 25	16,9	0832	S.	11 57	100,07	0020	Sch.
			No. 4636.				
1892				1892			
IV. 5. 13h 4	0°,0	+ 0,0785	Th.[5])	IX. 30. 14 35	24°,73	+0,0601	S.
14	"	763	Sch.[5])	X. 4. 13 58	50,60	325	Sch.
7. 10 15	"	761	" [5])	5. 12 45	49,67	314	Th.
20	"	773	S.[5])	6. 14 13	50,13	+ 0,0282	S.
IX. 21. 11 36	"	812	Sch.[6])	11. 11 23	75,09	− 0,0017	Sch.
43	"	807	Th.[6])	13 55	74,97	015	Th.
23. 12 29	"	801	Sch.[6])	12. 13 18	74,86	061	S.
35	"	797	S.[6])	15. 13 32	99,84	347	"
28. 11 26	24,88	608	Th.	53	99,82	313	Th
29. 11 12	23,88	614	Sch.	14 25	99,78	− 0,0333	Sch.

[1]) Seit III. 15. im Eise.
[2]) Seit IX. 8. im Eise
[3]) Seit III. 31. im Eise.
[4]) Vergl. S. 166.
[5]) Seit III. 15. im Eise.
[6]) Seit IX. 7. im Eise.

Datum und Zeit	Temperatur	Reducirter Eispunkt	Beobachter	Datum und Zeit	Temperatur	Reducirter Eispunkt	Beobachter
			No. 4636.				
1893				1894			
V. 9. 12h51	17,5°	+ 0,0601	Th.	VI. 12. 15h41	75,4°	+ 0,0012	Sch.
13 15	16,7	593	Sch.	15. 14 36	74,9	013	S.
36	16,8	595	S.	16. 11 16	73,9	042	„
1894				18. 14 26	74,5	+ 0,0057	Sch.
III. 28. 12 8	18,4	682	Sch.	21. 12 22	99,85	— 0,0212	„
29. 13 57	18,5	685	S.	13 30	99,86	254	S.
IV. 16. 12 23	0,0	859	Sch.[1]	22. 11 4	100,07	227	„
28	„	849	S. [2]	12 14	100,07	— 0,0253	Sch.
V. 1. 14 15	„	852	„ [1]	VIII. 16. 11 51	5,1	+ 0,0678	„
22	„	848	Sch. [1]	14 3	5,2	659	S.
22. 14 19	„	864	Sch. [1]	17. 11 45	10,1	656	Sch.
24	„	877	S. [1]	13 59	10,2	631	S.
24. 15 19	24,5 [3]	675	Sch.	20. 11 44	15,2	607	Sch.
29. 11 7	24,7	621	S.	14 10	15,0	602	S.
14 9	24,7	634	„	21. 12 0	20,0	580	Sch.
31. 10 57	24,8	629	Sch.	13 47	20,0	590	S.
VI. 4. 14 56	49,9	336	„	23. 10 52	25,2	550	Sch.
7. 11 42	49,4	312	S.	13 7	25,1	535	S.
14 16	49,5	313	„	24. 12 53	30,0	512	Sch.
9. 11 51	49,7	331	Sch.	14 29	30,0	485	S.
			No. 201.				
1894				1894			
III. 28. 13h25	18,6°	0,0139	Sch.	VI. 4. 12h43	49,3°	0,0051	Sch.
30. 11 26	18,4	140	S.	5. 12 9	49,3	22	S.
IV. 16. 11 19	0,0	229	„ [4]	6. 13 57	49,6	19	„
26	„	239	Sch.[4]	7. 14 31	49,3	0,0023	Sch.
V. 1. 11 50	„	258	„ [4]	13. 11 55	74,0	* 99,9952	S.
57	„	245	S. [4]	15. 11 46	74,1	9956	„
22. 12 39	„	247	„ [4]	16. 11 25	74,0	9981	Sch.
48	„	264	Sch.[4]	19. 12 17	99,85	9883	„
23. 12 45	24,5 [5]	128	„	13 25	99,86	9846	S.
26. 11 53	24,7	128	S.	20. 10 52	100,11	9842	„
28. 14 20	24,8	124	„	12 7	100,11	9864	Sch.
29. 13 59	24,9	148	Sch.				

Am VI. 25. werden durch Scheel Beobachtungen über den Anstieg des durch 100° deprimirten Eispunktes bei 0° von 11h18 bis 14h56 ausgeführt. Der Eispunkt steigt in dieser Zeit um 0°,012 an.

[1]) Seit III. 31. im Eise.

[2]) Sell benutzt von hier an ein anderes Fadenpaar. Die dadurch entstandene Aenderung der persönlichen Gleichung ist hier nicht berücksichtigt.

[3]) Vergl. S. 166.

[4]) Seit III. 31. im Eise.

[5]) Vergl. S. 166.

Datum und Zeit	Temperatur	Reducirter Eispunkt	Beobachter	Datum und Zeit	Temperatur	Reducirter Eispunkt	Beobachter
			No. 206.				
1894				1894			
III. 28. 14^h 5	18°,8	34,2470	Sch.	VI. 4. 13^h 8	49°,5	34,2339	Sch.
29. 11 14	18,5	2468	S.	15 25	49,9	2301	S.
IV. 16. 14 7	0,0	2560	Sch.[1]	5. 12 39	49,3	2324	„
12	„	2554	S.[1]	15 9	49,6	2352	Sch.
V. 1. 14 33	„	2558	„ [1]	13. 15 45	71,8	2298	S.
39	„	2557	Sch.[1]	14. 12 39	72,6	2285	„
22. 15 15	„	2575	„ [1]	14 51	74,4	2322	Sch.
20	„	2551	S.[1]	15. 12 15	73,4	2333	„
29. 11 19	24,5	2463	Sch.	19. 13 58	99,86	2211	S.
14 21	24,6	2429	S.	20. 10 29	100,11	2204	„
30. 11 27	24,5	2426	„	11 46	100,11	2204	Sch.
14 35	24,6	2435	Sch.	15 7	100,09	2210	„
			No. 209.				
1894				1894			
III. 28. 14^h52	19°,0	66,1063	Sch.	VI. 6. 14^h18	49°,3	66,0926	Sch.
29 11 29	18,5	1076	S.	7. 11 59	49,5	904	S.
IV. 16. 13 45	0 0	1145	„ [1]	14 40	49,4	915	„
52	„	1140	Sch.[1]	8. 11 36	49,6	917	Sch.
V. 1. 15 27	„	1146	„ [1]	16. 14 42	75,3	938	S.
32	„	1140	S.[1]	18. 11 57	74,3	914	„
22. 14 0	„	1151	„ [1]	14 54	74,7	885	Sch.
9	„	1156	Sch.[1]	19. 11 20	74,0	919	„ [2]
24. 15 40	24,2	1044	„	12 27	99,85	818	„
26 12 25	24,5	1023	S.	13 35	99,86	797	S.
15 3	24,5	1032	„	20. 10 44	100,11	801	„
28. 11 29	24,4	1039	Sch.	11 56	100,11	816	Sch.

Am VI. 23. wurden durch Scheel Beobachtungen über den Anstieg des durch 100° deprimirten Eispunktes bei 0° von 11^h22 bis 14^h50 ausgeführt. Der Eispunkt steigt in dieser Zeit um 0°,010 an.

[1] Seit III. 31. im Eis.

[2] Die obere Erweiterung muss vor der Bestimmung mehrfach mit Quecksilber ausgespült werden, da in derselben leicht etwas Quecksilber zurückbleibt.

V. Ueber den Gang der Ausdehnung des Quecksilbers zwischen 0° und 100° und des Wassers in der Nähe von 100°.

Auf Seite 162 und 163 wurden Werthe für die Ausdehnungen des Quecksilbers und des Wassers zwischen den Temperaturen 0° und 100° abgeleitet; dieselben sind wesentlich nur mit der Unsicherheit behaftet, welche durch die variabeln Eigenschaften der unter demselben Namen geführten Glassorten bedingt ist.

Auf Grund der vorstehend mitgetheilten Beobachtungsdaten kann man aber auch den Gang der Ausdehnung des Quecksilbers für Temperaturen, die zwischen 0° und 100° liegen, sowie die Ausdehnung des Wassers zwischen 0° und den der Temperatur 100° benachbarten Temperaturen in einer bestimmten Temperaturscale, derjenigen des Wasserstoffthermometers, ableiten.

Für die Ausdehnung des Quecksilbers beruht diese Ableitung darauf, dass nach der Theorie des Quecksilberthermometers die scheinbare Ausdehnung des Quecksilbers im Glase der Temperatur proportional ist, sobald man die Temperaturscale des aus dem betreffenden Glase verfertigten Quecksilberthermometers anwendet. Eine Complication entsteht bei Ausführung dieses Gedankens nur dadurch, dass sich die Ausdehnungsbestimmungen praktisch auf die normale Ausdehnung des Glases beziehen, während die Temperaturscale bei genauen Bestimmungen nur auf die Hauptausdehnung des Glases gegründet werden kann.

Man umgeht diese Schwierigkeit am einfachsten wohl dadurch, dass man die Beziehung der üblichen Temperaturscale zu derjenigen mit festem Eispunkte (nach langer Ruhe bei 0°) ableitet.

Bezeichnet t eine in der üblichen Temperaturscale ausgedrückte Temperatur, t' dieselbe Temperatur in der Scale mit festem Eispunkt, e_t den durch die Temperatur t deprimirten, e' den festen Eispunkt, a die Ablesung des Thermometers, s die Lage des Siedepunktes, so gelten die Definitionsgleichungen

$$\frac{t}{100} = \frac{a - e_t}{s - e_{100}}$$

$$\frac{t'}{100} = \frac{a - e'}{s - e'}.$$

Hieraus folgt durch Elimination von a

$$\frac{t - t'}{100} = \frac{e' - e_t}{s - e_{100}} - \frac{e' - e_{100}}{s - e_{100}} \cdot \frac{t'}{100}.$$

Die Grösse $\frac{e'-e_t}{s-e_{100}}$, die Depression des Eispunktes, bezogen auf den Fundamentalabstand als Einheit, ist für die in Frage kommenden Glassorten durch die mitgetheilten Bestimmungen von Eispunkten in der Form gegeben

$$\frac{e'-e_t}{s-e_{100}} = bt + ct^2.$$

Durch Einsetzen dieses Werthes erhält man nach einfacher Umformung

$$t'-t = \frac{100\,c\,t\,(100-t)}{1-100\,b-100^2\,c}$$

oder nach Einsetzen der S. 169 u. 171 mitgetheilten Zahlenwerthe unter Berücksichtigung der veränderten Einheit:

Bei Berücksichtigung der Beobachtungen bei 0°	für *verre dur* . . .	$t'-t = 0{,}0093\ \frac{t\,(100-t)}{100^2}$
	für Jenaer Glas 16$^{\rm III}$	$t'-t = 0{,}0311\ \frac{t\,(100-t)}{100^2}$
	für Jenaer Glas 59$^{\rm III}$	$t'-t = -0{,}0146\ \frac{t\,(100-t)}{100^2}$
Ohne Berücksichtigung der Beobachtungen bei 0°	für *verre dur* . . .	$t'-t = -0{,}0052\ \frac{t\,(100-t)}{100^2}$
	für Jenaer Glas 16$^{\rm III}$	$t'-t = 0{,}0236\ \frac{t\,(100-t)}{100^2}$

Auf der rechten Seite lassen sich die Temperaturen ohne erhebliche Fehler denen der Scale des Wasserstoffthermometers (τ) gleichsetzen; man erhält dann, unter Benutzung der ersten Formeln, die den Verhältnissen, wie sie bei der Bestimmung der Glasausdehnung herrschten, besser entsprechen, für das durch den Index (T) gekennzeichnete Thermometer aus *verre dur:*

	bei 25°	bei 50°	bei 75°	
$t'_T - t_T =$	$+0{,}002$	$+0{,}002$	$+0{,}002$	
Ferner ist				
$t_T - \tau =$	$+0{,}095$	$+0{,}103$	$+0{,}062$	nach Chappuis.
Also $t'_T - \tau =$	$+0{,}097$	$+0{,}105$	$+0{,}064$.	

Wir können diese Werthe darstellen durch[1])

$$t'_T - \tau = \frac{\tau\,(100-\tau)}{100^2}\,(0{,}600 - 0{,}0035\,\tau).$$

Daraus folgt dann weiter unter Benutzung der II, S. 39 mitgetheilten Resultate der Vergleichungen zwischen den drei Gläsern

$$t'_{16} - \tau = \frac{\tau\,(100-\tau)}{100^2}\,(0{,}674 - 0{,}0035\,\tau)$$

$$t'_{59} - \tau = \frac{\tau\,(100-\tau)}{100^2}\,(0{,}268 - 0{,}0035\,\tau).$$

[1]) II, S. 127 ist der zweite Coefficient mit einer Decimalstelle weniger angenommen worden; die dort benutzte Formel weicht aus diesem Grunde etwas ab.

Im Besitze dieser Formeln können wir die Hauptaufgabe in Angriff nehmen. Es ist

$$\alpha_{qg} = \frac{t'}{100}\bar{\alpha}_{qg} = \frac{\alpha_q - \alpha_g}{1 + \alpha_g},$$

falls $\bar{\alpha}_{qg}$ die Ausdehnung des Quecksilbers gegen Glas von 0° bis 100° bezeichnet, oder

$$\alpha_q = \alpha_g + (1 + \alpha_g)\,\bar{\alpha}_{qg}\frac{t'}{100}.$$

Setzt man nun auf der rechten Seite dieser Gleichung für α_g die II, S. 129 gegebenen Werthe für die Ausdehnung des Glases in der Wasserstoffscale, für $\bar{\alpha}_{qg}$ die II, S. 161 gefundenen Werthe und für t' seinen Ausdruck in τ, so erhält man zunächst für Glas 16^{III} mit den Werthen

$$10^6\alpha_g \;= 2316{,}7\,\frac{\tau}{100} + 107{,}1\left(\frac{\tau}{100}\right)^2$$

$$10^6\bar{\alpha}_{qg} = 15769{,}8$$

$$\frac{t'}{100} = 1{,}00674\,\frac{\tau}{100} - 0{,}01024\left(\frac{\tau}{100}\right)^2 + 0{,}0035\left(\frac{\tau}{100}\right)^3$$

den Ausdruck

$$10^6\alpha_q \;= 18192{,}8\,\frac{\tau}{100} - 17{,}6\left(\frac{\tau}{100}\right)^2 + 56{,}5\left(\frac{\tau}{100}\right)^3 + 0{,}1\left(\frac{\tau}{100}\right)^4$$

oder auch, falls man sich unter Anwendung der S. 127 abgeleiteten Formeln auf zwei Glieder beschränkt,

$$10^6\alpha_q \;= 18158{,}8\,\frac{\tau}{100} + 67{,}4\left(\frac{\tau}{100}\right)^2.$$

Für das Glas 59^{III} erhält man mit den Werthen

$$10^6\alpha_g \;= 1703{,}9\,\frac{\tau}{100} + 74{,}6\left(\frac{\tau}{100}\right)^2$$

$$10^6\bar{\alpha}_{qg} = 16448{,}5$$

$$\frac{t'}{100} = 1{,}00268\,\frac{\tau}{100} - 0{,}00618\left(\frac{\tau}{100}\right)^2 + 0{,}0035\left(\frac{\tau}{100}\right)^3$$

den Ausdruck

$$10^6\alpha_q = 18196{,}5\,\frac{\tau}{100} + 1{,}1\left(\frac{\tau}{100}\right)^2 + 58{,}6\left(\frac{\tau}{100}\right)^3 + 0{,}1\left(\frac{\tau}{100}\right)^4$$

oder auf zwei Glieder reducirt

$$10^6\alpha_q = 18161{,}2\,\frac{\tau}{100} + 89{,}1\left(\frac{\tau}{100}\right)^2.$$

Im Mittel für die beiden Gläser ergiebt sich als Ausdehnung des Quecksilbers in der Temperaturscale des Wasserstoffthermometers der Werth

$$10^6\alpha_q = \mathbf{18160}\,\frac{\tau}{100} + \mathbf{78}\left(\frac{\tau}{100}\right)^2.$$

Die Reduction auf zwei Glieder hat den Werth der Ausdehnung zwischen den Grenzen 0° und 100° merklich, nämlich auf $10^6 \alpha_q$ = 18238 herabgedrückt. Für die folgende Anwendung auf die Ausdehnung von Wasser spielt das vom Quadrat der Temperatur abhängige Glied der Ausdehnung eine ganz unbedeutende Rolle und es ist daher vorzuziehen, für die Anwendnng in unmittelbarer Nähe von 100° den direct gefundenen Coefficienten des ersten Gliedes anzuwenden (II, S. 162) und

$$\alpha_q = 0{,}018\,245 + 0{,}000\,183\ (t - 100)$$

zu setzen.

Für die Ausdehnung des Wassers gegen Quecksilber war S. 162 die Formel gefunden worden (da das dort auftretende t_a ohne merklichen Fehler mit t identificirt werden kann)

$$\alpha_{wq} = 0{,}024\,576\,7 + 0{,}000\,590\ (t - 100).$$

Wendet man jetzt die Gleichung an

$$\alpha_{wq} = \frac{\alpha_w - \alpha_q}{1 + \alpha_q},$$

so ergiebt sich mit dem obigen Werth von α_q die Ausdehnung des Wassers zwischen 0° und Temperaturen, die 100° nahe liegen, unter dem Drucke einer Atmosphäre:

$$\alpha_w = \mathbf{0{,}043\,270 + 0{,}000\,798}\ (t - 100).$$

Die vorstehend angegebenen Werthe bedürfen noch einer kleinen Correctur, deren Betrag erst während des Druckes der Abhandlung ermittelt werden konnte.

Wie schon I, S. 94 und S. 102 hervorgehoben wurde, konnten die Angaben des bisher benutzten Barometers Fuess Nr. 272 noch mit einem kleinen Fehler behaftet sein, der auch alle Temperaturangaben entsprechend beeinflussen musste. Inzwischen angestellte Vergleichungen mit dem Normal-Barometer der Anstalt haben thatsächlich einen Unterschied von 0,05 mm ergeben, wenn das Barometer Fuess Nr. 272 mit der stets benutzten, dagegen das Normal-Barometer mit einer neu berechneten Tafel (welcher die direct bestimmte Ausdehnung des Maassstabes und der neuberechnete Werth der Quecksilberausdehnung zu Grunde liegt) auf 0° reducirt wurde.

Infolge dessen und in Verbindung mit anderen kleinen Correcturen (vergl. S. 147, Anm. 2) sind bei den relativen Ausdehnungsbestimmungen die Temperaturen bei 100° um 0°,0033 zu hoch angesetzt worden; die S. 161 mit-

getheilten Werthe dieser Ausdehnungen sind also um 5 Einheiten, der S. 162 mitgetheilte Werth von $\alpha_{w,q}$ ist um 19 Einheiten der siebenten Decimalstelle zu vergrössern. Dagegen kann man von einer Aenderung der für die Glasausdehnung erhaltenen Werthe absehen.

Man erhält dann schliesslich:

$$\alpha_g = 0{,}018\,245$$

$$\alpha_q = 0{,}018\,161\,\frac{\tau}{100} + 0{,}000\,078\left(\frac{\tau}{100}\right)^2$$

$$\alpha_w = 0{,}043\,272 + 0{,}000\,798\,(\tau - 100).$$

BESTIMMUNG

DER

ÄNDERUNG DER SCHWERE

MIT DER HÖHE

AUF DEM GRUNDSTÜCK

DER

PHYSIKALISCH-TECHNISCHEN REICHSANSTALT

AUSGEFÜHRT VON

K. SCHEEL UND **H. DIESSELHORST**

INHALTSVERZEICHNISS.

I. Vorbemerkungen.

Einleitung. — Für Versuche zur Bestimmung der Aenderung der Schwere mit der Höhe stand in der Reichsanstalt erstens im Observatorium an einer für ähnliche Beobachtungen vorgesehenen Stelle eine verticale Höhe von etwa 14 m zur Verfügung, welche sich in bequemer Weise in Unterabtheilungen zerlegen liess. Ausserdem war zur Zeit der zum Maschinenhause der II. Abtheilung der Reichsanstalt gehörige Schornstein von etwa 30 m Höhe im Wesentlichen fertiggestellt und konnte für die Versuche benutzt werden, so lange das äussere Baugerüst noch vorhanden war. Die Aenderung der Schwere mit der Höhe konnte also annähernd an derselben Stelle der Erdoberfläche, aber unter verschiedenen rein örtlichen Umständen auf dem Grundstücke der Anstalt bestimmt werden.

Methode. — Die Methode der Bestimmung ist im Wesentlichen der von Hrn. Thiesen[1]) im Bureau international des Poids et Mesures in Breteuil benutzten gleich. Auf einer oberen Station war eine Waage aufgestellt, mit deren Schalen ein zweites Paar Waageschalen an der unteren Station durch Drähte fest verbunden war. Durch eine vollständig nach der Gaussischen Methode durchgeführte Wägung, bei welcher sich ein Gewicht oben, das andere unten befand, ergab sich direct nach Anbringung der nöthigen Correctionen die Differenz der beiden Gewichte, vermehrt oder vermindert um den Betrag der Schweredifferenz, welche ein Gewicht erfährt, wenn es in verticaler Richtung seine Lage um den Höhenunterschied beider Stationen ändert. Die Verbindung zweier solcher, sonst gleichen Beobachtungen, bei welchen nur die Gewichte zwischen oben und unten vertauscht waren, lieferte den Betrag der Schwereänderung und die Differenz der Massen beider Gewichte gesondert. Nimmt man noch ein drittes Gewicht hinzu, so erhält man aus den möglichen 6 Wägungs-Combinationen die Unbekannten mit einer entsprechend höheren Genauigkeit; auch die Bedenken wegen constanter Fehler werden durch eine solche Anordnung wesentlich verringert.

[1]) Thiesen: Détermination de la variation de la pesanteur avec la hauteur au pavillon de Breteuil. Trav. et Mém., 7, Paris, 1890.

Waage. Allgemeine Einrichtungen. — Zu den Wägungen diente eine Kilogrammwaage von Stückrath, deren Schwingungen direct an der Zeigerscale mit einer festen Lupe beobachtet wurden.

An ihren Schalen waren mittels umgelegter Klammern an 0,48 mm dicken harten Messingdrähten die Schalen der unteren Station aufgehängt, welche, von einem Schutzkasten eingeschlossen, beim Auf- und Absetzen der Gewichte arretirt werden konnten.

Die Thermometer und Hygrometer befanden sich auf beiden Stationen in möglichster Nähe der Gewichte. Ihre Ablesung geschah ohne besondere Vorkehrungen direct mit dem Auge.

Gewichte. — Als Gewichte dienten drei vernickelte Messingcylinder *A, B, C* von 51 mm Durchmesser und 56 mm Höhe, deren Volumen durch je zwei Wasserwägungen ermittelt wurde. Die Massen der drei Stücke waren ihrem Nominalwerth von 1 kg bis auf wenige Milligramm gleich gefunden worden. Die Dichten der drei Stücke ergaben sich einander nahe gleich.

Versuche mit Benutzung des Schornsteins. — Der isolirt aufgebaute Schornstein besteht aus einem quadratischen Unterbau von etwa 3,40 m Seite mit einem kreisförmigen inneren Querschnitt von 1,50 m Durchmesser und etwa 5 m Höhe, und aus einem Conus von 1,50 bis 1,20 m innerem Durchmesser, dessen Wandstärke sich von unten nach oben von 0,65 bis 0,20 m verjüngt. Der Schornstein wird durch eine Steinbekrönung von etwa 1,40 m Höhe abgeschlossen und ist etwa 1,70 m von deren Ende nach aussen bis zu etwa 0,65 m Wandstärke kragenförmig erweitert.

Zum Zwecke der Versuche wurde der Schornstein mit einem oberen und einem unteren Boden versehen. Der obere Boden, der etwa 10 cm unter der höchsten Stelle des Schornsteins auf einem Absatz im Innern fest auflag, trug die Waage etwa $^1/_3$ des Durchmessers vom einen Rande des Schornsteins entfernt. Man hatte diese excentrische Aufstellung gewählt, weil man so die schädlichen Einflüsse der Luftströmungen im Innern des Schornsteins zu verringern hoffte. Zum Schutze gegen äussere Witterungseinflüsse wurde die Waage mit einem Holzgehäuse überdeckt. Der untere Boden war etwa 2 m über dem Fussboden des Unterbaues[1]), der selbst zugänglich war, angebracht. Die Verbindungsdrähte der Stationen durchsetzten beide Böden; sie hingen im Innern des Schornsteins frei, dagegen waren sie auf dem Wege vom Waagekasten bis zur oberen Bodenplatte, sowie von der unteren Bodenplatte bis in den Kasten der unteren Station von Messingschutzröhren umgeben.

[1]) Das Gewicht befand sich in der unteren Station etwa 0,65 m über dem Fussboden.

Leider stiessen die Wägungen auf dem Schornstein auf mannigfache Schwierigkeiten, die im Wesentlichen auf die Ungunst der Witterung zurückzuführen sind. Denn abgesehen von directen Einflüssen, welche die Waage bei ihrer freien Aufstellung sehr stark beeinflussen mussten, brachten auch die täglichen Temperaturschwankungen verticale Luftströmungen im Innern des Schornsteins hervor, welche die Bestimmung einer Gleichgewichtslage überhaupt unmöglich machen konnten. Auch Pendelungen des ganzen Schornsteins durch den Einfluss des Windes scheinen auf die Wägungen einen ungünstigen Einfluss ausgeübt zu haben.

Nichtsdestoweniger ist es gelungen, vom 20. bis 22. Februar vier einwandfreie Wägungen zu erhalten, welche in Verbindung mit den bald darauf vorgenommenen directen Vergleichungen der Gewichte untereinander und mit dem Normalkilogramm ϑ bei dem beträchtlichen Höhenunterschied beider Stationen noch ein befriedigendes Resultat ergeben haben.

Versuche im Observatorium. — Die im Observatorium zur Verfügung stehende Höhe reicht vom sogenannten Isolirgeschoss durch das Untergeschoss (Zimmer No. 4) und das Hauptgeschoss (Zimmer No. 24) bis ins Obergeschoss (Zimmer No. 44). Der Fussboden des Isolirgeschosses wird durch die obere Fläche einer 2 m dicken Betonplatte gebildet, auf welcher das ganze Observatorium aufgebaut ist. Dieser Fussboden liegt, abgesehen von einer Bodenaufschüttung von etwa 1,30 m Höhe rings um das Gebäude, um 1,28 m unter dem Niveau des die Reichsanstalt umgebenden Gartens.[1]) Die Höhe über diesem Fussboden des Isolirgeschosses beträgt für

den Fussboden des Untergeschosses	2,50 m,
„ „ „ Hauptgeschosses	6,50 m,
„ „ „ Obergeschosses	11,50 m,
die Decke des Obergeschosses	15,46 m.

Die Verbindung der einzelnen Stockwerke ist durch rechteckige Oeffnungen von ca. 74 × 35 cm Querschnitt gegeben, welche für gewöhnlich mit Eisenplatten bedeckt sind. Auch für den gegenwärtigen Zweck sind die Eisenplatten nicht entfernt, sondern nur mit Löchern für die Verbindung der Stationen versehen worden. Die Dicke der Gewölbe ist an der Stelle der Oeffnungen am kleinsten und beträgt zwischen allen Etagen etwa 0,50 m. Nur im Isolirgeschoss durchsetzt die Oeffnung den dickeren Theil des Gewölbes und läuft neben einem Pfeiler, diesen noch theilweise anschneidend, aus.

[1]) Dieser Werth ist nach den Angaben des Baubureaus aus der Lage einer Höhenmarke am Verwaltungsgebäude abgeleitet.

Die Verbindungsdrähte der Stationen waren bei allen diesen Versuchen im Hause in ihrer ganzen Länge zum Schutz gegen äussere Luftströmungen mit 3 cm weiten Zinkröhren umgeben.

Die Waage stand im obersten Stockwerk auf einer an der Mauer befestigten Console im Zimmer No. 44, in solcher Höhe, dass das Gewicht der oberen Station sich etwa 0,70 m unter der Decke befand.

Die untere Station lag bei den im Observatorium ausgeführten Versuchsreihen 0,675 m über dem Fussboden des Isolirgeschosses bezw. ebensoviel über dem des Hauptgeschosses im Zimmer No. 24.

In jedem Falle sind 24 einwandfreie Wägungen ausgeführt, von denen je 4 sich auf die gleiche Lage der Gewichte beziehen. Die Gewichte mussten dabei bereits mehrere Stunden vor der Wägung an ihre Stelle gebracht werden. Die Zeit von einer Stunde hatte, wie eine Beobachtungsreihe zeigte, nicht ausgereicht, um für das Gewicht einen vollständigen Temperaturausgleich herbeizuführen.

Beobachter. — Die Arbeit jeder Wägung war auf zwei Beobachter vertheilt. Die obere Station bediente Scheel, welcher somit auch die eigentlichen Wägungen ausführte. Die Manipulationen und Beobachtungen an der unteren Station vollzog Diesselhorst. Die Ablesung der meteorologischen Instrumente, sowie das Umsetzen der Gewichte geschah auf verabredete Glockensignale oben und unten gleichzeitig.

II. Gang der Beobachtungen und Rechnungen.

1. Ableitung des unmittelbaren Wägungsresultates.

Beispiel. — Der Gang der Beobachtungen und Rechnungen möge im Folgenden an einem beliebig ausgewählten Beispiel — Beobachtung No. 13 der zweiten Reihe vom 19. März 1895 — erläutert werden.

Die Beobachtung begann um $22^h 51$ [1]) mit der Ablesung der Thermometer No. **212** und No. **214** der oberen und No. **176** und No. **1002** der unteren Station, sowie des Hygrometers I (oben) und des Hygrometers II (unten). Darauf löste der Beobachter der oberen Station die Waage aus und beobachtete 4 Ausschläge. Dabei befand sich der Cylinder A links oben, B rechts unten, ausserdem trug die Schale links oben ein Zulagegewicht von 10 mg aus dem Gewichtssatz ϑ, bezeichnet mit ϑ (10). Die aus den 4 Ablesungen gewonnene Gleichgewichtslage [2]) ergab sich zu 11,700 in Scalentheilen der Waage. Die

[1]) Die Zeiten sind von Mitternacht bis Mitternacht durchgezählt.

[2]) Thiesen: Études sur la balance. Trav. et Mém. 5 (2), S. 22 u. f. Paris 1886.

Serie II. Beob. No. 13. — 1895. **März 19.,** $22^h 51 - 23^h 24$.

oben: Cylinder A, — Beobachter oben Scheel,
unten: Cylinder B, — unten: Diesselhorst.

a. Ablesungen der meteorologischen Instrumente.

Zeit	oben			unten		
	Therm. 212	Hygr. I	Therm. 214	Therm. 176	Hygr. II	Therm. 1002
	°		°	°		°
$22^h 51$	16,92	46,5 %	16,60	137,42	54,5 %	16,87
22 58	17,03	46,5	16,82	137,46	54,5	16,90
23 8	17,18	46,5	16,98	137,52	54,5	17,00
23 $14^1/_2$	17,23	47,0	17,04	137,54	54,5	17,00
23 24	17,33	47,5	17,16	137,58	54,5	17,00

Mittlerer Barometerstand an der unteren Station 750,25 mm.

b. Wägung.

Belastung links	Belastung rechts	Ablesungen				Gleichgewichts-lagen	Mittel der Gleichgewichts-lagen
$A + \vartheta\,(10')$	B	14,2	9,2	14,1	9,5	11,700	11,837
$A + \vartheta\,(4' + 3')$	B	5,1	11,8	5,5	11,4	8,550	8,644
B	$A + \vartheta\,(20')$	12,2	7,7	12,1	7,8	9,925	9,806
$B + \vartheta\,(1')$	$A + \vartheta\,(20')$	11,9	9,9	11,8	10,0	10,875	10,844
$B + \vartheta\,(1')$	$A + \vartheta\,(20')$	12,8	9,1	12,4	9,2	10,812	
B	$A + \vartheta\,(20')$	12,7	7,0	12,2	7,2	9,687	
$A + \vartheta\,(4' + 3')$	B	6,1	11,2	6,4	11,0	8,737	
$A + \vartheta\,(10')$	B	14,2	9,9	14,0	9,9	11,975	

Waage wurde arretirt, die Zulage links von 10 auf 7 mg = $\vartheta\,(4' + 3')$ vermindert, und aufs neue 4 Ablesungen gemacht, welche die Gleichgewichtslage 8,550 lieferten. Nach Arretirung wurden nun um $22^h 58$ abermals die meteorologischen Instrumente auf beiden Stationen abgelesen und darauf gleichzeitig die Gewichte, oben A von links nach rechts, unten B von rechts nach links, vertauscht. Mit den Zulagen zu A von 20 mg bez. zu B von 1 mg und zu A von 20 mg ergaben sich aus je 4 Ablesungen zwei weitere Gleichgewichtslagen. Hiermit war die eine Hälfte der Wägung beendet; der zweite Theil begann um $23^h 8$ mit der Ablesung der Thermometer und Hygrometer und wurde durch eine Wiederholung des ersten Theils in umgekehrter Reihenfolge gebildet. Eine Ablesung der meteorologischen Instrumente um $23^h 24$ beschloss die Beobachtung.

Berechnung der Wägung. — Zur weiteren Berechnung dieser Wägung bedarf es zunächst der Kenntniss der Hülfsgewichte. Führt man die von Scheel ermittelten Werthe der Stücke, nämlich

$$\vartheta\,(20') = 20{,}0118\ \text{mg} \qquad v_0 = 0{,}0009\ \text{ml}$$
$$\vartheta\,(10') = 10{,}0138\ \text{mg} \qquad v_0 = 0{,}0005\ \text{ml}$$
$$\vartheta\,(4') = 4{,}0282\ \text{mg} \qquad v_0 = 0{,}0015\ \text{ml}$$
$$\vartheta\,(3') = 3{,}0161\ \text{mg} \qquad v_0 = 0{,}0011\ \text{ml}$$
$$\vartheta\,(1') = 0{,}9985\ \text{mg} \qquad v_0 = 0{,}0004\ \text{ml}$$

in die Wägung ein, nachdem noch zuvor an diesen Hülfsstücken die Reduction wegen des Luftgewichts angebracht ist, so ergeben sich die folgenden vier Gleichungen zur Ermittelung der Differenz $A - B$

$$A - B = \quad k + 11{,}837\,n - 10{,}0132\ \text{mg} = \quad k_1 + 1{,}554\,n - 10{,}0132\ \text{mg}$$
$$A - B = \quad k + 8{,}644\,n - 7{,}0412\ \text{mg} = \quad k_1 - 1{,}639\,n - 7{,}0412\ \text{mg}$$
$$A - B = -k - 9{,}806\,n - 20{,}0107\ \text{mg} = -k_1 + 0{,}477\,n - 20{,}0107\ \text{mg}$$
$$A - B = -k - 10{,}844\,n - 19{,}0127\ \text{mg} = -k_1 - 0{,}561\,n - 19{,}0127\ \text{mg},$$

wo k bez. $k_1 = k + 10{,}283\,n$ und n die beiden Constanten der Waage bedeuten. Diese vier Gleichungen liefern paarweise zunächst durch Subtraction zwei Gleichungen zur Bestimmung von n:

$$2{,}9720\ \text{mg} = 3{,}193\,n$$
$$0{,}9980\ \text{mg} = 1{,}038\,n$$

oder summirt

$$3{,}9700\ \text{mg} = 4{,}231\,n,$$

woraus

$$n = 0{,}9383\ \text{mg}.$$

Führt man diesen Werth von n ein, so gehen die obigen vier Gleichuugen über iu:

$$A - B = \quad k_1 - 8{,}5551\ \text{mg}$$
$$A - B = \quad k_1 - 8{,}5791\ \text{mg}$$
$$A - B = -k_1 - 19{,}5631\ \text{mg}$$
$$A - B = -k_1 - 19{,}5391\ \text{mg}.$$

Im Mittel verschwindet aus diesen vier Gleichungen die Constante k_1 der Waage und es ergiebt sich als directes Wägungsmittel die Gleichung

$$A\ (\text{oben}) - B\ (\text{unten}) = -14{,}059\ \text{mg}.$$

2. Luftgewichtscorrection.

Allgemeines. — Dies Resultat ist nun noch wegen des Luftauftriebes an beiden Stationen zu verbessern.

Bezeichnet

v_o das Volumen von A (oben),
v_u das Volumen von B (unten),
γ_o das Luftgewicht an der oberen und
γ_u das Luftgewicht an der unteren Station,

so ist die anzubringende Correction gleich

$$v_o\gamma_o - v_u\gamma_u = \frac{v_o + v_u}{2}(\gamma_o - \gamma_u) + \frac{\gamma_o + \gamma_u}{2}(v_o - v_u).$$

Zur Berechnung des zweiten Terms dieser Correction in ihrer rechts stehenden Form ist die Kenntniss des Luftgewichts nur ganz angenähert erforderlich. Die Wasserwägungen haben nämlich für die drei Kilogramme bei 0° C. die folgenden Volumina ergeben:

A	119,284 ml
B	119,296 ml
C	119,275 ml.

Der grösste Volumenunterschied besteht also zwischen B und C im Betrage von 0,021 ml. Nimmt man nun an, dass die Genauigkeitsgrenze der einzelnen Wägungen 0,01 mg nicht überschreitet, so genügt es durchaus, für $\frac{\gamma_o + \gamma_u}{2}$ in allen Fällen den Werth 1,2 festzusetzen. Der zweite Term nimmt also die einfachere Form

$$+ 1{,}2(v_o - v_u)$$

an und erhält in unserem Beispiel den Werth

$$- 0{,}01 \text{ mg}.$$

Beträchtlicher ist der Werth des ersten Terms

$$\frac{v_o + v_u}{2}(\gamma_o - \gamma_u),$$

indessen lässt auch dieser noch eine Vereinfachung zu. Wie nämlich die später mitgetheilten Daten lehren, ist die Grösse von $\gamma_o - \gamma_u$ von der Ordnung 0,01; ihre Kenntniss kann dagegen höchstens auf 0,0001, also auf 1 % ihres Werthes verbürgt werden. Genauer braucht aber auch der andere Factor nicht bekannt zu sein; es wird also genügen, nach den gemachten Angaben über die Volumina der einzelnen Stücke für alle Wägungen für $\frac{v_o + v_u}{2}$ den mittleren Werth 119,3 ml anzunehmen. Somit gewinnt die wegen des verschiedenen Luftgewichts anzubringende gesammte Correction die einfachere Gestalt

$$119{,}3(\gamma_o - \gamma_u) + 1{,}2(v_o - v_u).$$

In dieser Form ist also nur noch $\gamma_o - \gamma_u$ unbekannt; diese Grösse ist aus der

Lufttemperatur, der Feuchtigkeit und dem Luftdruck an beiden Stationen zu ermitteln. Die Daten hierfür liegen theilweise direct vor.

Lufttemperatur. — Zur Messung der Temperatur dienten 5 Stabthermometer No.No. **212, 213, 214, 176, 1002.** Von diesen sind die ersten drei aus dem Jenaer Glase 59^{III} verfertigt worden, reichen von etwa -20 bis $+30°$ und sind in Fünftelgrade getheilt; No. **176** ist ein in Zehntelgrade getheiltes Thermometer vom Typus der sog. Gebrauchsnormale[1]), dessen Eispunkt bei den vorliegenden Messungen bei etwa 120 lag. No. **1002** ist ein Hülfsthermometer, in Fünftelgrade getheilt und in sich fundamental bestimmbar. Beide Thermometer No. **176** und No. **1002** sind aus dem Jenaer Glase 16^{III} verfertigt. Alle fünf Thermometer waren vollkommen untersucht. Für die Thermometer No.No. **212, 213, 214,** welche in sich fundamental nicht bestimmbar waren, ist der Gradwerth durch Vergleichung mit in der Anstalt bestimmten Instrumenten abgeleitet. Die Angaben der Thermometer, wie sie in der späteren Zusammenstellung aufgeführt sind, beziehen sich auf die Wasserstoffscale. — Die Vertheilung der Thermometer war so getroffen, dass sich während der ersten Reihe No. **212** oben links, No. **213** oben rechts, No. **214** unten links und No. **1002** unten rechts befand. In der zweiten und dritten Reihe waren diese Stellen bezw. eingenommen von No. **212**, No. **214**, No **176**, No. **1002**. — No. **213** war nach der ersten Reihe ausgeschieden worden. Die Berechnung der Temperatur erfolgte in der Weise, dass zunächst die 5 während einer Wägung gewonnenen Ablesungen gemittelt, und dann die Mittel auf die Angaben des Wasserstoffthermometers reducirt wurden.

In unserem Beispiel werden die so verbesserten Mittel

oben No.	212	17°,319	im Mittel 17°,251
No.	214	17°,184	
unten No.	176	16°,768	im Mittel 16 ,748
No.	1002	16°,728	

Die Angaben der beiden Thermometer unten sind stets bis auf wenige Hundertelgrade identisch. Dagegen unterscheiden sich die Angaben der Thermometer oben stets in dem Sinne, dass das dem geheizten Corridor — der Wägungsraum selbst war nicht geheizt — zugewandte Thermometer links höher zeigt. Die Unterschiede zwischen beiden Thermometern gehen bis 0°,2. Doch hat sich die hiervon herrührende Unsicherheit im Schlussresultat wesentlich aufgehoben.

Feuchtigkeit. — Zur Feuchtigkeitsmessung dienten Koppe'sche Haarhygrometer, deren Thaupunkt vor und nach den einzelnen Reihen ermittelt wurde. Die hieraus resultirende Correction ist ebenfalls am Mittel aus den

[1]) S. Wissenschaftl. Abhandl. **1**, S. 16, 1894.

5 Ablesungen einer Wägung angebracht. Die verbesserten Werthe werden im angeführten Beispiel

Hygr. I (oben) 47,05 %
Hygr. II (unten) 55,25 %.

Absolute Auswerthungen der Hygrometerangaben sind nicht angestellt worden, doch ergab eine Vergleichung der Hygrometer bei etwa 55 % eine Uebereinstimmung zwischen ihren Angaben auf ± 1 %.

Luftdruck. — Da es nur auf die Kenntniss der Grösse $\gamma_o - \gamma_u$ ankommt, so braucht auch nur die Differenz des Luftdruckes oben und unten genauer ermittelt zu werden. Für den absoluten Luftdruck genügt ein angenäherter mittlerer Werth, welchen man unter Zufügung einer Höhencorrection von

+ 0,52 mm für die erste Reihe
+ 0,59 „ „ „ zweite „
+ 0,01 „ „ „ dritte „

aus den Angaben des im Hauptgeschoss des Beobachtungsgebäudes aufgestellten Sprung-Fuess'schen Barographen[1]) entnahm. Es sind damit alle Daten gegeben, um vermittelst der Broch'schen Tafeln das Luftgewicht γ_u der unteren Station zu berechnen, und zwar ergiebt sich in unserem Beispiel

$$\log \gamma_u = 0{,}07839 \text{ und daraus } \gamma_u = 1{,}1978.$$

Der Unterschied des Luftdrucks an der unteren und oberen Station lässt sich berechnen nach der Formel

$$\varDelta = \gamma \frac{h}{Q},$$

wo γ das mittlere Luftgewicht, h der bekannte Höhenunterschied beider Stationen und Q die Dichte des Quecksilbers ist. Die nicht ohne weiteres bekannte Grösse γ ergiebt sich aus γ_u, wenn man an dieser Grösse zwei Verbesserungen anbringt, deren eine sich auf die Abnahme des Druckes (in erster Annäherung 0,09 mm für 1 m Höhenunterschied), und deren andere sich auf die Aenderung der Temperatur mit der Höhe bezieht. Nimmt man näherungsweise einen proportionalen Abfall bez. Anstieg der Temperatur von unten nach oben an, so kann man leicht unter Zuhülfenahme der Broch-schen Tafeln gleich am $\log \gamma_u$ die beiden Verbesserungen anbringen, um daraus $\log \gamma$ zu berechnen. In unserem Falle werden die beiden Correctionen, welche zu $\log \gamma_u$ hinzuzufügen sind, bez.

$$-0{,}000\,35 \text{ und } -0{,}000\,38,$$

so dass sich

$$\log \gamma = 0{,}07766$$

ergiebt. Mit diesem Werth folgt dann für $\varDelta$, da $h = 14{,}055$ m ist

$$\varDelta = 1{,}24 \text{ mm},$$

[1]) Scheel: Prüfung eines Sprung-Fuess'schen Laufgewichtsbarographen neuester Construction. Zeitschr. f. Instrk. 15. S. 133–146, 1895.

also der Luftdruck an der oberen Station

$$750{,}25 - 1{,}24 = 749{,}01 \text{ mm}$$

Damit sind alle Daten gegeben, um auch

$$\gamma_o = 1{,}1943$$

$$\text{und } \gamma_o - \gamma_u = -0{,}0035$$

berechnen zu können.

Definitives Wägungsresultat. — Die Correction wegen des Luftgewichts wird demnach

$$\gamma_o v_o - \gamma_u v_u = -119{,}3 \times 0{,}0035 - 0{,}01 \text{ mg}$$
$$= -0{,}42 - 0{,}01 \text{ mg} = -0{,}43 \text{ mg},$$

es wird also, bezogen auf den luftleeren Raum,

$$A_o - B_u = -14{,}05_9 \text{ mg} - 0{,}43 \text{ mg} = -14{,}49 \text{ mg}.$$

Setzen wir nun im folgenden:

$$A - B = x, \quad A - C = y$$

und nennen wir die Gewichtszunahme eines Kilogramms von der oberen zur unteren Station für die einzelnen Reihen bez. z_1, z_2, z_3, so lässt sich unsere Gleichung schreiben

$$x - z_2 = -14{,}49 \text{ mg}.$$

III. Zusammenstellung der Resultate.

Die folgenden Zusammenstellungen enthalten für alle drei Reihen in den ersten Colonnen ausser Nummer und Zeit der Wägung die mittleren verbesserten Temperaturen der oberen und unteren Station, ausgedrückt in der Wasserstoffscale, ferner die Feuchtigkeit oben und unten, und den Luftdruck an der unteren Station. Die achte Spalte giebt das unmittelbare Beobachtungsresultat, und die nächste Spalte die wegen des Luftgewichts verbesserte definitive Gleichung in der zuletzt benutzten Form. Die letzte Colonne giebt die mit dem ausgeglichenen Resultat gewonnenen übrigbleibenden Fehler im Sinne Beobachtung minus Rechnung in 0,01 mg.

Erste Reihe: Höhendifferenz 29,731 m.

No.	Zeit	oben Temperatur	oben Feuchtigkeit	unten Temperatur	unten Feuchtigkeit	unten Luftdruck	Resultat	Gleichung	B – R in 0,01 mg
	1895	°	%	°	%	mm	mg	mg	
1	II. 20. 10h 38–11h 34	−1,217	89,34	−1,550	60,20	763,04	$A_o - B_u = -18{,}30_5$	$+x \quad -z_1 = -19{,}19$	−2
2	13 3–13 46	+1,431	78,80	−1,165	62,40	762,82	$A_o - C_u = -9{,}09_5$	$+y - z_1 = -11{,}23$	−27
3	13 52–14 31	+2,165	75,44	−0,767	63,06	762,71	$B_o - C_u = +1{,}49_5$	$-x + y - z_1 = -0{,}81$	−30
4	22 14 22–15 15	+2,609	79,10	−0,397	68,40	758,00	$B_o - A_u = +3{,}33_5$	$-x \quad -z_1 = +1{,}00$	+59

Die directen, in allen Combinationen am 1. und 2. März ausgeführten Vergleichungen von A, B, C mit $\mathfrak{S}$ lieferten folgende Werthe

$$A = 1\text{ kg} + 2{,}164\text{ mg}$$
$$B = 1\text{ kg} + 12{,}562\text{ mg}$$
$$C = 1\text{ kg} + 4{,}859\text{ mg}$$

woraus folgt
$$A - B = x = -10{,}398\text{ mg}$$
$$A - C = y = -2{,}695\text{ mg}.$$

Führt man diese Werthe in die obigen vier Gleichungen ein, so ergeben sich für z_1 vier Werthe, aus denen als Mittelwerth resultirt:

$$z_1 = 8{,}81\text{ mg} \pm 0{,}14\text{ mg};$$

wahrscheinlicher Fehler einer Wägung . . . . . $r = \pm 0{,}28$ mg.

Zweite Reihe: Höhendifferenz 14,055 m.

No.	Zeit	oben		unten			Resultat	Gleichung	$B-R$ in 0,01 mg
		Temperatur	Feuchtigkeit	Temperatur	Feuchtigkeit	Luftdruck			
	1895	°	%	°	%	mm	mg	mg	
1	III. 13. 22h 42–23m 23	17,282	47,65	16,616	52,65	757,33	$A_o - B_u = -13{,}66_6$	$+x \quad -z_2 = -14{,}22$	+ 18
2	23 55–24 31	17,512	47,25	16,540	51,65	757,75	$A_o - C_u = -5{,}80_5$	$+y \quad z_2 = -6{,}51$	+ 15
3	14. 1 2– 1 40	17,640	46,75	16,472	51,65	757,97	$B_o - C_u = +4{,}64_4$	$-x+y \quad z_2 = +3{,}87$	+ 10
4	2 11– 2 47	17,635	46,25	16,321	50,05	758,35	$B_o - A_u = +7{,}46_4$	$-x \quad -z_2 = +6{,}58$	+ 11
5	3 23– 3 59	17,684	45,95	16,144	50,35	758,70	$C_o - A_u = -0{,}12_7$	$-y-z_2 = -1{,}15$	+ 12
6	4 22– 5 1	17,753	45,55	16,052	50,15	758,87	$C_o - B_u = -10{,}40_6$	$+x-y-z_2 = -11{,}53$	+ 17
7	22 42–23 18	16,896	49,45	17,325	52,75	766,17	$C_o - B_u = -11{,}55_3$	$+x-y-z_2 = -11{,}54$	+ 16
8	15. 0 18– 0 53	17,240	48,75	17,251	52,75	766,54	$C_o - A_u = -0{,}95_5$	$-y-z_2 = -1{,}16$	+ 11
9	23 41–24 11	18,641	45,75	17,175	53,25	770,60	$B_o - A_u = +7{,}40_9$	$-x \quad -z_2 = +6{,}47$	0
10	16. 1 15– 1 49	18,606	45,65	17,112	52,75	770,50	$B_o - C_u = +4{,}75_9$	$-x+y \quad z_2 = +3{,}82$	+ 5
11	22 45–23 20	18,657	44,25	16,869	52,75	768,17	$A_o - C_u = 5{,}62_7$	$+y-z_2 = -6{,}73$	− 7
12	17. 0 19– 0 51	18,653	43,95	16,817	52,35	767,61	$A_o - B_u = -13{,}28_3$	$+x \quad -z_2 = -14{,}43$	− 3
13	19. 22 51–23 24	17,251	47,05	16,748	55,25	750,25	$A_o - B_u = -14{,}05_9$	$+x \quad -z_2 = -14{,}49$	− 9
14	20. 0 31– 1 6	17,282	47,45	16,788	55,25	749,15	$A_o - C_u = -6{,}38_5$	$+y-z_2 = -6{,}79$	− 13
15	22 51–23 26	15,832	43,15	16,835	50,25	752,50	$B_o - C_u = +3{,}38_1$	$-x+y-z_2 = +3{,}76$	− 1
16	21. 0 36– 1 11	15,971	43,45	16,787	50,75	753,30	$B_o - A_u = +6{,}04_3$	$-x \quad -z_2 = +6{,}32$	− 15
17	22. 22 41–23 11	15,463	50,75	16,822	54,05	752,20	$C_o - A_u = -1{,}73_8$	$-y-z_2 = -1{,}24$	+ 3
18	23. 0 10– 0 40	15,698	50,55	16,841	54,35	752,95	$C_o - B_u = -12{,}12_5$	$+x-y-z_2 = -11{,}74$	− 4
19	24. 8 31– 9 3	14,039	54,25	15,694	54,45	750,28	$C_o - B_u = -12{,}57_8$	$+x-y-z_2 = -11{,}96$	− 26
20	10 38–11 13	14,144	54,45	15,957	54,55	748,83	$C_o - A_u = -2{,}22_3$	$-y-z_2 = -1{,}51$	− 24
21	25. 22 39–23 8	15,846	54,25	16,594	57,15	741,85	$B_o - A_u = +6{,}28_5$	$-x \quad -z_2 = +6{,}48$	+ 1
22	26. 0 12– 0 45	15,957	53,75	16,581	56,75	741,70	$B_o - C_u = +3{,}54_1$	$-x+y-z_2 = +3{,}69$	− 8
23	27. 22 44–23 16	16,112	58,15	16,567	59,65	744,44	$A_o - C_u = -6{,}67_9$	$+y-z_2 = -6{,}64$	+ 2
24	28. 0 17– 0 49	16,358	56,95	16,586	59,55	743,45	$A_o - B_u = -14{,}36_5$	$+x \quad -z_2 = -14{,}46$	− 6

Berechnet man aus diesen Gleichungen die Unbekannten nach der Methode der kleinsten Quadrate, so ergeben sich folgende Werthe:

$$x = -10{,}434\text{ mg} \pm 0{,}025\text{ mg}$$
$$y = -2{,}698\text{ mg} \pm 0{,}025\text{ mg}$$
$$z_2 = 3{,}963\text{ mg} \pm 0{,}018\text{ mg}$$

Wahrscheinlicher Fehler einer Wägung . . . . . $r = \pm 0{,}067$ mg.

Dritte Reihe: Höhendifferenz 7,599 m.

No.	Zeit	oben Temperatur	oben Feuchtigkeit	unten Temperatur	unten Feuchtigkeit	Luftdruck	Resultat	Gleichung	$B-R$ in 0,01 mg
	1895	°	%	°	%	mm	mg	mg	
1	III. 30. $10^h 31 - 11^h 1$	15,392	57,05	17,763	60,25	746,78	$A_o - B_u = -13{,}82_7$	$+x \quad -z_3 = -12{,}68$	− 1
2	12 6 − 12 40	15,665	57,65	17,930	60,25	747,28	$A_o - C_u = -\ 6{,}01_1$	$+y - z_3 = -\ 4{,}90$	0
3	22 46 − 23 15	16,944	55,75	17,456	60,25	750,90	$B_o - C_u = +\ 5{,}47_8$	$-x + y - z_3 = +\ 5{,}68$	+ 18
4	31. 0 16 − 0 48	17,128	55.45	17,515	60,05	750,83	$B_o - A_u = +\ 8{,}02_1$	$-x \quad -z_3 = +\ 8{,}17$	+ 4
5	IV. 1. 9 20 − 9 48	14,548	54,75	16,699	58,25	755,65	$C_o - A_u = -\ 0{,}66_7$	$-y - z_3 = +\ 0{,}38$	+ 2
6	10 55 − 11 23	14,830	55,55	17,021	58,25	755 45	$C_o - B_u = -11{,}11_1$	$+x - y - z_3 = -10{,}07$	− 3
7	12 29 − 12 59	14,853	56,25	16,942	58,15	755,28	$C_o - B_u = -10{,}95_6$	$+x - y - z_3 = -\ 9{,}98$	+ 6
8	14 19 − 14 47	14,889	55,45	16,934	57,75	755,12	$C_o - A_u = -\ 0{,}56_0$	$-y - z_3 = +\ 0{,}41$	+ 5
9	2. 9 49 − 10 17	14,320	54,05	16,164	56,75	756,35	$B_o - A_u = +\ 7{,}25_6$	$-x \quad -z_3 = +\ 8{,}15$	+ 2
10	11 29 − 11 58	14,513	54,25	16,486	56,45	755,93	$B_o - C_u = +\ 4{,}46_7$	$-x + y - z_3 = +\ 5{,}43$	− 7
11	22 41 − 23 10	15,752	52,85	16,123	56,15	754,96	$A_o - C_u = -\ 4{,}79_1$	$+y - z_3 = -\ 4{,}68$	+ 22
12	3. 0 10 − 0 43	15,991	52,75	16,224	56,25	754,86	$A_o - B_u = -12{,}63_3$	$+x \quad -z_3 = -12{,}62$	+ 5
13	9 48 − 10 16	14,242	54,15	15,691	55,75	754,86	$A_o - B_u = -13{,}32_0$	$+x \quad -z_3 = -12{,}69$	− 2
14	11 21 − 11 47	14,458	53,65	15,826	55,75	754,80	$A_o - C_u = -\ 5{,}57_3$	$+y - z_3 = -\ 4{,}94$	− 4
15	13 32 − 14 1	14,495	54,15	15,939	55,75	754,35	$B_o - C_u = +\ 4{,}75_7$	$-x + y - z_3 = +\ 5{,}44$	− 6
16	15 3 − 15 34	14,607	53,85	16,003	55,75	754,09	$B_o - A_u = +\ 7{,}46_9$	$-x \quad -z_3 = +\ 8{,}10$	− 3
17	4. 9 17 − 9 47	14,043	53,25	15,602	55,25	753,60	$C_o - A_u = -\ 0{,}37_5$	$-y - z_3 = +\ 0{,}33$	− 3
18	10 59 − 11 28	14,312	54,25	15,939	55,25	753,76	$C_o - B_u = -10{,}75_5$	$+x - y - z_3 = -10{,}03$	+ 1
19	12 47 − 13 13	14,576	54,65	16,252	55,25	753,46	$C_o - B_u = -10{,}75_5$	$+x - y - z_3 = -10{,}00$	+ 4
20	14 17 − 14 45	14,645	54,25	16,226	55.25	753,20	$C_o - A_u = -\ 0{,}40_6$	$-y - z_3 = +\ 0{,}32$	− 4
21	5. 9 33 − 10 0	13,874	52,45	15,821	54,75	759.04	$B_o - A_u = +\ 7{,}07_7$	$-x \quad -z_3 = +\ 8{,}03$	− 10
22	11 12 − 11 40	14,189	52,05	16,249	54.75	759,01	$B_o - C_u = +\ 4{,}43_3$	$-x + y - z_3 = +\ 5{,}47$	− 3
23	13 40 − 14 8	14,337	52,15	16,335	54,65	758,88	$A_o - C_u = -\ 5{,}97_6$	$+y - z_3 = -\ 5{,}00$	− 10
24	15 14 − 15 43	14,435	52,25	16,363	54,15	758,76	$A_o - B_u = -13{,}76_0$	$+x \quad -z_3 = -12{,}84$	− 17

Die Ausgleichung dieser 24 Wägungen nach der Methode der kleinsten Quadrate liefert die folgenden Werthe:

$$x = -10{,}401 \text{ mg} \pm 0{,}017 \text{ mg}$$
$$y = -\ 2{,}629 \text{ mg} \pm 0{,}017 \text{ mg}$$
$$z_3 = \ 2{,}272 \text{ mg} \pm 0{,}012 \text{ mg}.$$

Wahrscheinlicher Fehler einer Wägung . . . . $r = \pm 0{,}058$ mg.

IV. Discussion der Resultate.

Die mitgetheilten drei Reihen haben ergeben, dass die Aenderung der Schwere eines Kilogramms auf dem Grundstücke der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt beträgt für eine Höhe von

1.	29,731 m	8,81 mg ± 0,14 mg,
2.	14,055 m	3,963 mg ± 0,018 mg,
3.	7,599 m	2,272 mg ± 0,012 mg.

Von diesen Resultaten ist das zweite noch wegen des Umstandes zu verbessern, dass die untere Station sich 1,28 — 0,68 = 0,60 m unter dem Niveau des umgebenden Gartens befand, wobei von der Erdaufschüttung um das Gebäude abgesehen werden mag. Bezeichnet:

γ die Aenderung des Gewichts von 1 kg, ausgedrückt in mg, für 1 m Höhenunterschied, wenn das Gewicht sich über dem Erdboden,

γ' dieselbe Grösse, wenn das Gewicht sich unter dem Erdboden befindet,

d die Entfernung der unteren Station unter der Erdoberfläche,

d' die Entfernung der oberen Station über „ „

so ist die beobachtete Grösse

$$z = \gamma d' + \gamma' d.$$

Nun ist aber

$$\gamma' = \gamma - 4\pi f \mu,^{1)}$$

wo μ die mittlere Erddichte unter dem Beobachtungsorte und f den Newtonschen Attractionscoefficienten bedeutet. — Die Vereinigung beider Relationen giebt

$$z = \gamma(d + d') - 4\pi f \mu d.$$

Setzt man für die zweite Serie in dieser Gleichung:

$$d = 0{,}605 \text{ m}$$
$$d' = 13{,}450 \text{ m}$$
$$\mu = 2$$
$$f = 0{,}0067$$
$$z = 3{,}963 \text{ mg},$$

so ergiebt sich

$$\gamma_2(d + d') = 3{,}963 + 0{,}102 = 4{,}065$$

und daraus für die 2. Reihe: $\gamma_2 = 0{,}289 \pm 0{,}001.$

Die entsprechenden Werthe für γ der ersten und dritten Reihe ergeben sich durch Division der gefundenen z durch die Höhendifferenz der einzelnen Stationen:

1. Reihe: $\gamma_1 = 0{,}296 \pm 0{,}005,$

3. Reihe: $\gamma_3 = 0{,}299 \pm 0{,}002.$

Diese drei Werthe für γ gelten streng genommen nur für diejenigen Stellen, für welche sie gerade bestimmt sind, und müssten, zur Reduction

[1]) Statt dieser Formel ist in der oben citirten Abhandlung von Herrn Thiesen S. 30

$$\gamma' = \gamma - 2\pi f \mu$$

geschrieben worden. Führt man die Reduction mit der richtigen Formel durch, so ergiebt sich statt des von Herrn Thiesen auf S. 31 angegebenen Werthes von $\gamma = 0{,}278$ der Werth

$$\gamma = 0{,}309,$$

der auch mit dem von Broch für Breteuil berechneten

$$\gamma = 0{,}318$$

besser übereinstimmt.

auf normale Verhältnisse, noch weiter verbessert werden. Doch fallen diese Correctionsgrössen innerhalb der Grenzen der Unsicherheit der Bestimmungen. Die den drei Coefficienten zugefügten wahrscheinlichen Fehler stellen nur die eigentlichen Beobachtungsfehler dar, tragen aber der Unsicherheit der an γ_r angebrachten Reduction und den localen Unterschieden keine Rechnung. Bei der verhältnissmässig guten Uebereinstimmung der drei Werthe ist daher am besten das einfache Mittel

$$\gamma = 0{,}295$$

als die in Milligrammen ausgedrückte Abnahme des Gewichtes von einem Kilogramm durch eine Erhebung um ein Meter für das Grundstück der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt anzunehmen.

Dieser Werth stimmt mit dem von Herrn Thiesen für Breteuil gefundenen $\gamma = 0{,}309$[1]) sehr nahe überein.

[1]) Siehe die Anm. auf S. 199.

OPTISCHES
DREHUNGSVERMÖGEN
DES QUARZES
FÜR NATRIUMLICHT

VON

E. GUMLICH

INHALTSVERZEICHNISS.

1. Zweck der Arbeit.

Bekanntlich verwendet man zur Prüfung der Angaben der in der Technik gebrauchten Polarisationsapparate zumeist Quarzplatten, welche aus einem optisch vollkommen reinen Krystallstück möglichst genau senkrecht zur Hauptaxe geschnitten und planparallel geschliffen sein müssen. Derartige Platten sollten unter Berücksichtigung der Aenderung, welche die Drehung der Polarisationsebene des Lichtes in Folge von Temperaturschwankungen erleidet, bei gleicher Dicke stets identische Angaben liefern.

Neuerdings wurden nun aus den Kreisen der Technik und der Industrie vielfach Klagen über die Unzuverlässigkeit der Angaben dieser Normal-Quarzplatten erhoben, welche nicht ohne Weiteres als ungerechtfertigt von der Hand gewiesen werden durften, da umfangreichere systematische Untersuchungen über das Drehungsvermögen derartiger Krystalle, die unter Umständen auf ganz verschiedenem Urgestein entstanden sein können, bisher nicht vorliegen.[1]) Als daher auf Grund der grossen Bedeutung der Zuckerindustrie für Deutschland an die Physikalisch-Technische Reichsanstalt das Ersuchen gerichtet wurde, auch die Polarisationsapparate einer Prüfung und Beglaubigung zu unterziehen, erschien es zweckmässig, neben anderen Vorarbeiten hauptsächlich die Lösung der Frage anzustreben, „ob eine beliebige Anzahl vorschriftsmässig hergestellter Quarzplatten von möglichst verschiedener Dicke und möglichst verschiedenen Fundorten für eine bestimmt definirte Lichtart und eine bestimmte Temperatur stets die gleiche Drehung pro Millimeter Dicke ergiebt, und wie gross diese Drehung ist“. Als leicht zugängliche, für die Anwendung bequeme und doch hinreichend genau definirte Lichtart wurde das Natriumlicht gewählt.

[1]) Vergl. Soret et Sarasin: „Sur la polarisation rotatoire du quartz“, Genève 1882, S. 59: La constance de la rotation dans tous les échantillons n'est pas demontrée. Ferner

Lippich: „Ueber die Vergleichbarkeit polarimetrischer Messungen“, Zeitschr. f. Instrk. 12, S. 336; 1892: „Man wird .... die Aenderung der Drehung mit dem Fundorte zu berücksichtigen haben.“

Abweichungen von der normalen Drehung können nun hauptsächlich durch zwei verschiedene Ursachen hervorgebracht werden:

1. durch die verschiedene Beschaffenheit der drehenden Substanz,
2. durch eine fehlerhafte Bearbeitung der aus homogenem Material hergestellten Platten.

2. Untersuchung der optischen Reinheit der Platten.

Zwillingsbildungen. — Was den ersten Punkt betrifft, so muss bekanntlich das zu den Platten zu verwendende Material einer sorgfältigen Prüfung auf seine optische Reinheit unterworfen werden. Nur äusserst selten werden nämlich Bergkrystalle gefunden, welche von jeder Zwillingsbildung frei sind, und doch sind nur diese als optisch rein zu bezeichnen. Die Zwillingsbildungen treten nun auf als Verwachsungen von gleich oder entgegengesetzt drehenden Individuen, und bei gut erhaltenen Krystallen ist es nicht selten leicht, die Art der Zwillingsbildung schon durch äussere Merkmale zu erkennen. Jeder einfache Krystall darf nämlich nur an den drei abwechselnden Kanten des hexagonalen Prismas Trapezflächen zeigen, während jede unregelmässige Trapezfläche an einer oder mehreren anderen Kanten eine Durchdringung von Individuen entgegengesetzter Rotation anzeigt.[1]) Aber auch schon ein streifiges Aussehen der Seitenflächen, das Vorhandensein matter und blanker Stellen u. dgl. m. deutet auf Zwillingsbildungen hin; ja es giebt sogar Zwillinge, die sich äusserlich scheinbar in nichts von einfachen Krystallen unterscheiden und erst durch die Untersuchung der optischen Eigenschaften als Zwillinge erkannt werden. Allerdings lassen sich aber auch bei ausgesprochenen Zwillingskrystallen, wenn sie nur hinreichend gross sind, meist einzelne Stellen finden, bei welchen das durch die krystallographische Hauptaxe gekennzeichnete Hauptindividuum nicht mehr mit Zwillingsbildungen durchsetzt ist, und gerade diese Stellen hat der Mechaniker für optische Zwecke sorgfältigst auszusuchen. Diese Aufgabe wird aber praktisch noch durch den Umstand erschwert, dass die zu optischen Zwecken hauptsächlich verarbeiteten Brasilianer Quarze nicht als wohlausgebildete Krystalle mit äusserlich erkennbaren Axen, sondern zumeist als Gerölle in den Handel kommen, so dass die Richtung der optischen Axe, welche bekanntlich mit der krystallographischen Hauptaxe zusammenfällt, erst durch mehrfache Probeschnitte aufgesucht werden muss.

Mangelhafte optische Reinheit der Platten macht sich, wenn die Zwillingsbildungen nur an wenigen, vereinzelten Stellen auftreten, dadurch geltend,

[1]) Vergl.: Descloizeaux: Mémoire sur la cristallisation et la structure intérieure du quartz. Ann. de chim. et de phys. (3) 45; 1855.

dass diese Stellen bei den Messungen der Drehung mittels des Halbschattenapparats hell hervortreten bez. ein wolkiges Aussehen des Gesichtsfeldes hervorbringen, was selbstverständlich die Sicherheit der Einstellung wesentlich beeinträchtigt. Bei vollständig unreinen Platten, wo die Zwillingsbildungen die ganze Platte durchsetzen, ist eine Messung überhaupt unmöglich, da bei jeder Stellung des analysirenden Nicols noch eine bedeutende Menge Licht durchgelassen wird. Diese Erscheinung wird stets eintreten müssen, wenn zwei oder mehrere Krystallindividuen derart verwachsen sind, dass ihre Hauptaxen eine gewisse Neigung gegen einander besitzen, da alsdann neben der Drehung der Polarisationsebene auch noch Doppelbrechung auftritt, und zwar ist es in diesem Falle offenbar einerlei, ob die Zwillinge aus gleich- oder entgegengesetzt drehenden Individuen bestehen. Bei den letzteren können übrigens die optischen Axen sogar vollständig zusammenfallen, ohne dass dadurch eine aus solchem Material geschnittene Platte brauchbar wäre, da die entgegengesetzt drehenden Krystallmoleküle wohl nie in Schichten gleicher Dicke angeordnet sein dürften.

Nörremberg's Polarisationsapparat. — Zum Erkennen der Zwillingsbildungen bedient man sich wohl meistens des Nörremberg'schen Polarisationsapparates für reflectirtes Licht. Bei diesem wird durch eine geneigte Glasplatte das diffuse Licht des Himmels senkrecht nach unten auf einen horizontalen Spiegel reflectirt und gleichzeitig theilweise polarisirt. Vom Spiegel zurückgeworfen, durchsetzt das Licht die Glasplatte sowie ein über derselben befindliches Nicol'sches Prisma und gelangt in das Auge des Beobachters. Stellt man nun das Nicol auf Dunkelheit ein und legt eine senkrecht zur optischen Axe geschnittene Quarzplatte auf den Spiegel, so tritt keinerlei Färbung auf, wenn die Platte vollständig frei von Zwillingsbildungen ist, denn die Rotationsdispersion, welche das Licht beim Passiren der Quarzplatte auf dem Hinwege erleidet, wird auf dem Rückwege genau wieder aufgehoben. Dies ist dagegen nicht mehr der Fall, wenn die Platte Zwillingsbildungen enthält, deren optische Axen nicht mit derjenigen des Hauptkrystalls zusammenfallen; derartige Stellen erscheinen dann lebhaft, und, je nach der Dicke und der Axenrichtung der Zwillingsindividuen, verschieden gefärbt. (In der Technik werden deshalb solche Platten als bunte bezeichnet.) Würde die Hauptaxe der Zwillingskrystalle mit der Hauptaxe des Hauptkrystalls vollständig zusammenfallen, so würde offenbar eine Farbenerscheinung nicht eintreten können; thatsächlich befindet sich in der Sammlung der Königlichen Bergacademie zu Berlin eine senkrecht zur Axe geschnittene Quarzplatte, in deren Innerem, schon dem blossen Auge deutlich sichtbar, die Umrisse eines Zwillingskrystalls durch kleine Bläschen scharf markirt sind; gleichwohl erscheint auch an dieser Stelle die Platte

im polarisirten Lichte vollständig farblos. Im Allgemeinen werden jedoch derartige Fälle nur äusserst selten vorkommen, und die Beobachtung mit dem Nörremberg'schen Apparate darf als hinreichend genaues Mittel zum Erkennen der Unreinheiten einer Quarzplatte angesehen werden.

Selbstverständlich wurden alle in der Reichsanstalt verwendeten Platten vor der Messung der Drehung nach dieser Methode genau untersucht; um jedoch sicher zu gehen, prüfte man sie auch noch nach der Töpler'schen Schlierenmethode.[1])

Töpler's Schlierenapparat. — Der Schlierenapparat wurde nur provisorisch aus einzelnen Theilen verschiedener Instrumente zusammengestellt, so dass die grösstmögliche Empfindlichkeit nicht erwartet werden durfte; nichtsdestoweniger befriedigten die Resultate doch vollständig, da auch kleine Mängel in der Homogenität der Platten, welche bei der Anwendung des Nörremberg'schen Apparats nicht mehr hervortraten, deutlich zur Geltung kamen.

Von dem Spalte des einem grossen Spectrometer entnommenen Collimators *B* (Fig. 1), welcher mit Zirconlicht im Linnemann'schen Knall-



Fig. 1.

gasgebläse intensiv beleuchtet wurde, entwarf man in 5—7 m Entfernung ein scharfes Bild und fing dasselbe mit einem grossen Diaphragma *D* auf, dessen Oeffnung durch zwei mikrometrisch verschiebbare, sehr genau gearbeitete Backen begrenzt wurde. Das hinter dem Diaphragma stehende, gut achromatische Fernrohr *E*, welches scharf auf die Linse *O* des Collimators eingestellt wurde, diente zum Beobachten. Wenn nun der Spalt von *D* der Seitenkante des von *F* entworfenen Bildes genau parallel gestellt ist, so wird beim Verschieben des einen Backens von *D* über das Bild des

[1]) Töpler, Poggend. Ann. **127**, S. 556 und **131**, S 33. Vergl. auch Kundt, Wied. Ann. **20**, S. 688.

Spaltes hinweg die Linse O, die ursprünglich ungemein hell erleuchtet erschien, allmählich immer dunkler werden, bis schliesslich, wenn die Kante des Backens genau mit der Seitenkante des Bildes zusammenfällt, ein plötzlicher Uebergang zu fast vollständiger Dunkelheit stattfindet. Dieselbe Erscheinung zeigt sich auch, wenn man dicht vor die Collimatorlinse O eine planparallele Platte C setzt, die vollständig schlierenfrei ist. Befinden sich dagegen in der Platte Schlieren, d. h. Stellen, welche einen von ihrer Umgebung etwas abweichenden Brechungsquotient besitzen, so erleiden an diesen Stellen die Lichtstrahlen eine Ablenkung und gelangen zum Theile am Rande des Backens vorbei in das Fernrohr; in Folge dessen werden sich diese Stellen von dem dunkelen Grunde deutlich hell abheben. Bei der verhältnissmässig grossen Entfernung zwischen O und D wird eine solche Erscheinung schon durch eine ungemein kleine Aenderung des Brechungsquotienten hervorgerufen; beispielsweise zeigten sich bei obiger Anordnung die in Folge der Erwärmung auftretenden Dichteänderungen der Luft ganz deutlich, wenn man unterhalb von O den Finger langsam vorbeiführte. Da nun beim Quarz der Brechungsquotient der ausserordentlichen Strahlen von der Richtung der Hauptaxe abhängt, so liess sich erwarten, dass bei dieser Untersuchungsmethode auch ganz geringe Verunreinigungen durch Zwillingsbildungen deutlich hervortreten würden. Thatsächlich ergab es sich auch, dass von den vorhandenen Platten nur wenige als absolut homogen angesehen werden durften; andererseits aber waren die Unreinheiten der meisten anderen offenbar nur sehr gering, abgesehen von einer einzigen Platte, die leider von der weiteren Untersuchung vollständig ausgeschlossen werden musste. Es mag noch erwähnt werden, dass es sich als praktisch erwies, zwischen das leuchtende Zirconscheibchen und den Collimatorspalt eine schwach mattirte Glasplatte einzuschieben, wodurch eine sehr gleichmässige Beleuchtung der vorgesetzten Quarzplatten erzielt wurde. Die letzteren waren so auf einem Stative befestigt, dass sie in ihrer Ebene um 360° gedreht werden konnten, so dass bei irgend einer Stellung der Platte die etwa abgelenkten Strahlen jedenfalls in das Fernrohr gelangen mussten. Der schwach sphärischen oder keilförmigen Beschaffenheit mancher Platten wurde natürlich durch Verschieben von Diaphragma und Beobachtungsfernrohr nach vorn oder nach der Seite Rechnung getragen.

3. Beschaffung von Platten verschiedener Fundorte.

Die definitive Erledigung der oben schon berührten Frage, ob auch Quarze, welche auf verschiedenem Muttergestein entstanden sind, genau das gleiche Drehungsvermögen besitzen, ist ungemein schwierig. Denn einmal lässt sich der genaue Fundort und das Muttergestein grösserer im Handel

vorkommender Stücke wohl nur selten mit vollkommener Sicherheit bestimmen. Sodann aber werden bekanntlich nur in verhältnissmässig wenigen Exemplaren optisch vollkommen reine Stellen gefunden; dieselben müssen erst durch mühsame und kostspielige Probeschnitte ermittelt werden, so dass die Beschaffung von absolut einwurfsfreiem Material mit unverhältnissmässigen Kosten und grossem Aufwande an Zeit verknüpft gewesen wäre. Durch diese Verhältnisse waren einer umfassenden und nach allen Seiten hin befriedigenden Lösung dieser Frage leider gewisse Schranken gesetzt; indessen dürfte diese nothwendige Beschränkuug für die Technik kaum eine nennenswerthe Bedeutung haben. Der Fundort der Krystalle nämlich, welche für die Technik fast ausschliesslich in Betracht kommen, ist, wie bereits erwähnt, Brasilien, und zwar gelangen diese Krystalle meist in Gestalt von deformirtem Gerölle in den Handel, dessen Ursprung selbstverständlich nicht festgestellt werden kann. Nun ist es bei der Grösse des Fundgebietes gewiss kaum anzunehmen, dass die Mehrzahl dieser Krystalle auf demselben Muttergestein entstanden ist, und je grösser daher die Anzahl der aus verschiedenen brasilianer Krystallen geschnittenen Platten ist, welche übereinstimmende optische Eigenschaften zeigen, mit um so grösserer Wahrscheinlichkeit wird man bei diesem Material überhaupt auf gleiches optisches Drehungsvermögen schliessen dürfen. Der Reichsanstalt standen im Ganzen 21 von der Firma Schmidt und Haensch zu Berlin gelieferte Platten aus brasilianer Quarz von theilweise recht verschiedener Dicke zur Verfügung; dieselben zeigten sämmtlich innerhalb der geringen Beobachtungsfehler das gleiche Drehungsvermögen.

Eine von der Firma Steeg & Reuter zu Homburg bezogene Quarzplatte aus Ceylon war leider so unrein, dass eine Messung der Drehung nicht mit genügender Sicherheit ausgeführt werden konnte.

Der Güte der Herren Prof. Hagenbach, Basel, uud v. Fellenberg, Bern, verdankt die Reichsanstalt die Adressen mehrerer zuverlässiger Mineralienhändler in der Schweiz, von denen Herr Regli in Göschenen eine ganze Anzahl anscheinend recht klarer, grosser und theilweise noch wohlerhaltener Krystalle aus dem Gotthardgebiete zur Auswahl übersandte. Bei fünf derselben wurden Probeschnitte ausgeführt, jedoch nur ein einziger Krystall von ca. 3 kg Schwere lieferte einige brauchbare Stellen, aus denen eine Platte von etwa 2 qcm Fläche und 8 mm Dicke gewonnen werden konnte. Das ganze übrige Material zeigte eigenthümliche, meist senkrecht zu den Seitenflächen der hexagonalen Säule gerichtete Schlierenbildungen, die bereits mit blossem Auge zu erkennen waren und im Nörremberg'schen Apparate ein vollkommen buntes Bild lieferten.

Schliesslich gelangte die Reichsanstalt durch die besondere Freundlich-

keit der Herren Dr. Hauchecorne, Director der Königlichen Bergacademie zu Berlin, und Dr. Scheibe, Docent an derselben Anstalt, in den Besitz zweier Krystalle, welche ein günstiges Resultat zu versprechen schienen, nämlich eines ungemein klaren, beiderseits vollständig ausgebildeten Krystalls aus den Marmorbrüchen von Carrara, und einer ziemlich langen, aber dünnen Quarzsäule von Kimbosan in Kai (Japan), welche von den Herren Dr. J. Reiss und C. v. Fritsch aus den dortigen Quarzschleifereien mitgebracht worden war. Leider erwies sich gerade der besonders rein aussehende Krystall von Carrara als vollständig bunt, während aus dem Japaner Quarze wenigstens eine Platte von 8 mm Dicke gewonnen werden konnte, welche in der Mitte eine etwa 1 qcm grosse, reine Stelle enthielt, während die Randpartieen ebenfalls starke Zwillingsbildungen zeigten.

Sowohl der Schweizer, wie der Japaner Quarz ergaben nahezu das gleiche Drehungsvermögen, wie die brasilianer Quarze (vgl. S. 248).

Sollten die Messungen der Drehung den nothwendigen Grad von Zuverlässigkeit erhalten, so musste auch auf die Herstellung der Platten besondere Sorgfalt verwendet werden, und zwar sind dabei hauptsächlich zwei Bedingungen zu erfüllen: 1. Die Platten sollen möglichst gut planparallel sein, 2. sie sollen möglichst genau senkrecht zur optischen Axe geschliffen sein.

4. Planparallelität der Platten.

In Bezug auf den ersten Punkt konnte das für den technischen Gebrauch hergestellte käufliche Material durchaus nicht genügen, denn bei sämmtlichen derartigen Platten betrug bei einem Durchmesser von 12 bis 15 mm der Dickenunterschied zwischen der dicksten und der dünnsten Stelle 3μ bis 20μ. Nun entspricht aber bei Anwendung von Natriumlicht einem Dickenunterschied von 1μ bereits eine Drehungsänderung von ca. 0°,022 (0° 1' 18''); falls daher nicht stets genau dieselbe Stelle der Quarzplatte in die optische Axe des Polarisationsapparates gebracht wird, was in der Technik ziemlich schwer durchführbar sein dürfte, so werden wiederholte Messungen mit derselben Platte leicht Unterschiede von mehreren hundertel Graden liefern können, eine Grösse, die auch in der Technik bereits in Betracht kommt. Da es nun durchaus nicht ausgeschlossen ist, dass gelegentlich auch noch viel schlechter geschliffene Platten in den Handel kommen, so liegt die Möglichkeit nahe, dass ein Theil der Klagen über die Unzuverlässigkeit des Materials gerade auf die mangelhafte Planparallelität zurückzuführen ist.

Allerdings muss anerkannt werden, dass die Herstellung tadellos guter Platten durchaus keine leichte Aufgabe ist, namentlich, wenn es sich um Platten von kleinem Durchmesser handelt, wie sie gerade in der Technik

verwendet werden. Soll nämlich eine Platte genau senkrecht zur Axe geschliffen werden, so müssen auch die sämmtlichen Krystallstücke, welche rings um die Platte gesetzt werden, um die Oberfläche zu vergrössern und die Sicherheit der Führung beim Schleifen zu vermehren, genau die gleiche Axenrichtung besitzen; andernfalls würde sich, da die Härte des Krystalls in verschiedenen Richtungen zur Hauptaxe verschieden ist, eine Seite rascher abschleifen, als die andere. Hierauf ist auch jedenfalls die Erscheinung zurückzuführen, dass fast sämmtliche Quarzplatten eine schwach keilförmige oder biconvexe Gestalt besitzen.

Solche Platten können natürlich für genaue, absolute Messungen überhaupt nicht verwendet werden. In Folge dessen übernahm es die Firma Schmidt & Hänsch, deren weitgehendes Entgegenkommen mit Dank hervorgehoben werden muss, eine Anzahl möglichst tadelloser Platten von verschiedener Dicke (zwischen 1,2 mm und 10 mm Dicke) und einem Durchmesser von 50—60 mm herzustellen. Von diesen an sich schon recht guten Platten

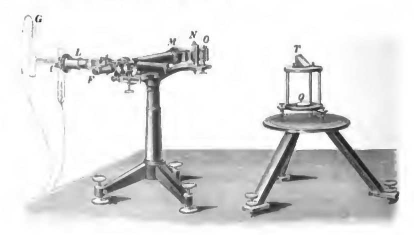


Fig. 2.

wurden mit Hilfe eines optischen Verfahrens die besten Stellen ausgesucht und diese allein zu den Messungen benützt; die Dickenänderung dieser meist 1—2 qcm grossen Stellen betrug dann sicher nicht mehr als etwa 0,5 μ.

Zur Untersuchung der Dickenänderung derartiger Platten empfiehlt sich besonders die Methode der Interferenzen mittels monochromatischen Lichtes. Die hierzu verwendete Vorrichtung ist direct dem Abbe-Fizeau'schen Dilatometer entnommen.

Von der Capillare C der mit Quecksilber gefüllten, H-förmigen Geissler'schen Röhre G (Fig. 2), welche durch einen Rhumkorff'schen Apparat zum Leuchten gebracht wird, wirft man durch die Linse L ein Bild auf ein kleines,

total reflectirendes Prisma P, das sich im Brennpunkte der Linse M befindet. Die parallel austretenden Strahlen werden dann durch die beiden Prismen N und O zerlegt[1]) und mittels eines total reflectirenden Prismas T senkrecht nach unten auf die zu untersuchende Platte Q geworfen. Von dort reflectirt, gelangt das Licht auf demselben Wege zurück und wird mit dem auf die Platte eingestellten kleinen Fernrohre F beobachtet. Sind die einzelnen Theile des Apparats so justirt, dass z. B. gerade das von der grünen Quecksilberlinie ($\lambda = 0{,}000546$ mm) stammende Licht den oben erwähnten Weg durchläuft, so werden sämmtliche übrigen Strahlen die Platte nicht senkrecht treffen und daher nach der Seite reflectirt werden. Die Fizeau'schen Interferenzstreifen, welche die Curven gleicher Dicke bezeichnen, treten dann auch noch bei Platten von mindestens 20 mm Dicke ungemein scharf hervor.[2])

Die Dickenunterschiede an den Stellen der Platte, welche durch zwei benachbarte dunkele Interferenzstreifen markirt sind, betragen nun eine halbe Wellenlänge, also $0{,}273\mu$, und es sind somit diejenigen Stellen der Platte die besten, bei welchen die Interferenzstreifen den grössten Abstand von einander besitzen. Die Dickenänderung zwischen zwei auf einanderfolgenden Interferenzstreifen lässt sich nach dieser Methode allerdings nicht übersehen; wollte man sich davon ein übersichtliches Bild verschaffen, so würde man am einfachsten die Beobachtungsmethode nach Lummer[3]) mit den Haidinger'schen Interferenzringen anwenden, welche überhaupt nur an sehr vollkommen planparallelen Stellen auftreten; dies erschien jedoch in Anbetracht der weitaus grösseren Fehler, welche bei den Bestimmungen der Drehung namentlich in Folge des Temperatureinflusses und bei der absoluten Dickenmessung zu erwarten waren, im vorliegenden Falle unnöthig.

5. Dickenmessung.

Die absolute Dicke der ausgesuchten besten Stellen der Platten wurde auf zwei verschiedene Arten ermittelt: Einmal mittels des Comparators unter Anwendung eines mit feiner Libelle versehenen Fühlhebels und eines Normalmaassstabes, dessen Theilungsfehler genau bekannt waren (diese Messungen

[1]) Die von der Firma Zeiss in Jena direct zu beziehende optische Einrichtung zum Fizeau'schen Apparat ist für den obigen Zweck in so fern noch bequemer eingerichtet, als die beiden Prismen N und O das Licht ohne Weiteres nach unten werfen, so dass also das total reflectirende Prisma T vollständig wegfällt.

[2]) Ist die Dicke so bedeutend, dass diese Quecksilberlinie, welche ebenfalls nicht ganz einfach zu sein scheint, versagt, so kann nach Michelson eine Cadmiumlinie verwendet werden, doch muss dann die Geissler'sche Röhre stark erwärmt werden, während die Quecksilberlinie schon bei sehr geringer Erwärmung intensiv leuchtet.

[3]) O. Lummer, Wied. Ann. 23, S. 49; 1884.

hatte Herr Goepel, Assistent bei der Reichsanstalt, übernommen); sodann auch mittels eines von Bamberg (Friedenau) hergestellten Dickenmessers. Bei diesem wird ein Taster, dessen verticales Führungsgehäuse auf Untersätzen von verschiedener Höhe festgeschraubt werden kann, zunächst auf eine genau plane Unterlage und sodann auf die Oberfläche der zu messenden Platte herabgelassen.

Der Taster trägt eine feine, in 0,2 mm getheilte, genau untersuchte Silberscala, mit Hilfe deren die jeweilige Stellung des Tasters durch ein am Apparat angebrachtes Mikrometermikroskop bis auf 0,1 μ bestimmt werden kann; die Differenz der am Maassstab abgelesenen beiden Werthe giebt direct die Dicke der Platte. Bei Verwendung von verschieden hohen Untersätzen lässt sich die Platte an verschiedenen Stellen der Scala messen, so dass die Unsicherheiten in der Bestimmung der Theilungsfehler-Correctionen im Mittel nicht mehr voll zur Geltung kommen.

Der Mangel, welcher dieser Methode anhaftet, beruht darauf, dass leicht zwischen Platte und Unterlage eine dünne Luftschicht bestehen bleibt, die nur bei sorgfältigster Reinigung beider Theile und starkem Anpressen der Platte vollständig oder doch nahezu beseitigt werden kann; in wie weit dies gelungen ist, lässt sich gegebenen Falls durch das Auftreten der Newtonschen Farbenerscheinungen zwischen Platte und Unterlage prüfen und auch der Grösse nach schätzen. Andrerseits ist es bei den Messungen am Comparator ohne besondere optische Vorrichtungen schwierig, die Platten genau vertical zu stellen. Beide Fehlerquellen werden die Resultate ungefähr gleich stark beeinflussen, die hierdurch hervorgerufenen Fehler übersteigen jedoch wohl in keinem Falle 1 μ. Die Messungen mit dem Dickenmesser wurden bei jeder Platte mindestens an zwei verschiedenen Stellen der Scala (also mit zwei verschieden hohen Untersätzen) vorgenommen. Da die Resultate derselben weder unter einander, noch von den mit dem Comparator erhaltenen systematische Abweichungen zeigten, so wurde das Mittel aus sämmtlichen Messungen bei der Bestimmung des Drehungsvermögens zu Grunde gelegt. Die Abweichungen vom Mittel (vgl. S. 245) erreichen im Maximum noch nicht 2 μ, der wahrscheinliche Fehler des Resultats beträgt im Maximum 0,6 μ. Dies Resultat stimmt auch mit dem Ergebnisse der Ausgleichung der Drehungsbestimmungen recht gut überein.

6. Bestimmung der Lage der Krystallaxe.

Von Wichtigkeit war es weiterhin, den Einfluss zu untersuchen, den eine etwas fehlerhafte Orientirung der Quarzplatte zur Krystallaxe hervorruft, da hierüber nur sehr wenige Versuche vorliegen.

Airy'sche Spirale. — Zur Orientirung der Quarzplatten nach der Axenrichtung bedienen sich die Mechaniker wohl meist noch des bereits von Soleil angegebenen Verfahrens, das auf der Beobachtung der sog. Airy'schen Spirale im convergenten Lichte beruht. Bringt man nämlich beim Nörremberg'schen Apparate (vgl. S. 205) zwischen Glasplatte und Krystallplatte eine Sammellinse an, so treten farbige Spiralen von genau derselben Art auf, wie sie erscheinen, wenn man eine Combination von zwei gleich dicken Quarzen, von denen der eine rechts, der andere links dreht[1]), im durchgehenden convergenten polarisirten Lichte betrachtet. Diese Spiralen erscheinen aber nur dann in den vier Quadranten gleich intensiv gefärbt, wenn die Platte wirklich senkrecht zur Axe geschliffen ist. Zeigt sich die Farbenvertheilung dagegen ungleichmässig, so muss die Platte an einer bestimmten Stelle etwas gekippt werden, bis die Erscheinung das gewünschte Aussehen gewinnt, und man kann somit aus dem Grade der Hebung auf den Winkel schliessen, den die Axenrichtung mit der Plattennormale einschliesst. Dies Verfahren setzt jedoch einerseits eine beträchtliche Uebung in der Beurtheilung des Aussehens der Spirale voraus, und gestattet andrerseits doch kaum, eine grosse Genauigkeit zu erreichen. Thatsächlich ergab es sich, dass die von der Firma Schmidt und Hänsch äusserst sorgfältig geschliffenen Platten mit wenigen Ausnahmen noch mit Axenfehlern von 10'—15' behaftet waren, in einzelnen Fällen waren die Fehler sogar noch wesentlich höher. Auch die Anwendung des Hoffmann'schen bez. Steeg und Reuter'schen Polarisationsmikroskops oder auch des von Hecht[2]) angegebenen Verfahrens dürfte wohl kaum zu genaueren Resultaten führen.

Nun ist bekannt, dass die Drehung der Polarisationsebene dann ein Minimum wird, wenn der Lichtstrahl den Quarz genau in Richtung der optischen Axe durchsetzt. Diese Erscheinung benützten z. B. Soret und Sarasin[3]) zur Justirung ihrer Quarzplatten, und es lag nahe, auch im vorliegenden Falle dasselbe Verfahren zur systematischen Ermittelung der wirklichen Lage der optischen Axe zu verwenden; es wurde zu diesem Zwecke folgender Weg eingeschlagen:

Methode der Minimaldrehung. — Zunächst maass man die Drehung einer Platte in der Normalstellung, bei welcher der Lichtstrahl senkrecht auf die Platte auffällt, in 8 verschiedenen Azimuten (Meridianschnitten), indem man die Platte auf einer Unterlage befestigte, welche in ihrer eigenen Ebene drehbar war; in diesem Falle beschreibt also die Krystallaxe der Platte,

[1]) Vgl. z. B. Neumann, Theoret. Optik. Vorl. 13.
[2]) Hecht, Wied. Ann. 20, S. 426.
[3]) Soret et Sarasin, a. a. O.

hatte Herr Goepel, Assistent bei der Reichsanstalt, übernommen); sodann auch mittels eines von Bamberg (Friedenau) hergestellten Dickenmessers. Bei diesem wird ein Taster, dessen verticales Führungsgehäuse auf Untersätzen von verschiedener Höhe festgeschraubt werden kann, zunächst auf eine genau plane Unterlage und sodann auf die Oberfläche der zu messenden Platte herabgelassen.

Der Taster trägt eine feine, in 0,2 mm getheilte, genau untersuchte Silberscala, mit Hilfe deren die jeweilige Stellung des Tasters durch ein am Apparat angebrachtes Mikrometermikroskop bis auf 0,1 μ bestimmt werden kann; die Differenz der am Maassstab abgelesenen beiden Werthe giebt direct die Dicke der Platte. Bei Verwendung von verschieden hohen Untersätzen lässt sich die Platte an verschiedenen Stellen der Scala messen, so dass die Unsicherheiten in der Bestimmung der Theilungsfehler-Correctionen im Mittel nicht mehr voll zur Geltung kommen.

Der Mangel, welcher dieser Methode anhaftet, beruht darauf, dass leicht zwischen Platte und Unterlage eine dünne Luftschicht bestehen bleibt, die nur bei sorgfältigster Reinigung beider Theile und starkem Anpressen der Platte vollständig oder doch nahezu beseitigt werden kann; in wie weit dies gelungen ist, lässt sich gegebenen Falls durch das Auftreten der Newtonschen Farbenerscheinungen zwischen Platte und Unterlage prüfen und auch der Grösse nach schätzen. Andrerseits ist es bei den Messungen am Comparator ohne besondere optische Vorrichtungen schwierig, die Platten genau vertical zu stellen. Beide Fehlerquellen werden die Resultate ungefähr gleich stark beeinflussen, die hierdurch hervorgerufenen Fehler übersteigen jedoch wohl in keinem Falle 1 μ. Die Messungen mit dem Dickenmesser wurden bei jeder Platte mindestens an zwei verschiedenen Stellen der Scala (also mit zwei verschieden hohen Untersätzen) vorgenommen. Da die Resultate derselben weder unter einander, noch von den mit dem Comparator erhaltenen systematische Abweichungen zeigten, so wurde das Mittel aus sämmtlichen Messungen bei der Bestimmung des Drehungsvermögens zu Grunde gelegt. Die Abweichungen vom Mittel (vgl. S. 245) erreichen im Maximum noch nicht 2 μ, der wahrscheinliche Fehler des Resultats beträgt im Maximum 0,6 μ. Dies Resultat stimmt auch mit dem Ergebnisse der Ausgleichung der Drehungsbestimmungen recht gut überein.

6. Bestimmung der Lage der Krystallaxe.

Von Wichtigkeit war es weiterhin, den Einfluss zu untersuchen, den eine etwas fehlerhafte Orientirung der Quarzplatte zur Krystallaxe hervorruft, da hierüber nur sehr wenige Versuche vorliegen.

Airy'sche Spirale. — Zur Orientirung der Quarzplatten nach der Axenrichtung bedienen sich die Mechaniker wohl meist noch des bereits von Soleil angegebenen Verfahrens, das auf der Beobachtung der sog. Airy'schen Spirale im convergenten Lichte beruht. Bringt man nämlich beim Nörremberg'schen Apparate (vgl. S. 205) zwischen Glasplatte und Krystallplatte eine Sammellinse an, so treten farbige Spiralen von genau derselben Art auf, wie sie erscheinen, wenn man eine Combination von zwei gleich dicken Quarzen, von denen der eine rechts, der andere links dreht[1]), im durchgehenden convergenten polarisirten Lichte betrachtet. Diese Spiralen erscheinen aber nur dann in den vier Quadranten gleich intensiv gefärbt, wenn die Platte wirklich senkrecht zur Axe geschliffen ist. Zeigt sich die Farbenvertheilung dagegen ungleichmässig, so muss die Platte an einer bestimmten Stelle etwas gekippt werden, bis die Erscheinung das gewünschte Aussehen gewinnt, und man kann somit aus dem Grade der Hebung auf den Winkel schliessen, den die Axenrichtung mit der Plattennormale einschliesst. Dies Verfahren setzt jedoch einerseits eine beträchtliche Uebung in der Beurtheilung des Aussehens der Spirale voraus, und gestattet andrerseits doch kaum, eine grosse Genauigkeit zu erreichen. Thatsächlich ergab es sich, dass die von der Firma Schmidt und Hänsch äusserst sorgfältig geschliffenen Platten mit wenigen Ausnahmen noch mit Axenfehlern von 10'—15' behaftet waren, in einzelnen Fällen waren die Fehler sogar noch wesentlich höher. Auch die Anwendung des Hoffmann'schen bez. Steeg und Reuter'schen Polarisationsmikroskops oder auch des von Hecht[2]) angegebenen Verfahrens dürfte wohl kaum zu genaueren Resultaten führen.

Nun ist bekannt, dass die Drehung der Polarisationsebene dann ein Minimum wird, wenn der Lichtstrahl den Quarz genau in Richtung der optischen Axe durchsetzt. Diese Erscheinung benützten z. B. Soret und Sarasin[3]) zur Justirung ihrer Quarzplatten, und es lag nahe, auch im vorliegenden Falle dasselbe Verfahren zur systematischen Ermittelung der wirklichen Lage der optischen Axe zu verwenden; es wurde zu diesem Zwecke folgender Weg eingeschlagen:

Methode der Minimaldrehung. — Zunächst maass man die Drehung einer Platte in der Normalstellung, bei welcher der Lichtstrahl senkrecht auf die Platte auffällt, in 8 verschiedenen Azimuten (Meridianschnitten), indem man die Platte auf einer Unterlage befestigte, welche in ihrer eigenen Ebene drehbar war; in diesem Falle beschreibt also die Krystallaxe der Platte,

[1]) Vgl. z. B. Neumann, Theoret. Optik. Vorl. 13.
[2]) Hecht, Wied. Ann. 20, S. 426.
[3]) Soret et Sarasin, a. a. O.

falls sie nicht vollständig mit der Plattennormale zusammenfällt, einen Kegelmantel. Sodann wurde die Platte mit ihrer Unterlage aus ihrer Normalebene heraus um eine verticale Achse um 10' nach rechts und um 10' nach links gedreht, sodass also nunmehr die Plattennormale mit dem einfallenden Lichtstrahl einen Winkel von 10' einschloss, und wieder beobachtete man die Drehung der Polarisationsebene in 8 verschiedenen Azimuten der Platte. In gleicher Weise verfuhr man nach Drehung der Platte mit ihrer Unterlage um 20', 30', 40' . . . nach rechts und nach links, und es liess sich erwarten, dass sich durch Vergleichung der Drehungswerthe der Polarisationsebene für die verschiedenen Azimute bei den verschiedenen Lagen der Platte zwei nahezu entsprechende Minimalwerthe ergeben würden, aus welchen dann auf die wirkliche Axenrichtung geschlossen werden konnte. Dies an sich sehr mühsame Verfahren führte jedoch nicht zum Ziele. Wollte man nämlich darauf rechnen, bei dem jedenfalls nur geringen Axenfehler erhebliche Abweichungen im Drehungswerthe für die verschiedenen Stellungen der Platte zu erzielen, so musste man schon verhältnissmässig dicke Platten verwenden; bei diesen ist aber der Temperaturausgleich offenbar ein sehr langsamer, und die hiervon herrührenden Fehler scheinen die Fehler, welche auf eine etwas unrichtige Orientirung der Axe zurückzuführen sind, zu überwiegen. Es musste deshalb eine andere Methode zur Bestimmung der Axenlage aufgesucht werden; dies gelang auf folgendem Wege.

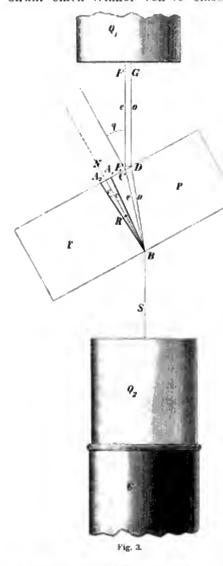


Fig. 3.

Methode mit Hilfe von Interferenzstreifen. — Wir nehmen zunächst an, zwischen den beiden Nicols Q_1 und Q_2 (Fig. 3), deren Hauptschnitte senkrecht zu einander stehen, sei eine optisch einaxige Krystallplatte P

eingeschaltet, welche nur die Erscheinung der Doppelbrechung, nicht aber diejenige der Drehung der Polarisationsebene zeigt, und zwar möge die optische Axe der Platte genau mit der Plattennormale zusammenfallen. Auf das Nicol Q_1 möge nahezu paralleles, monochromatisches Licht fallen, hinter dem Nicol Q_2 befinde sich das Beobachtungsfernrohr U. Vergrössert man nun den Einfallswinkel φ des Lichtes allmählich, indem man die Platte um eine verticale, durch B gehende Achse dreht, so wird man bei einem bestimmten Einfallswinkel das Gesichtsfeld von einem starken, dunkelen Interferenzstreifen durchzogen finden. Derselbe wird dadurch hervorgerufen, dass der ordentliche Theil DB des Strahles GD und der ausserordentliche Theil CB des Strahles FC sich gegenseitig vernichten. Dreht man nun die Platte in ihrer eigenen Ebene um die Plattennormale als Axe, so bleibt in diesem Falle, da die Krystallaxe mit der Plattennormale zusammenfällt, die Richtung der ausserordentlichen Strahlen vollkommen unverändert; in Folge dessen wird auch der anvisirte Interferenzstreifen bei dieser Drehung der Platte seine Lage unverändert beibehalten.

Dies ist jedoch nicht mehr der Fall, wenn die Krystallaxe mit der Plattennormale, um welche die Drehung stattfindet, einen kleinen Winkel ν einschliesst. Dann beschreibt nämlich die optische Achse bei der Drehung einen Kegelmantel mit dem Oeffnungswinkel 2ν, und da die Richtung des ausserordentlichen gebrochenen Strahls von der jeweiligen Richtung der Axe abhängt, so ändert sich während der Drehung der Platte fortwährend der Gangunterschied der interferirenden Strahlen. In Folge dessen wird sich bei der Drehung der Platte um 360° der Interferenzstreifen von der einen Seite des Gesichtsfeldes nach der anderen Seite hin verschieben und wieder zur ursprünglichen Lage zurückkehren. Es ist leicht zu übersehen, dass den beiden extremen Lagen des Streifens diejenige Stellung der Axe entspricht, bei welchen der ausserordentliche und der ordentliche Strahl den kleinsten bezw. grössten Winkel mit einander bilden, bei welchen also mit anderen Worten der ordentliche, der ausserordentliche Strahl und die optische Axe in der Horizontalebene (der Ebene der Zeichnung) liegen. Will man andererseits einen anvisirten Interferenzstreifen trotz der Drehung der Platte um die Normale an der Stelle des Fadenkreuzes im Fernrohre festhalten, so hat man gleichzeitig stets den Einfallswinkel φ des Lichtes zu ändern. Hierdurch erhält man zwei Grenzwerthe φ_1 und φ_2 des Einfallswinkels, welche den beiden Lagen der optischen Achse in der Einfallsebene des Lichts entsprechen. Aus der Differenz dieser Werthe φ_1 und φ_2, die mit grosser Genauigkeit gemessen werden kann, lässt sich nun der Achsenwinkel ν rechnerisch bestimmen.

Zu diesem Zwecke entwickeln wir zunächst die Bedingungen für die

Interferenz des ausserordentlichen und des ordentlichen Strahls in dem Falle, wo die Krystallaxe mit der Plattennormale zusammenfällt.[1])

Die beiden parallelen Strahlen GD und FC (Fig. 3) mögen unter dem Einfallswinkel φ auf die Platte treffen, wo sie sich in je zwei Strahlen spalten, von denen der zu GD gehörige ordentliche Strahl (o) den Weg DBS verfolgt, während der zu FC gehörige ausserordentliche Strahl (e) den Weg CBS einschlägt; es ist nun die Phasendifferenz zu bestimmen, welche beide Strahlen im Punkte B besitzen. Legen wir zu diesem Zwecke durch D eine Ebene senkrecht zum Strahle GD, welche den Strahl FC in E schneidet, und bezeichnen mit σ_o und σ_e die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des ordentlichen bez. des ausserordentlichen Strahls im Krystall, mit v die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in der Luft und mit T die Schwingungsperiode, so erhalten wir als Phasendifferenz im Punkte B:

$$1. \quad \delta = \frac{2\pi}{T}\left[\frac{EC}{v} + \frac{CB}{\sigma_e} - \frac{DB}{\sigma_o}\right]$$

Nennen wir ferner ψ_o und ψ_e die Winkel, welche der ordentliche bez. ausserordentliche Strahl mit der Plattennormale einschliesst, und d die Dicke der Platte, so ist

$$EC = \sin\varphi \,.\, CD = \sin\varphi \,.\, d\,(\operatorname{tg}\psi_o - \operatorname{tg}\psi_e);$$

$$CB = \frac{d}{\cos\psi_e}\;;\quad DB = \frac{d}{\cos\psi_o}\,.$$

Unter Berücksichtigung dieser Werthe finden wir

$$\delta = \frac{2\pi d}{T}\left[\frac{\sin\varphi\,(\operatorname{tg}\psi_o - \operatorname{tg}\psi_e)}{v} + \frac{1}{\sigma_e\cos\psi_e} - \frac{1}{\sigma_o\cos\psi_o}\right]$$

$$= \frac{2\pi d}{T}\left[\frac{1}{\cos\psi_o}\left(\frac{\sin\varphi\sin\psi_o}{v} - \frac{1}{\sigma_o}\right) + \frac{1}{\cos\psi_e}\left(\frac{1}{\sigma_e} - \frac{\sin\varphi\sin\psi_e}{v}\right)\right]$$

Wir führen nun für die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten σ_o und σ_e des ordentlichen und des ausserordentlichen Strahls die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten o und e der zu diesen Strahlen gehörigen Wellenebenen ein. Da der ordentliche Strahl mit der Normale der zugehörigen Wellenebene zusammenfällt, so ist $\sigma_o = o$. Nennen wir ferner die Winkel, welche die Wellennormalen des ordentlichen und des ausserordentlichen Strahls mit der Plattennormale einschliessen, φ_o bezw φ_e, so ist der Winkel zwischen dem ausserordentlichen Strahl und der Wellennormale $\varphi_e - \psi_e$, und somit wird

$$2. \quad \sigma_e = \frac{e}{\cos(\varphi_e - \psi_e)}\,.$$

Berücksichtigen wir ferner die Brechungsgesetze

$$3. \quad \frac{\sin\varphi}{\sin\varphi_o} = \frac{\sin\varphi}{\sin\psi_o} = \frac{v}{o}\;;\quad \frac{\sin\varphi}{\sin\varphi_e} = \frac{v}{e}\,,$$

[1]) Vgl. Neumann, theoret. Optik, Vorl. 12.

so geht die Formel für die Phasendifferenz über in

$$\delta = \frac{2\pi d}{T}\left[\frac{1}{\cos\varphi_o}\left(\frac{\sin^2\varphi_o}{a} - \frac{1}{a}\right) + \frac{1}{\cos\psi_e}\left(\frac{\cos(\varphi_e - \psi_e)}{e} - \frac{\sin\varphi_e \sin\psi_e}{e}\right)\right]$$

$$= \frac{2\pi d}{T}\left[\frac{\cos\varphi_e}{e} - \frac{\sin\varphi_o}{a}\right],$$

oder, in Folge der Gleichungen (3) und der Beziehung $Tv = \lambda$, wo λ die Wellenlänge des Lichts bezeichnet,

$$\delta = \frac{2\pi d}{\lambda}\left[\frac{\cos\varphi_e \sin\varphi}{\sin\varphi_e} - \frac{\cos\varphi_o \sin\varphi}{\sin\varphi_o}\right],$$

oder

$$4 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \delta = \frac{2\pi d}{\lambda}\,\frac{\sin\varphi \sin(\varphi_o - \varphi_e)}{\sin\varphi_o \sin\varphi_e}.$$

Nun lässt sich setzen

$$\sin(\varphi_o - \varphi_e) = \frac{\sin^2\varphi_o - \sin^2\varphi_e}{\sin(\varphi_o + \varphi_e)};$$

hierbei ist nach (3)

$$\sin^2\varphi_o = \frac{a^2}{v^2}\sin^2\varphi; \quad \sin^2\varphi = \frac{e^2}{v^2}\sin^2\varphi.$$

Weiter kann man die Fortpflanzungsgeschwindigkeit e der zum ausserordentlichen Strahle gehörigen Wellenebene als Function ihrer Neigung φ_e gegen die optische Axe ausdrücken; es ist nämlich[1])

$$5. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad e^2 = a^2\cos^2\varphi_e + c^2\sin^2\varphi_e = a^2 - (a^2 - c^2)\sin^2\varphi_e,$$

wenn man unter a und c die Geschwindigkeit der ausserordentlichen Welle in Richtung der optischen Axe bez. senkrecht dazu versteht. Führt man diese Werthe ein, so ergiebt sich schliesslich

$$6 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \delta = \frac{2\pi d}{\lambda}\left(\frac{a^2 - c^2}{v^2}\right)\frac{\sin^3\varphi \sin\varphi_e}{\sin\varphi_o \sin(\varphi_o + \varphi_e)}.$$

Diese Phasendifferenz muss $= 2m\pi$ sein, wenn kein Licht in unser Auge gelangen soll, d. h. wenn wir einen Interferenzstreifen erblicken.

Wir gehen nun zu dem Falle über, wo die Krystallaxe nicht mehr genau mit der Plattennormale zusammenfällt, sondern einen Winkel ν mit derselben einschliesst. Soll dann bei einer Drehung der Platte in ihrer Ebene der Interferenzstreifen stets mit dem Fadenkreuze des Fernrohrs zusammenfallen, so hat man, wie oben erwähnt, gleichzeitig auch den Einfallswinkel φ zu ändern. Die beiden Grenzwerthe φ_1 und φ_2 entsprechen den Lagen BA_1 bezw. BA_2 der Axe in der Einfallsebene, für welche der Einfallswinkel ein Maximum bez. Minimum wird. Bei der Berechnung der Phasendifferenz zwischen dem ausserordentlichen und dem ordentlichen

[1]) Vgl. Neumann, theoret. Optik Vorl. 10.

Strahl bleiben die Formeln der obigen Entwickelung ungeändert bis zu Formel (4). Dagegen tritt an Stelle von (5):

$$7. \quad \ldots\ldots \quad e^2 = a^2 - (a^2 - c^2)\sin^2(\varphi_e \mp \nu).$$

Demnach wird

$$\sin^2\varphi_{e_1} = \frac{\sin^2\varphi_1}{v^2}\left[a^2 - (a^2 - c^2)\sin^2(\varphi_{e_1} - \nu)\right],$$

und

$$\sin^2\varphi_{e_2} = \frac{\sin^2\varphi_2}{v^2}\left[a^2 - (a^2 - c^2)\sin^2(\varphi_{e_2} + \nu)\right],$$

wenn wir mit dem Index 1 bezw. 2 andeuten, dass die betreffenden Grössen zu den Strahlen vom Einfallswinkel φ_1 bez. φ_2 gehören. Wir erhalten dann:

$$\sin(\varphi_{o_1} - \varphi_{e_1}) = \frac{\sin^2\varphi_1}{v^2}\frac{[(a^2 - c^2)\sin^2(\varphi_{e_1} - \nu)]}{\sin(\varphi_{o_1} + \varphi_{e_1})};$$

$$\sin(\varphi_{o_2} - \varphi_{e_2}) = \frac{\sin^2\varphi_2}{v^2}\frac{[(a^2 - c^2)\sin^2(\varphi_{e_2} + \nu)]}{\sin(\varphi_{o_2} + \varphi_{e_2})},$$

und demnach

$$8. \quad \ldots\ldots \quad \left|\begin{array}{l} \delta_1 = \frac{2\pi d}{\lambda}\left(\frac{a^2 - c^2}{v^2}\right)\frac{\sin^3\varphi_1 \sin^2(\varphi_{e_1} - \nu)}{\sin\varphi_{o_1}\sin\varphi_{e_1}\sin(\varphi_{o_1} + \varphi_{e_1})}; \\ \delta_2 = \frac{2\pi d}{\lambda}\left(\frac{a^2 - c^2}{v^2}\right)\frac{\sin^2\varphi_2 \sin^2(\varphi_{e_2} + \nu)}{\sin\varphi_{o_2}\sin\varphi_{e_2}\sin(\varphi_{o_2} + \varphi_{e_2})}. \end{array}\right.$$

Diese beiden Phasendifferenzen sind einander gleich, denn sie entsprechen demselben dunkeln Interferenzstreifen; setzen wir also auch die rechten Seiten der beiden Gleichungen (8) einander gleich, so lässt sich hieraus eine Beziehung zwischen dem Axenwinkel ν und den beiden Einfallswinkeln φ_1 und φ_2 entwickeln; es gilt somit

$$9. \quad \ldots \quad \frac{\sin^3\varphi_1 \sin^2(\varphi_{e_1} - \nu)}{\sin\varphi_{e_1}\sin\varphi_{o_1}\sin(\varphi_{e_1} + \varphi_{o_1})} = \frac{\sin^3\varphi_2 \sin^2(\varphi_{e_2} + \nu)}{\sin\varphi_{e_2}\sin\varphi_{o_2}\sin(\varphi_{e_2} + \varphi_{o_2})}.$$

Zur Vereinfachung setzen wir in dieser Formel $\varphi_{e_1} = \varphi_{o_1}$; $\varphi_{e_2} = \varphi_{o_2}$. Der Fehler, der hiedurch begangen wird, beträgt höchstens einige Secunden, denn einerseits unterscheiden sich die Winkel φ_1 und φ_2, falls es sich um mässige Axenfehler handelt, nur um geringe Grössen, andrerseits aber beeinflusst der begangene Fehler beide Seiten der Gleichung (9) nahezu gleich stark (eine numerische Berechnung des Fehlers bietet übrigens für den speciellen Fall keinerlei Schwierigkeiten). Damit geht aber die Formel (9) über in:

$$\frac{\sin^3\varphi_1 \sin^2(\varphi_{o_1} - \nu)}{\sin^2\varphi_{o_1}\sin(2\varphi_{o_1})} = \frac{\sin^3\varphi_2 \sin^2(\varphi_{o_2} + \nu)}{\sin^2\varphi_{o_2}\sin(2\varphi_{o_2})},$$

oder, unter Berücksichtigung von $\sin\varphi_{o_1} = \frac{\sin\varphi_1}{n_o}$, $\sin\varphi_{o_2} = \frac{\sin\varphi_2}{n_o}$, worin n_o den Brechungsexponent des ordentlichen Strahles bezeichnet,

$$\frac{\sin^2(\varphi_{o_1} - \nu)}{\sin^2(\varphi_{o_2} + \nu)} = \frac{\sin\varphi_2 \sin(2\varphi_{o_1})}{\sin\varphi_1 \sin(2\varphi_{o_2})} = \frac{\cos\varphi_{o_1}}{\cos\varphi_{o_2}}.$$

und somit

$$9a. \ldots \frac{\sin(\varphi_{o_1} - \nu)}{\sin(\varphi_{o_2} + \nu)} = \sqrt{\frac{\cos\varphi_{o_1}}{\cos\varphi_{o_2}}} = 1 - \epsilon;$$

hier bedeutet ϵ eine kleine, positive Grösse. Hieraus folgt weiter

$$\sin(\varphi_{o_1} - \nu) = \sin(\varphi_{o_2} + \nu) - \epsilon \sin(\varphi_{o_2} + \nu).$$

Nun ist wegen des kleinen Factors ϵ das zweite Glied der rechten Seite sehr klein im Verhältniss zum ersten Gliede; wir werden also nur einen verschwindend kleinen Fehler begehen, wenn wir die kleine Grösse ν unter dem sin-Zeichen unterdrücken und setzen

$$\sin(\varphi_{o_1} - \nu) = \sin(\varphi_{o_2} + \nu) - \epsilon \sin\varphi_{o_2}.$$

Entwickeln wir ferner die sin der beiden ersten Glieder und dividiren die ganze Gleichung durch $\cos\nu$, ersetzen ferner bei dem kleinen Correctionsgliede $\epsilon \sin\varphi_{o_2}$ den Werth von $\cos\nu$ durch 1 (was bei der geringen Grösse von ν und von ϵ gestattet ist) so finden wir

$$\operatorname{tg}\nu = \frac{\sin\varphi_{o_1} - \sin\varphi_{o_2}}{\cos\varphi_{o_1} + \cos\varphi_{o_2}} + \frac{\epsilon \sin\varphi_{o_2}}{\cos\varphi_{o_1} + \cos\varphi_{o_2}} = \frac{1}{n_o} \frac{\sin\varphi_1 - \sin\varphi_2}{\cos\varphi_{o_1} + \cos\varphi_{o_2}} + \frac{1}{n_o} \frac{\epsilon \sin\varphi_2}{\cos\varphi_{o_1} + \cos\varphi_{o_2}}.$$

Mit Hülfe einer einfachen Umformung folgt hieraus

$$10. \ldots \operatorname{tg}\nu = \frac{1}{n_o} \sin\frac{(\varphi_1 - \varphi_2)}{2} \frac{\cos\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}}{\cos\frac{(\varphi_{o_1} - \varphi_{o_2})}{2} \cos\frac{(\varphi_{o_1} + \varphi_{o_2})}{2}} + \frac{\epsilon}{2 n_o} \frac{\sin\varphi_2}{\cos\frac{(\varphi_{o_1} - \varphi_{o_2})}{2} \cos\frac{(\varphi_{o_1} + \varphi_{o_2})}{2}}$$

$$= \frac{1}{n_o} \sin\frac{(\varphi_1 - \varphi_2)}{2} \cdot \frac{\cos\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2}{n^2_o}\frac{(\varphi_1 - \varphi_2)}{2}} \sqrt{1 - \frac{\sin^2}{n^2_o}\frac{(\varphi_1 + \varphi_2)}{2}}} + \frac{\epsilon}{2 n_o} \frac{\sin\varphi_2}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2}{n^2_o}\frac{(\varphi_1 - \varphi_2)}{2}} \sqrt{1 - \frac{\sin^2}{n^2_o}\frac{(\varphi_1 + \varphi_2)}{2}}}$$

Hieraus aber ergiebt sich in erster Annäherung

$$11. \ldots \ldots \ldots \nu = \frac{1}{n_o} \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)}{2}.$$

Es ist nun zunächst zu untersuchen, wie gross der Fehler, den man durch Anwendung der Näherungsformel (11) begeht, in extremen Fällen werden kann. Fürs Erste ist leicht ersichtlich, dass die beiden Fehler, welche durch Weglassung des Factors $\cos\frac{(\varphi_1 + \varphi_2)}{2}$ und des mit ϵ multiplicirten Gliedes entstehen, sich gegenseitig zum Theil aufheben, denn der Factor ist kleiner als 1, das additive Glied aber positiv.

Die Grösse ϵ war definirt durch

$$\epsilon = 1 - \sqrt{\frac{\cos\varphi_{o_1}}{\cos\varphi_{o_2}}} = 1 - \sqrt[4]{\frac{n^2_o - \sin^2\varphi_1}{n^2_o - \sin^2\varphi_2}};$$

schreiben wir die Grösse unter dem Wurzelzeichen in der Form

$$\frac{n^2_o - \sin^2\left[\varphi_2 + (\varphi_1 - \varphi_2)\right]}{n^2_o - \sin^2\varphi_2},$$

so zeigt eine Differentiation, dass diese Grösse mit zunehmendem Einfallswinkel φ abnimmt: demnach wird ϵ mit wachsendem φ zunehmen. Wählen wir also für φ_1 und φ_2 die relativ grossen Werthe von 36° 45' bezw. 36° 0', so erhalten wir für $\epsilon = 0{,}0013$. Mit diesen Grössen berechnen wir nunmehr den Winkel ν nach Gleichung (10) und (11) unter der Annahme, dass $n_o = 1{,}544$ ist; dann ergiebt sich:

genauerer Werth (Gleichung 10) . . . $\nu = 0°\ 13'\ 38''$
angenäherter Werth (Gleichung 11) . . $\nu = 0°\ 14'\ 34''$.

Die Differenz zwischen beiden Werthen beträgt also für diesen ziemlich extrem angenommenen Fall, der etwa einer Plattendicke von 1 mm und einem Axenfehler von 15' entspricht, noch nicht ganz eine Minute, sie wird jedoch in weitaus den meisten Fällen noch wesentlich unter dieser Grenze bleiben. Da andrerseits in Folge der technischen Mängel des Apparates die Messung der Grösse $(\varphi_1 - \varphi_2)$ auch nicht auf Secunden genau verbürgt werden kann (vgl. S. 224, Anm. 2), so wird es in den meisten Fällen vollständig genügen, die so einfache Formel (11) zur Bestimmung der Axenfehler zu verwenden, und nur in Ausnahmefällen, — also bei sehr dünnen Platten und sehr bedeutendem Axenfehler, — auf die Formel (10) zurückzugreifen.

Diese ganze Entwickelung gilt allerdings zunächst nur für doppelbrechende Platten, welche nicht auch noch ein Drehungsvermögen besitzen, wie der Quarz. Bei diesem wird nach den Untersuchungen von Airy, Jamin, Hecht, Mascart etc. der linear polarisirte Strahl bei schrägem Einfall in zwei elliptisch polarisirte Strahlen zerlegt. Die beiden Ellipsen, welche die Aethermolecüle — entsprechend Fresnel's Auffassung von der Drehung der Polarisationsebene — mit verschiedener Geschwindigkeit und in entgegengesetzter Richtung durchlaufen, haben die gleichen Axenverhältnisse, und zwar sind die entsprechenden Axen der beiden Ellipsen senkrecht zu einander orientirt. Das Verhältniss $\frac{b}{a}$ der kleinen zur grossen Ellipsenaxe nimmt mit wachsendem Einfallswinkel immer mehr ab und ist nach Jamin's[1]) Untersuchungen schon bei einem Einfallswinkel von 20° kaum mehr messbar. In diesem Falle können also auch im Quarz die beiden senkrecht zu einander

[1]) Jamin, Ann. de chim. et de phys. (3) 30, S. 55.

polarisirten Strahlen als geradlinig polarisirt angesehen werden,[1]) und die Schlüsse, welche aus den bisherigen Entwickelungen für die Bestimmung der Axenrichtung gezogen worden waren, gelten ohne Weiteres. Für kleinere Einfallswinkel φ spielt dagegen neben der Doppelbrechung auch

[1]) In wie weit dies berechtigt ist, lässt sich mit Hülfe der vorliegenden Versuche leicht controliren. Es folgt nämlich aus den Formeln (8), wenn man darin $\delta = 2m\pi$ setzt, in erster Annäherung ($\varphi_e = \varphi_o$) für $\frac{a^2-c^2}{a^2}$ der Werth

$$\frac{a^2-c^2}{a^2} = \frac{2m\lambda}{d\,n_o^3}\,\frac{\cos\varphi_{o_1}}{\sin^2(\varphi_{o_1}-\nu)} = \frac{2m\lambda}{d\,n_o^3}\,\frac{\cos\varphi_{o_2}}{\sin^2(\varphi_{o_2}+\nu)},$$

in zweiter Annäherung

$$\frac{a^2-c^2}{a^2} = \frac{m\lambda}{d\,n_o}\,\frac{\sin\varphi_{e_1}\sin(\varphi_{o_1}+\varphi_{e_1})}{\sin^2\varphi_1\sin^2(\varphi_{e_1}-\nu)} = \frac{m\lambda}{d\,n_o}\,\frac{\sin\varphi_{e_2}\sin(\varphi_{o_2}+\varphi_{e_2})}{\sin^2\varphi_2\sin^2(\varphi_{e_2}+\nu)},$$

wobei die Grössen φ_{e_1} und φ_{e_2} mit Hülfe der Formeln

$$\sin\varphi_e = \frac{\sin\varphi}{n_o}\left[1-\frac{1}{2}\left(\frac{a^2-c^2}{a^2}\right)\sin^2\varphi\right]$$

berechnet werden können. Diese Grösse $\frac{a^2-c^2}{a^2}$ müsste also für grössere Einfallswinkel constant werden, wenn die Jamin'sche Annahme gültig ist. Nun liefern die Quarzplatten No. 1 (Dicke = 1,2042 mm), No. 7 (Dicke = 7,6138 mm und No. 8 (Dicke = 10,4971 mm) in erster Annäherung folgende Werthe (die zweite Annäherung stimmt mit der ersten fast vollständig über

	Interferenzstreifen No.	Einfallswinkel φ	$\frac{a^2-c^2}{a^2}$
Platte No. 1:	1	ca. 21°	0,004964
	2	30°	4913
	3	37°	4910
Platte No. 7:	19	37°	0,004911
	20	38°	4920
	21	39°	4911
Platte No. 8:	1	9°	0,002502
	2	12°	3602
	3	14	3879
	26	37°,5	4728
	27	38°,5	4733
	28	39°	4738

Hieraus folgt, dass $\frac{a^2-c^2}{a^2}$ sich allerdings mit wachsendem φ einem Grenzwerth nähert; die systematischen Aenderungen von $\frac{a^2-c^2}{a^2}$ lassen sich jedoch nach der vorliegenden Methode noch bis zu einem Einfallswinkel von ca. 40° verfolgen, sie sind aber allerdings dann nur noch ungemein gering. Der definitive Grenzwerth würde zwischen den Grenzen 0,00474 und 0,00491 liegen, die Abweichungen dieser Resultate von einander sind durch die Beobachtungsfehler, die Fehler bei der Bestimmung der Plattendicke etc. bedingt. Bestimmt man andererseits aus den Werthen von n_o und n_e, welche in den Tabellen von Landolt und Börnstein nach den Arbeiten verschiedener Physiker zusammengestellt sind, die Grösse $\frac{a^2-c^2}{a^2}$, so ergiebt sich im Mittel etwa 0,00486, ein Werth, der allerdings auch noch mit ziemlichen Unsicherheiten behaftet ist, aber mit dem Mittelwerthe aus den oben gefundenen Zahlen (0,00487) recht gut übereinstimmt.

die Drehung der Polarisationsebene eine nicht unwesentliche Rolle. In diesem Falle würde die Formel (6) nicht ohne Weiteres ihre Gültigkeit behalten, wir hätten statt ihrer etwa zu setzen:

$$2 m \pi = \varrho \,.\, 2\pi + \frac{2\pi d}{\lambda}\left(\frac{a^2 - c^2}{a^2}\right)\frac{\sin^2 \varphi \, \sin \varphi_e}{\sin \varphi_o \sin(\varphi_o + \varphi_e)},$$

in welcher ϱ irgend einen echten Bruch bezeichnet; das erste Glied der rechten Seite würde dann die durch die Drehung der Polarisationsebene allein hervorgebrachte Phasenänderung bedeuten, welche bei ein und derselben Platte vom Einfallswinkel φ abhängt und deren Einfluss mit wachsendem φ immer mehr abnimmt. Somit hätten wir bei kleinem Einfallswinkel φ, also bei Beobachtung der ersten Interferenzstreifen in dicken Quarzplatten, statt der Formel (9) zu setzen:

$$2\pi \varrho_1 + \frac{\sin^2\varphi_1 \sin^2(\varphi_{e_1} - \nu)}{\sin \varphi_{e_1} \sin \varphi_{o_1} \sin(\varphi_{e_1} + \varphi_{o_1})} = 2\pi \varrho_2 + \frac{\sin^2\varphi_2 \sin^2(\varphi_{e_2} + \nu)}{\sin \varphi_{e_2} \sin \varphi_{o_2} \sin(\varphi_{e_2} + \varphi_{o_2})}.$$

Nun unterscheiden sich die Winkel φ_1 und φ_2 bei mässigem Axenfehler nur um Minuten; es können also auch die Grössen ϱ_1 und ϱ_2 nur wenig von einander verschieden sein, und wir erhalten jedenfalls eine erste Annäherung, wenn wir auch bei kleineren Einfallswinkeln φ die Glieder mit ϱ_1 und ϱ_2 ganz fortlassen und den Axenwinkel nach der Formel (10) oder (11) bestimmen. Wie gross die Fehler sind, welche man hierbei begeht, wird ein Beispiel zeigen; wir bestimmen zu dem Zwecke den Axenfehler von Platte No. 8 aus den Interferenzstreifen No. 1, 2, 3 und aus den Streifen No. 26, 27 und 28.

Quarzplatte No. 8 (Dicke = 10,4971 mm).

Interferenzstreifen	No. 1	2	3	26	27	28
$\varphi_1 =$	9° 1′ 2″;	11° 50′ 31″;	13° 56′ 8″	37° 39′ 15″;	38° 23′ 47″;	39° 7′ 50″
$\varphi_2 =$	8° 26′ 16″;	11° 16′ 39″;	13° 22′ 38″	37° 3′ 54″;	37° 48′ 14″;	38° 31′ 38″
$(\varphi_1 - \varphi_2) =$	0° 34′ 46″;	0° 33′ 52″;	0° 33′ 30″	0° 35′ 21″;	0° 35′ 33″;	0° 36′ 12″
$\nu = \frac{1}{n}\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right) =$	0° 11′ 22″;	0° 11′ 5″;	0° 10′ 57″	0° 11′ 32″;	0° 11′ 38″;	0° 11′ 50″
		$M =$ 0° 11′ 8″			0° 11′ 40″	

Der Fehler, welchen wir begehen würden, wenn wir den Axenfehler mit Hülfe von Interferenzstreifen niedriger Ordnungszahl bestimmten, statt mit Hülfe von Streifen höherer Ordnungszahl, für welche die durchgeführten Entwickelungen sicher richtig sind, beträgt also im Mittel etwa eine halbe Minute; dies ist aber eine Grösse, die auch aus anderen Gründen kaum mehr verbürgt werden kann und jedenfalls bei den Untersuchungen über die Drehung der Polarisationsebene keinerlei Rolle mehr spielt.

Wir kommen also zu folgendem Schlusse:

Kann man sich mit einer Fehlergrenze von etwa einer Minute begnügen, so wählt man zur Bestimmung des Axenwinkels von Quarzplatten am

besten diejenigen Interferenzstreifen, die etwa bei einem Einfallswinkel von 20° bis 25° auftreten, und berechnet den Axenwinkel nach der einfachen Formel (11). Wünscht man jedoch eine grössere Genauigkeit zu erhalten, so hat man grössere Einfallswinkel zu nehmen, muss jedoch dann den Axenwinkel nach der strengeren Formel (10) mit Hülfe mehrerer Annäherungsrechnungen ermitteln.

Der zur Bestimmung der Axenfehler verwendete Apparat ist in Fig. 4, a, b, c abgebildet.

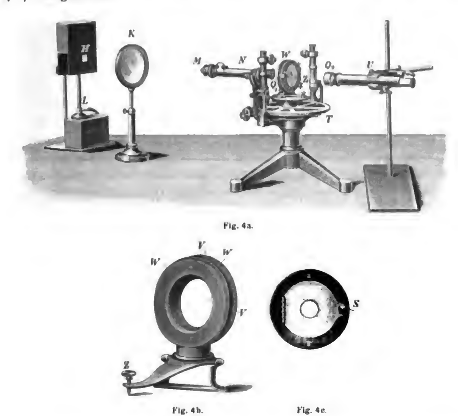


Fig. 4a.

Fig. 4b. Fig. 4c.

Von einer durch den Landolt'schen Natriumbrenner L beleuchteten Oeffnung im Diaphragma H wird durch die Sammellinse K ein Bild auf den Spalt M geworfen, der sich ungefähr im Brennpunkt der Linse des Collimators N befindet. Das Collimatorrohr, vor dessen Objectiv das Nicol Q_1 angebracht ist, wird von einem Abbe'schen Spectrometertischchen T getragen, in dessen Peripherie sich ein Theilkreis bewegt, welcher Sekunden abzulesen gestattet. In der Mitte des Theilkreises, und mit diesem fest verbunden, befindet sich der feste Ring V (Fig. 4 b), welcher durch die Schraube Z um eine horizontale Axe geneigt werden kann, während er sich gleichzeitig

mit dem Theilkreise um eine verticale Axe drehen lässt. Dieser feste Ring dient einem beweglichen Ringe W zur Führung, welcher den festen Ring umfasst und auf dem der Untersatz der Quarzplatten festgeschraubt wird. Dieser Plattenuntersatz (Fig. 4 c) besteht aus zwei mit concentrischen Oeffnungen versehenen Messingplatten, welche durch ein Charnier derart verbunden sind, dass die obere Platte mit Hilfe der Schraube S[1]) um einen beliebigen Winkel gegen die untere geneigt werden kann. Auf der oberen Platte wird vor der Oeffnung (mit Hilfe von in der Zeichnung nicht angegebenen Klemmschrauben) die Quarzplatte befestigt. Das auf unendlich eingestellte Beobachtungsfernrohr U trägt das zweite Nicol Q_2, dessen Polarisationsebene senkrecht zu derjenigen des Nicols Q_1 steht.

Zunächst stellt man nun die Quarzplatte mit Hilfe der verschiedenen Schrauben des Spectrometers senkrecht zum einfallenden Lichtstrahl, was sich mittels eines bei M angebrachten Gauss'schen Oculars leicht controliren lässt. Sind nun die Ringe V und W gut auf einander abgeschliffen und sind die aufgeschraubten Messingplatten planparallel, so darf bei einer Drehung des beweglichen Ringes in seiner Ebene um 360° das Spaltbild des Gauss'schen Oculars seine Lage nicht ändern.[2]) Die so bestimmte Nulllage der Quarzplatte wird auf dem Theilkreise abgelesen. Nunmehr dreht man, unter gleichzeitiger Beobachtung durch das Fernrohr, den ganzen Aufsatz mit dem Theilkreise nach rechts oder nach links, bis der gewünschte Interferenzstreifen erscheint (mit anderen Worten, man ändert den Einfallswinkel φ), schraubt den Theilkreis fest und dreht den Quarz mit dem beweglichen Rahmen W in seiner Ebene. Hierbei wandert, falls die Krystallaxe mit der Plattennormale nicht völlig zusammenfällt, der Interferenzstreifen über das Gesichtsfeld hin und her. Die beiden extremen Lagen treten dann ein, wenn die Quarzaxe in der Einfallsebene des Lichtes liegt, und zwar muss man, wie leicht ersichtlich, den Rahmen gerade um 180° in seiner Ebene drehen, um von der einen zur anderen Lage zu gelangen. Man bringt nun den Interferenzstreifen in einer dieser beiden Lagen mit dem Fadenkreuze des Fernrohrs durch Vergrösserung des Winkels φ (also Drehung des Theilkreises mit dem Aufsatze)

[1]) Diese Schraube S bleibt für gewöhnlich fest angezogen und kommt nur dann zur Verwendung, wenn es sich darum handelt, experimentell zu prüfen, ob der Achsenwinkel ν richtig bestimmt ist, und ausserdem auch noch, wenn die Quarzplatte auf dem Polarisationsapparate so gerichtet werden soll, dass der einfallende Lichtstrahl die Quarzplatte immer in der Axenrichtung durchsetzt. (Vergl. S. 229).

[2]) Diese Bedingung ist jedenfalls mechanisch nur schwer vollkommen zu erfüllen, und ausserdem scheinen auch nachträgliche Verzerrungen nicht ausgeschlossen zu sein; beispielsweise war eine solche Vorrichtung, die speciell für den Polarisationsapparat hergestellt wurde, anfänglich gut justirt, gab aber später in Folge nachträglicher Veränderungen Ausschläge des Bildchens bis zu 6 Minuten. Derartige Fehler würden natürlich eine Berücksichtigung der Axenlage ganz illusorisch machen; es ist deshalb nothwendig, diese Fehlerquelle vor jeder Messung genau zu controliren.

zur Deckung, und liest die Stellung des Theilkreises ab; diese Zahl liefert, von der Nullstellung an gerechnet, den Winkel φ_1. Sodann dreht man den Ring *W* um 180° in seiner Ebene, bringt wiederum den Interferenzstreifen mit dem Fadenkreuze zur Deckung, — diesmal durch Verringerung des Einfallswinkels φ_1, — liest die neue Stellung des Theilkreises ab, und erhält so, von der Nullstellung an gerechnet, den Winkel φ_2. Diese Winkel φ_1 und φ_2 aber sind die zur Berechnung des Axenwinkels ν nothwendigen Grössen. Eine erneute Bestimmung der Nulllage mit Hilfe des Gauss'schen Oculars giebt eine Gewähr dafür, dass sich inzwischen nichts verschoben hat.

Da die Einstellung auf die ziemlich breiten und, bei dünnen Platten, auch etwas verschwommenen Interferenzstreifen natürlich mit Fehlern behaftet ist, welche eine bis zwei Minuten erreichen können, so ist es zweckmässig, nicht nur einen, sondern mehrere Streifen zur Bestimmung des Axenwinkels zu benutzen, ausserdem auch die Platte mit dem Theilkreis sowohl nach rechts, wie nach links aus der Nulllage zu drehen und immer auf die entsprechenden Streifen von gleicher Ordnungszahl einzustellen. Das folgende Beispiel möge ein Bild von der Anordnung und der Genauigkeit der Messungen geben.

Quarzplatte No. 8.

I. Lage:

Nullpunkt: 66° 38′ 0″

Interf.-Streifen No.	Drehung rechts		Mittel	Drehung links		Mittel
	Hingang	Rückgang		Hingang	Rückgang	
26	103° 41′ 4″	103° 41′ 20″	103° 41′ 12″	28° 58′ 30″	28° 58′ 20″	28° 58′ 25″
27	104° 25′ 28″	104° 25′ 33″	104° 25′ 31″	28° 14′ 0″	28° 14′ 13″	28° 14′ 7″
28	105° 8′ 56″	105° 9′ 23″	105° 9′ 10″	27° 29′ 36″	27° 30′ 0″	27° 29′ 48″

Nullpunkt: 66° 37′ 13″;

I. Lage; Nullpunkt (Mittel): 66° 37′ 37″.

II. Lage:

Nullpunkt: 66° 38′ 38″.

Interf.-Streifen No.	Drehung rechts		Mittel	Drehung links		Mittel
	Hingang	Rückgang		Hingang	Rückgang	
26	104° 17′ 18″	104° 17′ 34″	104° 17′ 26″	29° 33′ 32″	29° 34′ 20″	29° 33′ 56″
27	105° 1′ 50″	105° 2′ 34″	105° 2′ 12″	28° 49′ 11″	28° 49′ 56″	28° 49′ 34″
28	105° 45′ 42″	105° 46′ 15″	105° 45′ 59″	28° 6′ 26″	28° 6′ 26″	28° 6′ 26″

Nullpunkt: 66° 37′ 38″;

II. Lage: Nullpunkt (Mittel): 66° 38′ 8″.

Hieraus folgt:

für $(\varphi_1 - \varphi_2)$: [(II. Lage, Mittel — Nullpunkt) — (I. Lage, Mittel — Nullpunkt)]

	Streifen No.	Drehung rechts	Drehung links	Mittel
	26	0° 35′ 43″	0° 35′ 0″	0° 35′ 22″
	27	0° 36′ 10″	0° 34′ 56″	0° 35′ 33″
	28	0° 36′ 18″	0° 36′ 7″	0° 36′ 13″
$\varphi_1 - \varphi_2$:	Mittel	0° 36′ 4″	0° 35′ 21″	0° 35′ 43″
		0° 35′ 43″		

$$\nu = \frac{1}{n_0} \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)}{2} = 0° \; 11' \; 40''$$

Gewöhnlich wurden für jede der untersuchten Quarzplatten 2—3 derartige Messungsreihen ausgeführt; die Mittel derselben sind in der Tabelle II, S. 245 angegeben.

Experimentelle Controle für die Richtigkeit der ermittelten Axenlage. — Es war nun erwünscht, die Richtigkeit der so ermittelten Axenlage auch experimentell zu bestätigen; dies gelang auf folgendem Wege:

Schon früher war erwähnt worden, dass die Interferenzstreifen bei der Drehung der Platte in ihrer Ebene unbeweglich stehen bleiben, wenn die Krystallaxe mit der Plattennormale zusammenfällt. Es lässt sich dies aber auch bei schräg zur Axe geschnittenen Platten erreichen, wenn man mit Hilfe der S. 224 Anm. erwähnten Schraube S die Krystallplatte um einen bestimmten Winkel gegen ihre Unterlage neigt, vorausgesetzt, dass die Schraube S und die Krystallaxe in der Einfallsebene des Lichtes liegen. Dieser Winkel, um welchen die Quarzplatte gehoben werden muss, wird offenbar eine Function des rechnerisch ermittelten Axenwinkels ν sein; wir setzen ihn zunächst $= x\nu$ und suchen die Grösse x zu bestimmen.

Es sei in Fig. 5 $JBLM$ der Weg des ordentlichen Strahls, BC die Richtung der Krystallaxe, welche mit der Plattennormale AK den Winkel ν einschliesst; die Platte sei gehoben um den Winkel $APE = \sphericalangle HBK = \sphericalangle x\nu$; die Drehung der Platte erfolge um die Axe $HF \perp OP$, d. h. also, in der Ebene des in Fig. 4b abgebildeten Ringes V. Bei dieser Drehung ändert sich nun fortwährend der Einfallswinkel des Lichtes, da die Drehungsaxe nicht mit der Plattennormale zusammenfällt, die letztere vielmehr einen Kegelmantel von der Oeffnung $2x\nu$ beschreibt. Die beiden extremsten Werthe des Einfallswinkels sind nun $\sphericalangle JBK = \chi + x\nu$, wenn wir den Winkel JBH mit χ bezeichnen, und $JBK' = (\chi - x\nu)$. Soll der Interferenzstreifen bei der Drehung um die Axe HF unbeweglich stehen bleiben, so müssen

also für diese beiden extremen Lagen die Phasendifferenzen zwischen ordentlichem und ausserordentlichem Strahle einander gleich sein; es muss somit die Gleichung (9) und die daraus abgeleitete Gleichung (9a) gelten, wenn wir darin für φ_1 setzen $(\chi + x\nu)$, für φ_2: $(\chi - x\nu)$.

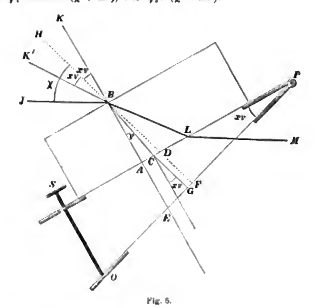


Fig. 5.

Wir formen nun zunächst die Gleichung

$$9a. \quad \dots\dots \quad \frac{\sin^2(\varphi_{o_1} - \nu)}{\sin^2(\varphi_{o_2} + \nu)} = \frac{\cos \varphi_{o_1}}{\cos \varphi_{o_2}}$$

noch etwas um. Berücksichtigen wir zu diesem Zwecke die Beziehung $\sin \varphi_{o_1} = \frac{\sin \varphi_1}{n_o}$, entwickeln $\cos \varphi_{o_1} = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \varphi_1}{n_o^2}}$ nach Potenzen von $\sin \varphi_1$ wobei wir mit dem quadratischen Gliede abbrechen, führen die Ausdrücke $\sin^2(\varphi_{o_1} - \nu)$ etc. auf Functionen von φ_1 und ν zurück und vernachlässigen dabei die kleinen Grössen von der Ordnung ν^2, so erhalten wir

$$\frac{1}{n_o^2}(\sin^2 \varphi_1 - \sin^2 \varphi_2) = \frac{2}{n_o}(\sin \varphi_1 + \sin \varphi_2)\left(1 - \frac{1}{2}\frac{\sin^2 \varphi_1}{n_o^2}\right)\left(1 - \frac{1}{2}\frac{\sin^2 \varphi_2}{n_o^2}\right) \sin \nu \cos \nu,$$

oder, durch Division mit $(\sin \varphi_1 + \sin \varphi_2)$ und unter Berücksichtigung des Umstandes, dass bei mässigen Einfallswinkeln φ die Grössen von der Ordnung $\sin^4 \varphi$ gegenüber $\sin^2 \varphi$ vernachlässigt werden dürfen,

$$12. \quad . \quad \sin \varphi_1 - \sin \varphi_2 = 2n_o\left[1 - \frac{1}{2n_o^2}(\sin^2 \varphi_1 + \sin^2 \varphi_2)\right] \sin \nu \cos \nu.$$

In diese Formel haben wir nun für φ_1 und φ_2 einzuführen: $(\chi + x\nu)$ bezw. $(\chi - x\nu)$. Wir erhalten dann, wenn wir wieder die Grössen von der Ordnung $\sin^2 \nu$ oder $\sin^2 x\nu$ vernachlässigen,

$$2 \cos \chi \sin x\nu = 2n_o \left[1 - \frac{1}{n_o^2} \sin^2 \chi\right] \sin \nu,$$

oder

$$13. \quad \ldots\ldots\ldots \quad \sin x\nu = \frac{(n_o^2 - \sin^2 \chi) \sin \nu}{n \cos \chi}$$

Für kleinere Einfallswinkel können wir hierin wieder $\sin^2 \chi$ gegenüber n_o^2 vernachlässigen und $\cos \chi = 1$ setzen; es folgen dann die Nährungsformeln $\sin x\nu = n_o \sin \nu$, oder, da der Winkel ν stets sehr klein ist, $x\nu = n_o \nu$, d. h.

$$14. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad x = n_o$$

Wenn wir also die Quarzplatte in der auf Fig. 5 angegebenen Weise um einen Winkel kippen, welcher ungefähr $^3/_2$ mal so gross ist, als der berechnete Axenwinkel, so sollten die Interferenzstreifen bei einer Drehung um die zur Unterlage OP senkrechte Axe FH nahezu vollständig in Ruhe bleiben; dies hat sich auch experimentell in jedem Falle bestätigt.

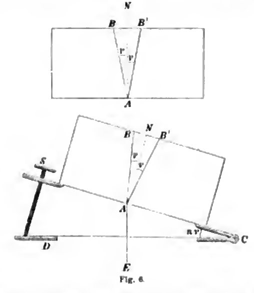


Fig. 6.

Diese Thatsache giebt übrigens auch ein werthvolles Mittel an die Hand, die richtige Axenrichtung ohne besondere Ueberlegung durch einen einfachen Versuch zu bestimmen: Hat man nämlich den Winkel ν ermittelt, den die Krystallaxe mit der Plattennormale einschliesst, so könnte die Axe in der Einfallsebene des Lichtes immer noch die Lage AB oder die Lage AB' haben (Fig. 6). Um dies zu entscheiden, kippt man die Platte mittels der Schraube S (vgl. auch Fig. 4c) um die bei C liegende Drehungsaxe, und zwar um den Winkel $n_o \nu$,[1]) und dreht nun die ganze Unterlage um die Axe

[1]) Die Bestimmung dieses Winkels lässt sich in leicht ersichtlicher Weise mit Hilfe der am Spectrometertischchen angebrachten Theilung sowie des Gauss'schen Oculars sehr genau ausführen.

$AE \perp DC$; bleiben dann die Streifen in Ruhe, so hat die Krystallaxe die Richtung BA; vergrössert sich dagegen der Ausschlag der Streifen noch, so hat die Axe die Richtung $B'A$. Man muss dann die Krystallplatte allein um 180° in ihrer Ebene drehen, so dass nunmehr Punkt B' auf B fällt, um bei erneuter Drehung der Unterlage um die Axe AE keine Bewegung der Streifen mehr wahrzunehmen.

Stellung der Platte, bei welcher der Lichtstrahl stets in Richtung der optischen Achse verläuft. — Es bleibt noch die Frage zu erledigen: Welche Lage muss die Plattenaxe haben, damit bei den eigentlichen Drehungsmessungen das Licht den Quarz stets in der Richtung der

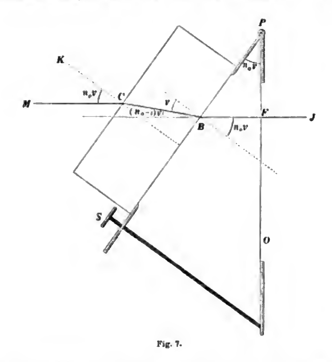


Fig. 7.

optischen Axe durchsetzt? Genau dieselbe, bei der die Interferenzstreifen in Ruhe bleiben; die Platte muss also auch um den Winkel $n_0 \nu$ gehoben sein. Der Lichtstrahl $JFBCM$ steht senkrecht auf der Unterlage OP, fällt also mit der Drehungsaxe zusammen. Bei der Drehung um diese Axe beschreibt nun die Krystallaxe einen Kegel, dessen halber Oeffnungswinkel $(n_0 - 1)\nu$ ist; denselben Kegel beschreibt aber auch der ordentliche Strahl, denn der Einfallswinkel desselben ist ja $n_0 \nu$, der Brechungswinkel also ν, d. h. gleich dem Axenwinkel. Somit verläuft der ordentliche Strahl auch bei der Drehung stets in Richtung der Krystallaxe, und da in dieser Richtung überhaupt nur ein Strahl auftritt, so gilt dies also für den Lichtstrahl überhaupt.

7. Bestimmung des Temperaturcoefficienten.

Uebersicht über die bisherigen Messungen. — Zur Reduction der Messungen, betreffend die Drehung der Polarisationsebene, bedarf man der Kenntniss des Temperaturcoefficienten, d. h. der Abhängigkeit des Drehungsvermögens des Quarzes von der Temperatur. Bestimmungen dieses Coefficienten sind bereits von verschiedenen Physikern ausgeführt worden; dieselben zeigen, wie sich aus der folgenden kurzen Uebersicht ergiebt, nicht unbeträchtliche Abweichungen von einander. Bedeuten ϱ_0 die Drehung bei 0°, ϱ die Drehung bei t°, so fanden bei Anwendung von Natriumlicht

v. Lang[1]) für das Temperatur-Interv.	20°— 100°:	$\varrho = \varrho_0 (1 + 0{,}0_3149\, t)$
Joubert[2]) „ „ „	0°— 100°:	$\varrho = \varrho_0 (1 + 0{,}0_3149\, t)$
„ „ „	0°— 350°:	$\varrho = \varrho_0 (1 + 0{,}0_3182\, t)$
„ „ „	0°— 448°:	$\varrho = \varrho_0 (1 + 0{,}0_3186\, t)$
„ „ „	0°— 840°:	$\varrho = \varrho_0 (1 + 0{,}0_3190\, t)$
„ „ „	0°—1500°:	$\varrho = \varrho_0 (1 + 0{,}0_3190\, t)$
Sohncke[3]) „ „ „	15°— 72°:	$\varrho = \varrho_0 (1 + 0{,}0_3124\, t)$
„ „ „	23°— 100°:	$\varrho = \varrho_0 (1 + 0{,}0_3148\, t)$
„ „ „	15°— 173°:	$\varrho = \varrho_0 (1 + 0{,}0_4999\, t + 0{,}0_6318\, t^2)$
Le Chatelier[4]) für das Temp. Interv.	0°— 570°:	$\varrho = \varrho_0 (1 + 0{,}0_496\, t + 0{,}0_6217\, t^2)$
	bei 570°: Sprung von	$\Delta_\varrho = 0{,}043\, \varrho_0$
	über 570°:[5])	$\varrho = \varrho_0 (1{,}165 + 0{,}0_415\, (t - 570))$
Soret und Guye[6]) für das Temp.-Interv.	— 55° bis + 23°:	$\varrho = \varrho_0 (1 + 0{,}0_31326\, t)$
„ „ „	— 72° bis + 18°:	$\varrho = \varrho_0 (1 + 0{,}0_31265\, t)$

Aus diesen Formeln scheint hervorzugehen, dass für das Temperatur-Intervall 0°—100° der Coefficient $0{,}0_3149\, t$ wohl als nahezu richtig angesehen werden darf; indessen ist diese Grösse meist nur durch Beobachtungen bei der Anfangs- und Endtemperatur gewonnen worden, so dass es unbestimmt bleibt, ob für ein beliebiges, zwischen diesen Grenzen liegendes Temperaturintervall der gleiche Temperaturcoefficient anzuwenden ist. Dies scheint nach den Versuchen von Sohncke und Le Chatelier entschieden nicht

---

1) v. Lang, Wiener Sitzungsber. 71 (2), S. 707; 1875, und 74 (2), S. 209; 1876.

2) Joubert, Comptes rendus 87, S. 497.

3) Sohncke, Wied. Ann. 3, S. 516.

4) Le Chatelier, Comptes rendus 109, S. 244; 1889.

5) In dieser Formel findet sich im Original ein Druckfehler (0,165 statt 1,165), der auch in die „Tabellen von Landolt und Börnstein" übergegangen ist

6) Soret et Guye, Comptes rendus 115, S. 1295 und 116, S. 75.

der Fall zu sein; aber einerseits ist das zweite Glied in der Formel von Le Chatelier nicht unwesentlich kleiner als in der Formel von Sohncke, andererseits aber liefern beide genannten Formeln für Temperaturen in der Nähe von 20° offenbar viel kleinere Werthe als die Formel von Soret und Guye; (bei der Arbeit von Le Chatelier ergeben sich übrigens auch recht beträchtliche Abweichungen zwischen den direct gefundenen und den aus der Formel berechneten Werthen). Es erschien deshalb wünschenswerth, die Bestimmung des Temperaturcoefficienten für das kleine Temperaturintervall 0° bis 30°, welches für die vorliegende Arbeit speciell in Betracht kommt, nochmals durchzuführen.

Bestimmung des Temperaturcoefficienten in der Reichsanstalt. — Die Messungen wurden mit Hilfe des S. 238 beschriebenen Lippich'schen Halbschattenapparates ausgeführt. Bei den Temperaturen von 8° aufwärts verwendete man zur Reinigung des Natriumlichtes die auch sonst hierzu gebrauchten Prismen mit Füllung von zimmtsaurem Aethyläther, bei den niedrigeren Temperaturen mussten Glasprismen zur Verwendung kommen, da die Flüssigkeit bei 2°—3° erstarrte. Leider war die Reinigung des Lichtes bei den Glasprismen keine vollkommene, so dass immerhin eine nicht unbeträchtliche Färbung der beiden Hälften des Gesichtsfeldes eintrat, welche die Einstellung erschwerte. Da ausserdem die absolute Grösse der Drehung von der mehr oder minder vollkommenen Reinigung des Lichtes abhängt, so durften bei der Ausgleichung die beiden Beobachtungsserien nicht ohne Weiteres mit einander verbunden, sondern mussten gesondert ausgeglichen werden. Für die Bestimmung des Temperaturcoefficienten ist dies jedoch ohne Belang, da derselbe nur in sehr geringem Maasse von der Wellenlänge des Lichtes abzuhängen scheint (vergl. S. 237, Anm.).

Um zu entscheiden, ob der Temperaturcoefficient für rechts- und linksdrehende Quarze dieselbe Grösse besitzt, wurde er für beide Arten in ganz analoger Weise gesondert bestimmt. Zu diesem Zwecke baute man aus den vorhandenen Platten zwei Säulen auf, und zwar eine rechtsdrehende aus No. 8 (d = 10,4971) und N (d = 5,0977), also Gesammtdicke = **15,5948** mm und eine linksdrehende aus No. 7 (d = 7,6138), No. 6 (d = 6,4900), No. 5 (d = 3,5216), No. 4 (d = 3,3555), No. 3 (d = 1,9795), No. 2[1] (d = 1,2053), also Gesammtdicke = **24,1657** mm.

Selbstverständlich wurden die Platten vor dem Aufeinanderschichten sorgfältigst gereinigt, sodann ziemlich fest an einander gepresst, bis die

[1]) Diese Platte fand später anderweitige Verwendung und wurde deshalb in die absoluten Drehungsmessungen nicht einbezogen.

Newton'schen Farbenerscheinungen auftraten, und die Ränder mit Klebewachs an einander gekittet. Die Einstellungsfehler waren bei der dickeren, linksdrehenden Schicht, bei welcher naturgemäss die Temperatureinflüsse in wesentlich stärkerem Maasse zur Geltung kamen, leider verhältnissmässig gross, da offenbar wegen der verschiedenartigen Zusammensetzung der Platten und der ungenügenden Orientirung zur Krystallaxe viel störendes Licht durchging, welches die Empfindlichkeit der Einstellung beeinträchtigte.

Die Temperaturen wurden an einem genau untersuchten, in 0°,1 getheilten Stabthermometer mit Hilfe eines Fernrohres abgelesen; die Ablesefehler überstiegen jedenfalls nicht 0°,005 und spielen den übrigen Fehlerquellen gegenüber keine Rolle.[1])

Da es nicht möglich war, die Temperaturen dauernd völlig constant zu erhalten, das Thermometer aber den Temperaturschwankungen selbstverständlich viel rascher folgt, als eine ziemlich dicke Quarzsäule, so wurde, um einen möglichst gleichmässigen Gang in den Temperaturänderungen der Quarzplatten und des Thermometers zu erzielen, das Thermometergefäss in eine Anzahl concentrischer Glasröhren eingeschlossen, deren gesammte Wandstärke 10—12 mm betrug. Diese Röhren waren in gleicher Länge abgesprengt, in einander gesteckt und oben und unten durch Klebewachs verkittet worden. Der Boden der innersten Röhre wurde mit Watte gepolstert, das Thermometergefäss darauf gesetzt und die Oeffnung oben wieder durch einen Wattepfropfen verschlossen. Diese Glashülse befand sich stets ungefähr in gleicher Höhe mit den Quarzplatten und in möglichster Nähe derselben; die Strahlung der Lampen etc. wurde durch vorgesetzte Schirme thunlichst abgeschwächt. Aus den Versuchen geht hervor, dass das Thermometer nunmehr den Temperaturschwankungen sogar noch etwas langsamer gefolgt zu sein scheint, als die Quarzplatten. Um den in Folge dessen bei den Messungen etwa noch zu erwartenden Gang möglichst unschädlich zu machen, wurde immer bei zunehmenden und bei abnehmenden Temperaturen beobachtet und erst das Mittel aus zwei derartigen, zusammengehörigen Beobachtungen als richtig angesehen.

Die Messungen innerhalb des Temperaturintervalls 0° bis + 8° stellte man in dem Kälteraum der Reichsanstalt an, welcher mittels einer Linde'schen Kältemaschine langsam bis auf 0° abgekühlt werden kann, während seine Erwärmung durch ein mit dem Dampfkessel in Verbindung stehendes Heizregister ermöglicht wird. Die Messungen im Intervall + 8° bis 30° wurden

[1]) Die angegebenen Temperaturen beziehen sich sämmtlich auf die Temperaturscale des Quecksilberthermometers aus Jenaer Glas XVI^{III}.

in einem kleinen Beobachtungsraume des Observatoriums ausgeführt, der durch die Wasserheizung und, wo diese nicht ausreichte, durch eine Anzahl im Zimmer vertheilter Bunsenbrenner auf die gewünschte Temperatur gebracht wurde; die Beobachtungen bei abnehmenden Temperaturen führte man in kalten Winternächten aus, bei denen sich durch Oeffnen von Thüren oder Fenstern eine langsame Temperaturabnahme erzielen liess. Die Temperaturänderungen während einer Reihe, die aus 5 Nullpunktseinstellungen, 10 Einstellungen nach Einschalten der Quarzplatten und 5 neuen Nullpunktseinstellungen bestand, erreichten im ungünstigsten Falle 0°,3 bis 0°,4, waren aber meist viel geringer. Um die von den Temperaturänderungen herrührenden Fehler möglichst gering zu halten, führte man die Einstellungen selbst möglichst rasch aus; der wahrscheinliche Fehler des Resultats einer Einstellungsreihe von 5—10 Beobachtungen betrug etwa 0°,005 bis 0°,010.

Die graphische Aufzeichnung, bei welcher die Temperaturen als Abscissen, die beobachteten Drehungen als Ordinaten aufgetragen wurden, liess das Auftreten eines quadratischen Gliedes nicht vermuthen, da die Abweichungen von einer geraden Linie keinen ausgesprochenen Gang zeigten; es wurde daher zunächst jede der vier Beobachtungsserien unter der Annahme einer linearen Function ausgeglichen. Bezeichnet man mit φ_t die beobachtete Drehung bei $t°$, mit φ_0 die Drehung bei 0°, und mit α den Temperaturcoefficient, so gilt

$$\varphi_t = \varphi_0 (1 + \alpha t),$$

oder, wenn wir zur Vermeidung von zu grossen Zahlen die Anzahl a der ganzen Grade, um welche die Polarisationsebene gedreht wird, beiderseits subtrahiren,

$$(\varphi_t - a) = (\varphi_0 - a) + \varphi_0 \alpha \; t = x + y t.$$

Die Grösse a beträgt bei den beiden, auf den rechtsdrehenden Quarz bezüglichen Serien 375° bez. 376°, beim linksdrehenden Quarz 582° bez. 583°.

Im folgenden sind die Resultate dieser Ausgleichungen unter Benützung der oben definirten Bezeichnungen wiedergegeben. Die Zahlencoefficienten von y bedeuten also die Mittelwerthe der Temperaturen, unter der Rubrik B finden sich die beobachteten, unter R die berechneten Ueberschüsse über a (also beispielsweise über 375°); die Abweichungen zwischen beiden sind unter v in Tausendstel-Graden eintragen.[1])

[1]) Die Peripherie des Theilkreises am Polarisationsapparat ist nicht in 360°, sondern in 400° getheilt.

A. Rechtsdrehender Quarz.

Serie I.

	B	R	$v = B - R$
	°	°	
$x - 0{,}210\,y =$	+ 0,217	+ 0,195	+ 22
$x + 0{,}323\,y =$	0,222	0,223	− 1
$x + 0{,}700\,y =$	0,249	0,243	+ 6
$x + 1{,}540\,y =$	0,258	0,287	− 29
$x + 2{,}193\,y =$	0,306	0,321	− 15
$x + 2{,}938\,y =$	0,349	0,360	− 11
$x + 3{,}650\,y =$	0,402	0,397	+ 5
$x + 4{,}428\,y =$	0,404	0,438	− 34
$x + 5{,}165\,y =$	0,492	0,477	+ 15
$x + 5{,}773\,y =$	0,547	0,509	+ 38
$x + 6{,}023\,y =$	0,571	0,522	+ 49
$x + 7{,}248\,y =$	0,567	0,586	− 19
$x + 8{,}218\,y =$	0,612	0,637	− 25

Serie II.

	B	R	$v = B - R$
	°	°	
$x + 8{,}920\,y =$	− 0,261	− 0,256	− 5
$x + 9{,}848\,y =$	− 0,211	− 0,204	− 7
$x + 10{,}930\,y =$	− 0,131	− 0,142	+ 11
$x + 11{,}295\,y =$	− 0,121	− 0,122	+ 1
$x + 12{,}769\,y =$	− 0,034	− 0,038	+ 4
$x + 13{,}783\,y =$	+ 0,017	+ 0,019	− 2
$x + 14{,}983\,y =$	+ 0,077	+ 0,087	− 10
$x + 15{,}765\,y =$	+ 0,135	+ 0,131	+ 4
$x + 17{,}113\,y =$	+ 0,194	+ 0,208	− 14
$x + 17{,}993\,y =$	+ 0,265	+ 0,258	+ 7
$x + 19{,}049\,y =$	+ 0,300	+ 0,317	− 17
$x + 21{,}113\,y =$	+ 0,459	+ 0,434	+ 25
$x + 22{,}715\,y =$	+ 0,549	+ 0,525	+ 24
$x + 24{,}029\,y =$	+ 0,603	+ 0,599	+ 4
$x + 25{,}085\,y =$	+ 0,650	+ 0,659	− 9
$x + 26{,}020\,y =$	+ 0,696	+ 0,712	− 16
$x + 27{,}400\,y =$	+ 0,803	+ 0,790	+ 13
$x + 28{,}273\,y =$	+ 0,823	+ 0,840	− 17

Hieraus folgt

für Serie I: $\varphi_0 = 375{,}206 \pm 0{,}008$
$\alpha = 0{,}0001398 \pm 0{,}0000053$

für Serie II: $\varphi_0 = 375{,}239° \pm 0{,}006$
$\alpha = 0{,}0001509 \pm 0{,}0000009$

B. Linksdrehender Quarz.

Serie I.

	B	R	$v = B - R$
	°	°	
$x + 0{,}135\,y =$	− 0,193	− 0,192	− 1
$x + 0{,}450\,y =$	− 0,144	− 0,167	+ 23
$x + 0{,}807\,y =$	− 0,132	− 0,140	+ 8
$x + 1{,}661\,y =$	− 0,073	− 0,074	+ 1
$x + 2{,}686\,y =$	− 0,029	+ 0,005	− 34
$x + 3{,}489\,y =$	+ 0,097	+ 0,067	+ 30
$x + 4{,}773\,y =$	+ 0,136	+ 0,166	− 30
$x + 5{,}630\,y =$	+ 0,168	+ 0,232	− 64
$x + 6{,}850\,y =$	+ 0,352	+ 0,326	+ 26
$x + 7{,}534\,y =$	+ 0,419	+ 0,378	+ 41
$x + 8{,}745\,y =$	+ 0,468	+ 0,471	− 3

Serie II.

	B	R	$v = B - R$
	°	°	
$x + 7{,}523\,y =$	− 0,738	− 0,713	− 25
$x + 8{,}558\,y =$	− 0,642	− 0,626	− 16
$x + 9{,}483\,y =$	− 0,532	− 0,548	+ 16
$x + 10{,}320\,y =$	− 0,483	− 0,478	− 5
$x + 11{,}700\,y =$	− 0,356	− 0,363	+ 7
$x + 12{,}573\,y =$	− 0,282	− 0,289	+ 7
$x + 13{,}605\,y =$	− 0,143	− 0,203	+ 60
$x + 14{,}688\,y =$	− 0,122	− 0,112	− 10
$x + 15{,}623\,y =$	− 0,040	− 0,033	− 7
$x + 16{,}340\,y =$	+ 0,038	+ 0,027	+ 11
$x + 17{,}460\,y =$	+ 0,153	+ 0,121	+ 32
$x + 18{,}445\,y =$	+ 0,162	+ 0,203	− 41
$x + 19{,}530\,y =$	+ 0,259	+ 0,294	− 35
$x + 20{,}433\,y =$	+ 0,349	+ 0,370	− 21
$x + 21{,}183\,y =$	+ 0,422	+ 0,433	− 11
$x + 22{,}488\,y =$	+ 0,567	+ 0,542	+ 25
$x + 23{,}463\,y =$	+ 0,610	+ 0,624	− 14
$x + 24{,}328\,y =$	+ 0,703	+ 0,697	+ 6
$x + 25{,}438\,y =$	+ 0,846	+ 0,790	+ 56
$x + 26{,}430\,y =$	+ 0,861	+ 0,873	− 12
$x + 27{,}668\,y =$	+ 0,974	+ 0,977	− 3
$x + 28{,}898\,y =$	+ 1,064	+ 1,080	− 16

Hieraus folgt

für Serie I: $\varphi_0 = 581{,}798° \pm 0{,}011$
$\alpha = 0{,}0001324 \pm 0{,}0000038$

für Serie II: $\varphi_0 = 581{,}656° \pm 0{,}011$
$\alpha = 0{,}0001442 \pm 0{,}0000010$

Vereinigt man die Werthe von α, wie sie sich aus den beiden Serien ergeben haben, nach Massgabe ihres aus den wahrscheinlichen Fehlern folgenden Gewichts, so erhält man

A: rechtsdrehender Quarz $\alpha = 0{,}0001506$,
B: linksdrehender Quarz $\alpha = 0{,}0001435$.

Die Abweichungen zwischen diesen beiden Werthen treten in der sechsten Decimale auf, diese ist aber an sich bereits unsicher; eine Berechtigung, für den linksdrehenden Quarz einen anderen Temperaturcoefficient anzunehmen, als für den rechtsdrehenden, lässt sich aus dem obigen Resultate also nicht ableiten. Wir haben vielmehr die Abweichungen auf die Beobachtungsfehler zurückzuführen und dürfen, da die wahrscheinlichen Fehler für beide nahezu die gleiche Grösse besitzen, das Mittel aus beiden Werthen als annähernd richtig ansehen, d. h. setzen:

$$\alpha = 0{,}000147 \pm 0{,}000002.$$

Werfen wir noch einen Blick auf die einzelnen Ausgleichungen, so zeigt sich einmal, dass die Fehler bei den Serien I die Fehler der Serien II nicht unwesentlich übersteigen, und dass die aus beiden Serien abgeleiteten Grössen φ_0 nicht vollständig übereinstimmen; beim rechtsdrehenden Quarze beträgt die Differenz $0°{,}033$, beim linksdrehenden sogar $0°{,}142$. Die erstere Differenz liegt noch vollkommen innerhalb der Beobachtungsfehler, sie erreicht noch nicht ein Hundertel Procent; die zweite Differenz lässt sich hierdurch allein nicht erklären, wohl aber zum Theile durch die Thatsache, dass die linksdrehende Quarzsäule nach Beendigung von Serie I vom Untersatze abgenommen und vor Beginn von Serie II wieder aufgesetzt werden musste; da aber bei diesen Messungen nicht ausschliesslich die besten Stellen der Platten zur Verwendung gelangten, sondern die Platten direct über einander geschichtet wurden, so ist es wahrscheinlich, dass die Dicke der vom Lichtstrahl durchsetzten Quarzschicht bei Serie II um einige Mikron kleiner war, als bei Serie I. Ausserdem war bei den Serien I, wie bereits erwähnt, die Reinigung des Lichtes in Folge der Anwendung von Glasprismen viel weniger vollkommen, als bei den Serien II, denn die Färbung der beiden Hälften des Gesichtsfeldes bewies das Vorhandensein nicht unbeträchtlicher Mengen von rothem und von grünem Lichte. Wie sehr aber dieser Umstand die Messungen beeinflussen kann, wird später noch eingehender erörtert werden. Es genügt hier, darauf hinzuweisen, dass schon der Unterschied der Drehung für die beiden Componenten der D-Linie bei einer Quarzplatte von 24 mm Dicke ungefähr einen Grad beträgt, so dass auch schon Beimischungen geringer Mengen von Licht anderer Wellenlängen wesentliche Aenderungen der Drehungsmessungen hervorbringen müssen.

Weiter fällt bei den Einzelausgleichungen auf, dass die Werthe von α bei beiden Serien I wesentlich kleiner sind, als bei den Serien II; dies scheint allerdings entschieden darauf hinzuweisen, dass die Ausgleichung nach einer quadratischen Function vorgenommen werden sollte. Zu diesem Zwecke waren die Serien I und II in geeigneter Weise zu combiniren. Da beim rechtsdrehenden Quarz der aus Serie I folgende Werth von φ_0 nur um 0°,033 kleiner ist, als der aus Serie II folgende, so genügt es zur Verbindung der beiden Serien, die beobachteten Drehungen bei der ersten Serie um diese constante Grösse 0°,033 zu vermehren. Beim linksdrehenden Quarz können wir ausser den beiden Werthen für φ_0 auch noch die bei den Temperaturen 7°,5 und 8°,5 in beiden Serien erhaltenen Messungsresultate mit einander vergleichen. Es ergiebt sich nämlich aus

Serie I	Serie II
$x + 7{,}534\, y = 582{,}419$	$x + 7{,}523\, y = 582{,}262$
$x + 8{,}745\, y = 582{,}468$	$x + 8{,}558\, y = 582{,}358.$

Nehmen wir an, wir hätten die beiden Beobachtungen von Serie I bei ganz denselben Temperaturen angestellt, wie die beiden Beobachtungen von Serie II, so würden wir unter Berücksichtigung des Werthes von $y\ (= 0{,}077)$ finden:

Serie I	Serie II	Diff. II—I
$x + 7{,}523\, y = 582{,}418$	582,262	— 0,156
$x + 8{,}558\, y = 582{,}454$	582,358	— 0,096
	Mittel:	— 0,126.

Wir haben also, um die kürzere Serie I an die längere Serie II anzuschliessen, die sämmtlichen Beobachtungen von Serie I um die constante Grösse 0,126 zu verringern. Dieser so gefundene Werth — 0,126 stimmt übrigens mit der Differenz der Werthe, welche wir für die Grösse φ_0 aus beiden Serien erhalten hatten (— 0,142), innerhalb der Beobachtungsfehler gut überein.

Die Ausgleichung nach der Formel

$$\varphi_t = \varphi_0\, [1 + \alpha\, t + \beta\, t^2]$$

lieferte nun für den

rechtsdrehenden Quarz	linksdrehenden Quarz
$\alpha = + 0{,}0001471$	$\alpha = +0{,}0001410$
$\beta = + 0{,}000000178$	$\beta = +0{,}000000114,$

so dass im Mittel gesetzt werden kann:

$$\alpha = + 0{,}000144; \quad \beta = + 0{,}000000146.$$

Aus der Summe der Fehlerquadrate ergiebt sich, dass die Beobachtungen durch diese quadratische Formel nicht wesentlich besser dargestellt werden, als durch die lineare.

Vergleicht man mit den obigen Werthen beispielsweise die von Sohncke ermittelten

$$\alpha = 0{,}0000999; \quad \beta = 0{,}000000318,$$

so zeigt sich, dass das erste Glied bei Sohncke wesentlich kleiner, das zweite dagegen beträchtlich grösser ist; es ist von Interesse, zu ermitteln, in wie weit sich diese beiden Abweichungen im Temperaturintervall 0°—30° compensiren. Berechnen wir den Werth von φ_o aus den beiden ersten Beobachtungsgleichungen für den rechtsdrehenden Quarz

$$\varphi_1 = \varphi_o - 0{,}210\,\alpha\,\varphi_o = 375{,}217$$
$$\varphi_2 = \varphi_o + 0{,}323\,\alpha\,\varphi_o = 375{,}222$$
$$\text{Mittel:}\quad \varphi = \varphi_o + 0{,}057\,\alpha\,\varphi_o = 375{,}220$$

und nehmen für α den angenäherten Werth 0,00015 an, so erhalten wir $\varphi_o = 375{,}217$. Aus der Ausgleichung folgte bei der I. Serie: $\varphi_o = 375{,}206$, bei der II. Serie: $\varphi_o = 375{,}239$, im Mittel also 375,223; dieser Werth stimmt also mit dem obigen, aus den beiden ersten Beobachtungsgleichungen gewonnenen gut überein; wir dürfen das Mittel aus beiden, $\varphi_o = 375{,}220$ als annähernd richtig ansehen. Berechnen wir nun mit diesem Werthe nach der Formel von Sohncke die Drehung bei $t = 28°{,}273$, so ergiebt sich

$$\varphi_{28} = 376°{,}375;$$

unsere Messungen hatten ergeben $\varphi_{28} = 376{,}823$. Die Formel von Sohncke liefert also einen Werth, der um 0°,448 kleiner ist, als der beobachtete, d. h. nahezu um den zehnfachen Betrag der bei den Ausgleichungen auftretenden grössten Fehler. Noch bedeutender würden die Abweichungen sein bei Benützung der Formel von Le Chatelier. Dagegen scheinen die Beobachtungsergebnisse von v. Lang, sowie von Soret und Guye mit den hier ausgeführten recht befriedigend übereinzustimmen.

Wir gelangen schliesslich zu dem Resultate:

Innerhalb des Temperaturintervalls 0° bis 30°[1]) lässt sich sowohl die Formel

$$\varphi_t = \varphi_o\,(1 + 0{,}000147\,t) \text{ als auch } \varphi_t = \varphi_o\,(1 + 0{,}000144\,t + 0{,}000000146\,t^2)$$

mit hinreichender Genauigkeit zur Reduction der Messungen verwenden. Da

[1]) Eine Ausdehnung dieser Messungen auf ein grösseres Temperaturintervall und auf verschiedene Wellenlängen ist in Aussicht genommen; während nämlich v. Lang, Sohncke und Le Chatelier gefunden hatten, dass der Temperaturcoefficient für sämmtliche Wellenlängen dieselbe Grösse besitzt, scheint aus der Arbeit von Soret und Sarasin mit grosser Wahrscheinlichkeit das Gegentheil hervorzugehen.

bei den sogleich zu besprechenden absoluten Messungen die Temperatur nur zwischen den Grenzen 14° und 26° schwankte, so durfte ohne Bedenken zur Reduction auf die mittlere Temperatur von 20° die lineare Reductionsformel angewendet werden.

8. Absolute Drehungsmessungen.

Beschreibung des Apparates. — Die absoluten Drehungsmessungen wurden ebenso, wie die Bestimmung des Temperaturcoefficienten, mit Hilfe

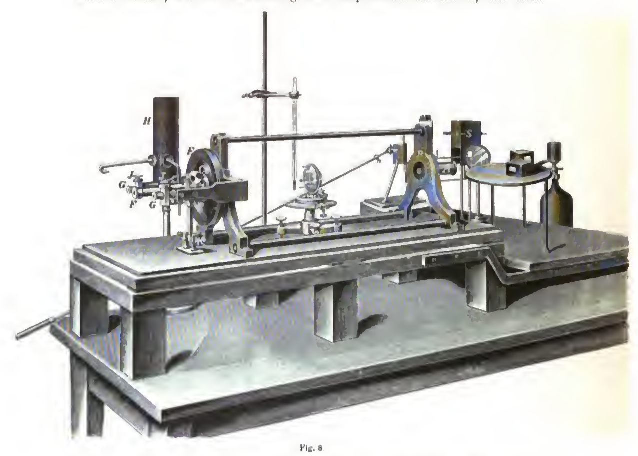


Fig. 8.

eines von der Firma Schmidt & Hänsch zu Berlin gelieferten grossen Lippich-schen[1]) Halbschattenapparates ausgeführt. Bei *A* (Fig. 8) befindet sich eine Convexlinse von ca. 40 cm Brennweite, bei *B* der Polarisator; dieser besteht aus zwei Nicol'schen Prismen mit geraden Endflächen, von denen das eine

[1]) In Betreff dieser Apparate vgl. auch: Lippich, Wiener Sitzungsber. **85** (IIb), 1882; **91** (IIa), 1885; **99** (IIa), 1890; ferner Lotos, Neue Folge **2**, 1880; und Zeitschr. f. Instrk. **2**, 1882 und **13**, 1893.

vor der einen Hälfte des zweiten liegt und etwas gegen dasselbe geneigt ist, so dass bei richtiger Stellung der Lichtquelle die das Gesichtsfeld halbirende Kante als möglichst feine Trennungslinie der beiden Hälften des Gesichtsfeldes erscheint. Vollkommen zum Verschwinden bringen lässt sich diese Trennungslinie bei der obigen Einrichtung aus optischen Gründen allerdings nicht, was die Genauigkeit der Einstellungen nicht unwesentlich beeinträchtigt[1]). Bei *C* befindet sich, ca. 80 cm von *A* entfernt und mit dem Theilkreise *E* fest verbunden, der Analysator, bei *F* ein kleines Fernrohr, mit welchem das von einem Diaphragma begrenzte Halbschattenfeld *B* beobachtet wird. Die Peripherie des Theilkreises ist in **400°** getheilt (nicht in **360°**!), und jeder Grad wieder in 5 Unterabtheilungen; die beiden Mikrometermikroskope *G*, welche ebenso, wie die Theilung selbst, durch die beiden[2]) Lampen *H* mit gebogenen Glasstäben beleuchtet werden (System Wolz), sind derartig eingerichtet, dass 100 Mikrometertheile einer Unterabtheilung des Theilkreises entsprechen; man kann somit ohne Schätzung noch 0°,002 (Peripherie = 400°) oder 0°,0018 = 6",5 (Peripherie = 360°) ablesen. Eine grobe Verschiebung und die feine Verschiebung *K* gestatten eine rasche und sichere Einstellung.

Als Halter für die Quarzplatten diente ein mit Theilung und Nonius versehenes kleines Spectrometertischchen, das in seiner speciellen Einrichtung dem früher bereits beschriebenen Apparate nachgebildet war, mit Hilfe dessen die Fehler der Axenrichtung bestimmt wurden. Mittels eines Gauss'schen Oculars, das man an Stelle des Fernrohres *F* einführt, lässt sich dann die Quarzplatte genau senkrecht zur optischen Axe des Polarisationsapparates stellen, während es andererseits die am Tischchen angebrachte Theilung in Verbindung mit der Schraube *S* (vgl. Fig. 4c und Fig. 5) ermöglicht, die Quarzplatte so zu justiren, dass der Lichtstrahl auch bei einer Drehung des beweglichen Ringes in seiner Ebene (vgl. Fig. 4b) die Quarzplatte stets in Richtung der vorher ermittelten Krystallaxe durchsetzt.

Möglichst nahe bei der Quarzplatte war ein Thermometer angebracht, dessen Stand mit dem Fernrohr abgelesen werden konnte; selbstverständlich wurden Thermometer und Quarzplatte vor der directen Strahlung der verschiedenen Beleuchtungslampen durch Schirme geschützt.

Lichtquelle. — Als Lichtquelle verwendete man zunächst den sogenannten Landolt'schen Natriumbrenner[3]). Diese für gewisse Zwecke sehr

---

[1]) Bei einem von Herrn Lummer construirten Halbschattenapparat, der demnächst in der Reichsanstalt zur Verwendung kommen soll, ist diese Fehlerquelle auf glückliche Weise vermieden.

[2]) Die zum Mikroskop auf der rechten Seite des Apparates gehörige Lampe ist der besseren Uebersicht wegen auf der Figur fortgelassen worden.

[3]) Vergl. Landolt, Zeitschr. f. Instrk. 3, S. 125; 1883.

bequeme Vorrichtung besteht im Wesentlichen aus einem grossen Bunsenbrenner (Modification von Müncke)[1]), dessen Oeffnung von einem Drahtnetz überwölbt ist; dicht über diesem Netze ruhen auf schornsteinartiger Unterlage aus Blech mehrere walzenförmige Reusen aus Platindraht[2]), welche in glühendem Zustande in das Natriumsalz getaucht werden, wobei sich die Maschen der Reusen mit geschmolzenem Salze füllen. Man erhält mit diesem Brenner eine breite, ruhige Flamme, deren Hitze jedoch, — jedenfalls in Folge der Abkühlung am Netze, — nicht sehr bedeutend zu sein scheint. In Folge dessen ist die damit erzielte Helligkeit bei Anwendung von $Cl\,Na$ oder $CO_3\,Na_2$ nur gering, und man muss den Winkel zwischen den Polarisationsebenen der beiden Halbschattennicols (Halbschattenwinkel!), der sich mit Hilfe einer einfachen Vorrichtung leicht ändern und messen lässt, ziemlich gross wählen (etwa 8° — 10°), um noch eine genügende Helligkeit zur Einstellung zu erzielen. Bei Anwendung von $Br\,Na$ ist die Helligkeit allerdings wesentlich grösser; es treten hierbei jedoch ungemein störende Dämpfe auf, welche für den Beobachter wie für die weitere Umgebung unerträglich sind, wenn sie nicht durch einen directen Schornsteinabzug entfernt werden. Ferner ist das Licht des Landolt'schen Brenners noch recht unrein, so dass schon bei Drehungen von 20°—30° in Folge der Rotationsdispersion nicht unerhebliche Färbungen der beiden Hälften des Gesichtsfeldes eintreten, während bei den in Aussicht genommenen viel stärkeren Drehungen die Einstellung ganz unsicher wird. Die Reinigung des Lichtes durch geeignete Absorptionsmittel, wie gefärbte Gläser, Kaliumdichromatplatten oder auch die von Lippich[3]) und von Landolt[4]) angegebenen Absorptionsflüssigkeiten ist mit dem Uebelstande verbunden, dass einerseits die an sich schon geringe Helligkeit noch wesentlich vermindert wird, andererseits aber die gemessene Drehung auch bei der gleichen Lichtquelle von der Natur des Absorptionsmittels abhängt. Es musste deshalb der Reinigung des Lichtes durch spectrale Zerlegung, für welche der Apparat ursprünglich allerdings nicht eingerichtet war, unbedingt der Vorzug gegeben werden.

Dies wurde dadurch erreicht, dass man zwischen Lichtquelle und Polarisationsapparat zwei Wernicke'sche Prismen mit Füllung von zimmtsaurem Aethyläther anbrachte, die bekanntlich eine sehr starke Dispersion besitzen. Mit Hilfe einer grossen Sammellinse wurde ein Bild von dem leuchtenden Diaphragma auf der Linse A des Apparats entworfen; dies hatte den grossen Vortheil, dass sich durch Verschieben der Linse in einfachster Weise die

[1]) Müncke, Zeitschr. f. Instrk. 2, S. 35; 1882.
[2]) Angegeben von Laspeyres, Zeitschr. f. Instrk. 2, S. 96; 1882.
[3]) Lippich, Zeitschr. f. Instrk. 12; 1892.
[4]) Landolt, Sitzungsber. der Academie d. Wissensch., Berlin 1894.

Aenderung des Strahlenganges corrigiren liess, welche in Folge der Erwärmung der Flüssigkeitsprismen eintrat.

Dies an sich etwas rohe Verfahren ergab doch, wie aus der Zusammenstellung der Messungen hervorgeht, recht befriedigende Resultate; allerdings durfte die Breite des leuchtenden Spaltes nicht gross sein, und es musste deshalb eine wesentlich hellere Lichtquelle, als der Landolt'sche Natriumbrenner, zur Verwendung kommen.

Eine ganz hervorragende Leuchtkraft entwickeln beispielsweise die von Herrn du Bois[1]) angegebenen Stifte aus Natriumbicarbonat, Natriumbromid und Traganth, welche im Linnemann'schen Knallgasgebläse verbrannt werden. Herr Dr. du Bois stellte in dankenswerther Weise eine Anzahl derselben nebst der dazu gehörigen Führung mit Zahnbetrieb, durch welche die Stellung der Stifte vom Beobachtungsplatze aus regulirt werden kann, dem Verf. zur Verfügung. Leider entwickeln aber auch diese Stifte recht störende Bromdämpfe, und ausserdem bedingt die gesteigerte Leuchtkraft auch einen so bedeutenden Materialverbrauch, dass die etwa 4 mm dicken und 12—15 cm langen Stangen in Zeit von 6–8 Minuten vollständig verbrennen; in Folge dessen muss, falls man nicht ein Uhrwerk zur Verfügung hat, die Stellung des Stiftes vor dem Spalte unablässig mit der Hand regulirt werden. Diese Uebelstände wurden vermieden bei der Verwendung von gegossenen Stangen aus geschmolzener Soda (6 mm dick, 10—15 cm lang), deren Herstellung Herr Schwirkus, technischer Assistent bei der Reichsanstalt, übernahm. Wenn auch die Helligkeit, welche diese Sodastangen im Linnemann'schen Knallgasgebläse entwickeln, die Helligkeit der du Bois'schen Stifte nicht ganz erreicht, so genügte sie doch für den gegebenen Zweck vollkommen, denn ein 1,5 mm breiter Spalt lieferte noch eine ausreichende Intensität für einen Halbschatten von 1°—2°; dabei verbrennen die Stifte so langsam, dass es während einer Reihe von 10—20 Einstellungen meist nicht nöthig ist, die Stellung des Stifts zu reguliren.

Messungen. — Für die Messungen waren von der Firma Schmidt und Hänsch zunächst 13 Platten aus Brasilianer Quarz geliefert worden, deren Dicke zwischen 1,2 mm und 10,5 mm variirte; von diesen wurden die mit No. 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8 und $\mathfrak{N}$ bezeichneten auf ihre Axenfehler hin untersucht; die Grösse der letzteren ist in der Zusammenstellung S. 245 angegeben. Der Axenfehler von Platte $\mathfrak{N}$ betrug ursprünglich nahezu 1°; die Platte wurde in Folge dessen nochmals umgeschliffen, nachdem aus den Ergebnissen der Axenbestimmung berechnet worden war, an welchen Stellen und um wie viel die Platte abzuschleifen sei; thatsächlich beträgt nunmehr der

[1]) H. E. J. G. du Bois, Ein Intensivnatronbrenner, Zeitschr. f. Instrk. 12, 1892.

Axenfehler nur noch 0° 3' 47" (nach der ersten Messungsreihe 0° 3' 43", nach der zweiten 0° 3' 50"), so dass bei dieser Platte eine weitere Berücksichtigung der Axenlage unnöthig war; leider scheint das Material derselben nicht ganz so homogen zu sein, wie das der meisten übrigen Platten.

Bei den fünf dünnen Platten No. 9, 10, 11, 12, 15 verzichtete man auf eine genaue Bestimmung der Axenrichtung und beschränkte sich darauf, zu constatiren, dass der Axenfehler bei allen nicht so bedeutend war, dass er die Messungen wesentlich hätte beeinflussen können.

Bei den Messungen selbst verfuhr man folgendermaassen: Zunächst bestimmte man mit 5—10 Einstellungen den Nullpunkt. Sodann wurde die Quarzplatte eingelegt und mittels des Gauss'schen Oculars genau senkrecht zum einfallenden Lichte ausgerichtet; in diesem Falle folgte also das Licht nicht genau der Richtung der Krystallaxe, da Plattenormale und Krystallaxe nicht vollkommen zusammenfallen. Nachdem man nunmehr wieder eine Serie von 5—10 Einstellungen ausgeführt hatte, drehte man die Platte vermittels ihrer drehbaren Unterlage um 90°, 180°, 270° in ihrer Ebene, so dass sich die mit I, II, III, IV bezeichneten Stellen der Platte successive oben befanden (vgl. die Tabellen), und wiederholte die Messungen. Hierauf folgten wieder zwei Nullpunktsbestimmungen von je 5—10 Einstellungen, worauf die ganze Messungsreihe in umgekehrter Reihenfolge (oben IV, III, II, I) durchgeführt und mit einer Nullpunktsbestimmung beendigt wurde. Eine derartige Doppelreihe von 60 bezw. 120 Einstellungen führte man womöglich ohne Unterbrechungen durch; bildet man dann die Mittelwerthe aus den entsprechenden Nulllagen und je zwei correspondirenden Stellungen oben I etc., so sind unter der Annahme, dass die Temperatur gleichmässig gestiegen und die Quarzplatte diesem Temperaturanstieg gleichmässig gefolgt ist, diese Mittelwerthe für die verschiedenen Stellungen der Platte direct vergleichbar, denn die Messungen beziehen sich dann sämmtlich auf ein und dieselbe mittlere Temperatur. Thatsächlich zeigte es sich, dass diese Annahme bei der geringen Temperaturzunahme von höchstens einem Grad während einer Doppelreihe ziemlich berechtigt ist.

Sodann brachte man die Platte mittels der früher beschriebenen Vorrichtung in eine derartige Lage, dass der Lichtstrahl stets genau in Richtung der Krystallaxe durchging, und führte dieselben Messungsreihen in der gleichen Reihenfolge, wie oben angegeben, durch.

Bei der Vergleichung zweier entsprechenden Messungsreihen ergiebt sich nun sofort das Resultat, dass die Einstellungsfehler wesentlich geringer sind, wenn die Axenlage berücksichtigt wird, als wenn dies nicht der Fall ist. So liefern beispielsweise zwei beliebig herausgegriffene, einander ent-

sprechende Messungsreihen beim Quarz No. 6 (Dicke = 0,49 mm) als Mittelwerthe der wahrscheinlichen Fehler einer Einstellung:

a) bei der Bestimmung des Nullpunkts . . . . 0° 0' 21"

b) bei der Bestimmung der Drehung ohne Berücksichtigung der Axenlage . . . . 0° 0' 42"

c) bei der Bestimmung der Drehung mit Berücksichtigung der Axenlage . . . . 0° 0' 30".

Dies ist jedenfalls dadurch zu erklären, dass im Falle b) neben der Erscheinung der Drehung der Polarisationsebene eine schwache Doppelbrechung auftritt, in Folge deren das ganze Gesichtsfeld etwas erhellt und die Empfindlichkeit der Einstellung geschädigt wird. Auf dieselbe Ursache dürfte auch die Erscheinung zurückzuführen sein, dass im Falle c die Werthe der für die Lagen „oben I, II, III, IV" gemessenen Drehung wesentlich besser übereinstimmen, als im Falle b; dies ergiebt sich deutlich aus der folgenden Zusammenstellung, Tab. I, bei welcher die Drehungen sämmtlich auf die Temperatur 20° reducirt sind; die Zahlen v bedeuten hierbei die Abweichungen der einzelnen Werthe „oben I, II, III, IV" vom Mittelwerth, ausgedrückt in Tausendstel-Graden.

Dieselbe Zusammenstellung zeigt schliesslich, dass die betreffenden Mittelwerthe stets kleiner sind, wenn der Quarz nach der Krystallaxe orientirt, als wenn er normal zum einfallenden Lichtstrahle gerichtet ist.

Tabelle I. Messungen in vier verschiedenen Azimuten.

Platten-Nummer	Stellung	Drehung (Peripherie = 400°)			
		a) Platte nach der Plattennormale orientirt	v	b) Platte nach der Krystallaxe orientirt	v
	Oben				
8.	I	253°,285	− 31	253°,280	− 9
	II	325	+ 9	275	− 14
	III	305	− 11	287	− 2
	IV	350	+ 34	314	+ 25
		Mittel: 253,316		Mittel: 253,289	
7.	I	183,790	− 3	183,742	+ 3
	II	800	+ 7	733	− 6
	III	781	− 12	735	− 4
	IV	800	+ 7	746	+ 7
		183,793		183,739	
6.	I	156,721	+ 17	156,633	+ 6
	II	657	− 47	626	− 1
	III	700	− 4	623	− 4
	IV	738	+ 34	624	− 3
		156,704		156,627	

Tabelle I. Messungen in vier verschiedenen Azimuten.

Platten-Nummer	Stellung	Drehung (Peripherie = 400°) a) Platte nach der Plattennormale orientirt	v	b) Platte nach der Krystallaxe orientirt	v
5.	I	85,028	+ 33	84,978	− 3
	II	84,955	− 40	85,000	+ 10
	III	85,039	+ 44	85,002	+ 12
	IV	Mittel: 84,958	− 37	Mittel: 84,972	− 18
		84,995		84,990	
4.[1]	I	80,951	− 27	80,982	+ 8
	II	81,004	+ 26	967	− 7
	III	80,935	− 43	975	+ 1
	IV	81,022	+ 44	973	− 1
		80,978		80,974	
3.	I	47,768	− 11	47,775	+ 2
	II	812	+ 33	774	+ 1
	III	736	− 43	778	+ 5
	IV	799	+ 20	763	− 10
		47,779		47,773	
2.[2]	I	29,110	− 7	29,115	+ 2
	II	124	+ 7	106	− 7
	III	114	− 3	119	+ 6
	IV	120	+ 3	111	− 2
		29,117		29,113	
1.	I	29,063	+ 7	29,054	− 1
	II	057	+ 1	053	− 2
	III	057	0	054	0
	IV	047	− 9	059	+ 4
		29,056		29,055	

In den folgenden Tabellen sind nun die Fehler der Axenrichtung, die Ergebnisse der Dickenmessungen und die Mittel der gefundenen Drehungswerthe, letztere auf die Temperatur 20° bezogen, für die einzelnen Platten zusammengestellt; in der mit R bezeichneten Spalte finden sich die aus der Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate folgenden, berechneten Drehungs-

[1]) Nachträglich wurden bei dieser Platte noch einige Controlmessungen unter Berücksichtigung der Axenlage ausgeführt, welche jedoch den Mittelwerth etwas verschlechterten (80,999; vgl. Ausgleichung Tab. II). Dies dürfte wohl dadurch zu erklären sein, dass bei den späteren Messungen nicht die planparallelste Stelle, auf welche sich die Dickenmessungen bezogen, genau vor die Oeffnung des Diaphragmas gesetzt wurde.

[2]) Vgl. S. 231, Anm.

werthe, die Spalte v giebt die Abweichungen der berechneten von den beobachteten Drehungswerthen in Tausendstel-Graden.

Tabelle II. Drehung unter Berücksichtigung der Axenlage (auf 20° C reducirt).

Platten-Nummer[1])	Axen-fehler	Dickenmessung			Mittel	Drehung (Peripherie = 400°)		
		Comparator	Dickenmesser Untersatz 4	Dickenmesser Untersatz 6		B	R	$v = B - R$
		mm	mm	mm	mm	°	°	
8*	0° 12′ 29″	10,4974	10,4975	10,4963	**10,4971**	253,289	253,309	− 20
7	0° 15′ 52″	7,6124	7,6141	7,6148	**7,6138**	183,739	183,732	+ 7
6	0° 14′ 43″	6,4885	6,4910	6,4906	**6,4900**	156,627	156,613	+ 14
N*	0° 3′ 47″	5,0960	5,0986	5,9084	**5,0977**	123,003	123,015	− 12
5	0° 11′ 34″	3,5223	3,5219	3,5207	**3,5216**	84,990	84,981	+ 9
4	0° 9′ 53″	3,3557	3,3563	3,3546	**3,3555**	80,999	80,973	+ 26
3	0° 8′ 45″	1,9785	1,9800	1,9799	**1,9795**	47,773	47,768	+ 5
1*	0° 12′ 52″	1,2032	1,2047	1,2046	**1,2042**	29,055	29,059	− 4

Hieraus folgt bei der Ausgleichung:

Drehung pro Millimeter Dicke (Peripherie = 400°) = 24°,1314

" " " " (Peripherie = 360°) = **21°,7182 ± 0°,0005.**

Tabelle III. Drehung ohne Berücksichtigung der Axenlage (auf 20° C reducirt).

Platten-Nummer[1])	Dickenmessung			Mittel	Drehung (Peripherie = 400°)		
	Comparator	Dickenmesser Untersatz 4	Dickenmesser Untersatz 6		B	R	$v = B - R$
	mm	mm	mm	mm	°	°	
8*	10,4974	10,4975	10,4963	**10,4971**	253,316	253,357	− 41
7	7,6124	7,6141	7,6148	**7,6138**	183,793	183,766	+ 27
6	6,4885	6,4910	6,4906	**6,4900**	156,704	156,642	+ 62
5	3,5223	3.5219	3,5207	**3,5216**	84,995	84,997	− 2
4	3,3557	3,3563	3,3546	**3,3555**	80,974	80,988	− 14
3	1,9785	1,9800	1,9799	**1,9795**	47,779	47,777	+ 2
12	1,6129	1,6150	1,6150	**1,6143**	38.952	38,963	− 11
11*	1,6012	1,6025	1,6022	**1,6020**	38,641	38,666	− 25
10*	1,5767	1,5762	1,5770	**1,5766**	38,031	38,053	− 22
15*	1,4921	1,4936	1,4924	**1,4927**	36,022	36,028	− 6
9	1,4645	1,4658	1,4667	**1,4657**	35,367	35,376	− 9
1*	1,2032	1,2047	1,2046	**1,2042**	29,055	29,059	− 4

Hieraus ergiebt sich bei der Ausgleichung:

Drehung pro Millimeter Dicke (Peripherie = 400°) = 24°,1359

" " " " (Peripherie = 360°) = **21°,7223 ± 0°,0010.**

Ergebniss der Messungen mit und ohne Berücksichtigung der Axenlage. — Es ergiebt sich als Resultat für die Drehung einer genau

[1]) Die mit einem * versehenen Platten drehen rechts, die übrigen links.

nach der Axe orientirten Quarzplatte von 1 mm Dicke bei einer Temperatur von 20° für reines Natriumlicht der Werth

21°,7182 ± 0°,0005,

und zwar gilt derselbe sowohl für rechts- wie für linksdrehende Quarze; da sich nämlich zwischen dem Drehungsvermögen dieser beiden Arten kein Unterschied herausstellte, der ausserhalb der sehr engen Grenzen der Beobachtungsfehler lag, so konnten sämmtliche Werthe ohne Weiteres in die Ausgleichung mit einbezogen werden.

Die übrigbleibenden Fehler sind bei Tabelle II durchweg sehr gering, denn der grösste derselben beträgt (nach Reduction auf eine Kreistheilung von 360°) nur 0°,023; ein derartiger Fehler tritt aber bereits auf, wenn bei der Dickenmessung ein Fehler von 1 μ begangen worden ist (vergl. auch Tab. I, Anm. 1). Bedenkt man ferner, dass ein Fehler von 1° in der Temperaturbestimmung beispielsweise beim Quarz No. 4 eine Aenderung der Drehung um 0°,012, beim Quarz No. 8 sogar um 0°,038 zur Folge hat, so ergiebt die Ausgleichung direct, dass selbst unter der Annahme, es seien gar keine Einstellungsfehler begangen worden, die Dickenmessungen sämmtlich auf Bruchtheile von 1 μ, die Temperaturmessungen auf Bruchtheile von 1° richtig sein müssen. Ebenso muss der Werth des Temperaturcoefficienten ziemlich genau sein; da nämlich die Temperaturen, bei welchen die Messungen vorgenommen wurden, zwischen 14° und 26° schwanken, so würde sich die Anwendung eines fehlerhaften Temperaturcoefficienten in der Ausgleichung deutlich geltend gemacht haben.

Es dürfte von Interesse sein, einige andere absolute Drehungsbestimmungen für Natriumlicht zum Vergleiche heranzuziehen.

Nach Stefan[1]) beträgt die Drehung einer 1 mm dicken Platte 21°,67; die Temperatur, für welche diese Grösse gelten soll, ist nicht angegeben, man wird also nicht fehlgehen, wenn man Zimmertemperatur, also ebenfalls etwa 20°, annimmt.

Aus den Arbeiten v. Lang (a. a. O.) folgen die beiden Werthe 21°,661 und 21°,724.

Joubert[2]) fand 21°,723, Mascart[3]) erhielt mit einer Auswahl recht dicker Platten Werthe, welche bei einer Temperatur von 15° zwischen 21°,713 und 21°,741 liegen; er selbst nimmt 21°,730 an, was für eine Temperatur von 20° den Werth von 21°,746 ergeben würde.

Sodann lassen sich aus der Arbeit von Soret und Guye über den Tempe-

[1]) Stefan, Wien. Ber. 50, S. 380; 1864; und Pogg. Ann. 122, S. 631; 1864.
[2]) Joubert, Comptes rendus 87.
[3]) Mascart, Ann. de l'école normale (2) 1, S. 208; 1872.

raturcoefficienten des Quarzes bei niederen Temperaturen (a. a O.) die Zahlen 21°,7285 und 21°,7177 berechnen.

Endlich finden Soret und Sarasin (a. a. O.) bei Platten von der Dicke von

	30 mm	37,5 mm	60 mm
Drehung pro Millimeter . . .	21°,7279	21°,7255	21°,7209
	7296		7132.

Das Mittel aus diesen 5 letzten Werthen, 21°,7234, ist fast identisch mit dem Werthe 21°,7223, der sich aus der Ausgleichung Tab. III (Messungen ohne Berücksichtigung der Axenlage) ergeben hat.

Ein Blick auf diese Ausgleichung zeigt, dass die übrigbleibenden Fehler allerdings wesentlich grösser sind, als bei der Ausgleichung der Messungen, bei welchen die Axenlage berücksichtigt wurde, aber der schliesslich sich ergebende Drehungswerth pro Millimeter Dicke ist nur um 0°,004 grösser als der Sollwerth. Diese Differenz wird für die Technik sicher keine Bedeutung mehr haben, um so mehr, als die dort verwendeten Platten meist nicht dicker sind als 1,6 mm. Wichtiger ist die aus Tabelle I S. 243 folgende Thatsache, dass ohne gehörige Berücksichtigung des Axenfehlers die Einstellungen recht beträchtlich von einander abweichen können, wenn man die Platte successive um 360° in ihrer Ebene dreht, während der Mittelwerth aus den so erhaltenen Messungen ziemlich constant[1]) ist und auch von dem Sollwerth nicht zu stark abweicht. Man würde also bei einer nicht genau orientirten Platte ziemlich bedeutende Fehler erhalten können, wenn man die Drehung nur in einer einzigen, beliebigen Stellung der Platte messen wollte, und es ist deshalb anzurathen, überall da, wo eine genaue Orientirung der Platte nach der Krystallaxe nicht möglich ist (wie in der Technik), die Platte successive in ihrer Ebene zu drehen und die Messungen wenigstens in 4 verschiedenen, um 90° von einander abweichenden Azimuten auszuführen. Der Mittelwerth aus allen diesen Messungen wird dann nur wenig schwanken und dem wahren Drehungswerthe ziemlich nahe kommen, vorausgesetzt, dass der Axenfehler innerhalb mässiger Grenzen (15'—20') bleibt.

Eine Probe auf die Genauigkeit des gefundenen Drehungswerthes ergab sich gelegentlich auf folgende Weise: Die Firma Schmidt und Hänsch gestattete dem Verfasser die Benützung sowohl einer aus Paris bezogenen, als auch 6 von der Firma selbst mit besonderer Sorgfalt für die Technik ausgeführter Normalplatten, sämmtlich aus Brasilianer Quarz, von ca. 1 mm

[1]) Gelegentliche Versuche haben gezeigt, dass man innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler zu demselben Mittelwerthe gelangt, ob man nun die Messungen in den Lagen „oben I, II, III, IV“ oder „oben I : II, II : III, III : IV, IV : I“ etc. ausführt; mit anderen Worten: Die Anfangslage der Platte scheint für den Mittelwerth ohne Bedeutung zu sein, wenn man nur die Messungen in 4 oder 8 Azimuten der Platte durchführt (vgl. auch Tabelle S. 249).

Dicke und 15 mm Durchmesser. Eine Untersuchung der Planparallelität ergab für die Pariser Platte einen Dickenunterschied von nur 0,75 μ zwischen der dicksten und der dünnsten Stelle; bei den Platten von Schmidt und Hänsch lag der Dickenunterschied zwischen den Grenzen 1,75 μ und 3,75 μ; die Platten waren also für technische Zwecke hinreichend genau gearbeitet.

Es wurden nun einerseits die Dicken dieser Platten mit Hilfe des der Anstalt gehörenden Dickenmessers (vergl. S. 212) an zwei verschiedenen Stellen der Scala (Untersatz 4 und 6) bestimmt, andrerseits auch der Drehungswerth der Platten für Natriumlicht gemessen, und aus diesem durch Division mit 21°,7182 (dem Werthe der Drehung einer 1 mm dicken Platte) die Dicke indirect abgeleitet.

Wie die folgende Zusammenstellung ergiebt, unterscheiden sich die auf beiden Wegen ermittelten Plattendicken im Maximum um 0,0011 mm, meist bleibt aber die Differenz noch erheblich unter diesem Werthe. Dass die bei der directen Messung gefundenen Dicken sämmtlich etwas grösser sind, als die aus der Drehung abgeleiteten, ist in der Art der Messung begründet, denn es ist kaum möglich, eine so kleine Platte derart fest an die Unterlage anzupressen, dass jede Luftschicht dazwischen verschwindet. Lässt man den anpressenden Finger los, so erhebt sich auch meist die Platte wieder etwas von der Unterlage (die Bewegung der Newton'schen Streifen zeigt dies deutlich), während grosse Platten durch Luftdruck und Adhäsion auf der Unterlage festgehalten werden. Der Taster des Dickenmessers aber darf nicht zum Anpressen benützt, sondern nur leicht aufgesetzt werden, um eine Deformation der kugelförmigen Endfläche zu vermeiden.

Platte No.	Dicke, gemessen mit			Dicke, abgel. aus der Drehung	Differenz
	Untersatz 4	Untersatz 6	Mittel		in μ
1	0,9964	0,9966	**0,9965**	**0,9954**	+ 1,1
2	0,9970	0,9971	**0,9971**	**0,9963**	+ 0,8
3	0,9961	0,9967	**0,9964**	**0,9958**	+ 0,6
4	0,9960	0,9959	**0,9960**	**0,9953**	+ 0,7
5	0,9977	0,9988	**0,9982**	**0,9972**	+ 1,0
6	0,9965	0,9975	**0,9970**	**0,9963**	+ 0,7
Pariser Platte	0,9990	1,0000	**0,9995**	**0,9993**	+ 0,2

Bestimmung der Drehung durch Quarz aus Japan und aus der Schweiz. — Der Schliff der Quarzplatten aus Japan und aus der Schweiz war allerdings nicht so gut planparallel, wie bei den grossen Platten aus Brasilianer Quarz, doch konnte er an den besten Stellen auch für absolute Messungen noch genügen; dagegen waren die Axenfehler bei beiden

ausserordentlich gering, denn bei dem Schweizer Quarz betrug er nur wenig über 3', beim Japaner sogar nur 2'. Man konnte deshalb den Axenfehler bei den Drehungsbestimmungen ganz unberücksichtigt lassen und die Messungen in der Normalstellung der Platte vornehmen. Leider zeigte es sich aber, dass sich die Unterlage für die Platten stark verzogen hatte, so dass in Folge dessen die Plattennormale bei der Drehung der Platte in ihrer Ebene einen Kegelmantel beschrieb, dessen Oeffnungswinkel ca. 12' betrug; ein derartiger Fehler muss aber die Messungen ebenso beeinflussen, wie ein Axenfehler, und es liess sich in Folge dessen voraussehen, dass die Messungen bei der Drehung der Platte in ihrer Ebene nicht so gut übereinstimmen würden, als man bei dem geringen Axenfehler hätte erwarten dürfen; dies war auch thatsächlich der Fall. Beim Schweizer Quarz wurden 2 verschiedene Messungsreihen durchgeführt. Während bei der ersten Reihe die mit I, II, III, IV bezeichneten Punkte der Platte nacheinander oben lagen, wurden bei der zweiten Reihe successive die zwischen I und II, II und III befindlichen Punkte I—II, II—III etc. nach oben gedreht; diese Messungsreihen lieferten folgende Ergebnisse:

Drehungsmessungen beim Quarz aus der Schweiz.

Reihe 1	Drehung	v	Reihe 2	Drehung	v
	°			°	
Oben I . . .	197,868	+ 6	Oben I—II .	197,896	+37
II . . .	866	+ 4	II—III .	819	— 40
III . . .	885	+23	III—IV .	884	+25
IV . . .	830	— 32	IV—I .	837	— 22
Mittel	197,862		Mittel	197,859	

Die Mittelwerthe aus beiden Reihen stimmen also sehr gut überein, während die Abweichungen v der einzelnen Messungen vom Mittelwerthe ungefähr von derselben Grösse sind, wie bei den Messungen ohne Berücksichtigung der Axenlage (Tab. III, S. 245); das Hauptmittel aus den beobachteten Drehungen ist **197,860$_5$**. Die mit dem Dickenmesser allein ausgeführte Dickenmessung ergab die Werthe 8,1973 mm und 8,1982 mm, im Mittel also **8,1977** mm; hieraus folgt als Drehung pro Millimeter Dicke 24,1361 (Peripherie = 400°) bez. **21,7225** (Peripherie = 360°), also genau derselbe Werth, der bei der Messung der Brasilianer Quarze ohne Berücksichtigung der Axenlage gefunden worden war.

Für den Quarz aus Japan lieferte die Dickenmessung die Werthe 8,2746 mm, 8,2766 mm, 8,2751 mm, 8,2743 mm: im Mittel also **8,2751**. Bei den Drehungsmessungen verfuhr man, um den oben erwähnten Fehler der Unter-

lage zu eliminiren, derart, dass man den Quarz zwar ebenfalls in vier verschiedenen Lagen beobachtete, aber stets vor Beginn der Messungen mit Hilfe des Gauss'schen Oculars senkrecht zum Lichtstrahl stellte; es hätten nunmehr die Messungen in den verschiedenen Stellungen besonders gut übereinstimmen sollen, dies war jedoch nicht der Fall. Die beiden zuerst ausgeführten Reihen ergaben nämlich:

Drehungsmessungen beim Quarz aus Japan.

	Reihe 1	Reihe 2	Mittel	v
Oben I . . .	199°,798	199°,778	199°,788	+ 33
II . . .	743	720	732	− 23
III . . .	764	783	774	+ 19
IV . . .	723	728	726	− 29
Mittel	199°,757	199°,752	199°,755	

Die Abweichungen vom Mittel sind also bei beiden Reihen grösser, als man hätte erwarten dürfen. Der Grund hierfür konnte nur darin gesucht werden, dass das Licht bei der Drehung der Platte verschieden dicke Stellen der Platte durchsetzte, dass also die beste Stelle der Platte nicht genau mit der optischen Axe des Polarisationsapparates zusammenfiel; diese Vermuthung bestätigte sich auch bei genauerer Untersuchung, und man erhielt nach einer sorgfältigen Neujustirung nunmehr die Drehungen

	Reihe 3	v
Oben I . . .	199°,786	+ 15
II . . .	760	− 11
III . . .	776	+ 5
IV . . .	764	− 7
Mittel	199°,771	

Diese Werthe weichen vom Mittel nur noch um Grössen ab, die durch die Beobachtungsfehler hinreichend erklärbar sind.

Als Gesammtmittel der Drehung erhält man somit 199°,760, was einer Drehung von 24°,1399 (Peripherie = 400°) oder **21°,7260** (Peripherie = 360°) pro Millimeter Dicke entspricht. Dieser Werth ist allerdings etwas grösser, als der für die Brasilianer und Schweizer Quarze gefundene (den Maximalwerth lieferte der Brasilianer Quarz No. 4 zu 21,7252), doch dürfte es wohl kaum gerechtfertigt sein, aus der verhältnissmässig geringen Differenz auf ein anderes Drehungsvermögen des Japaner Quarzes zu schliessen, vielmehr

wird diese Differenz jedenfalls noch auf Messungsfehler zurückzuführen sein. Immerhin kann nämlich die Dickenmessung, die bei diesen beiden Platten nicht durch Messungen am Comparator controlirt wurde, mit einem kleinen Fehler von 1—2 μ behaftet sein, dann aber können sich bei den Drehungsmessungen auch schwer zu bestimmende Temperatureinflüsse geltend gemacht haben. Denn abgesehen davon, dass man beim Ausrichten der Platte mittels des Gauss'schen Oculars stets die Hände längere Zeit mit der Unterlage der Quarzplatte in Berührung bringen musste, war es während dieser Zeit auch nöthig, den Schirm zwischen Beleuchtungslampe und Quarzplatte zu entfernen, und zwar wurde bei der Stellung der einzelnen Theile das Thermometer von den Strahlen der Lampe weniger beeinflusst, als die Quarzplatte. Zur Erklärung der Verschiedenheit der Drehungswerthe von Brasilianer und Japaner Quarz genügt aber bereits die Annahme eines Fehlers in der Temperaturmessung von 2°, der unter diesen Verhältnissen nicht ausgeschlossen erscheint.

Wie dem auch sei, so viel ist sicher, dass diese kleine Differenz in der Technik keinerlei Rolle spielen würde.

Es mag übrigens noch erwähnt werden, dass auch Joubert (a. a. O.) bei seiner Bestimmung des Temperaturcoefficienten Quarze von verschiedener Herkunft benützte, welche in Bezug auf die absolute Drehung ziemlich identische Werthe geliefert zu haben scheinen.

9. Vergleichung der Drehung bei Anwendung von heisseren und kälteren Lichtquellen.

Da sich bekanntlich mit zunehmender Temperatur und Dampfdichte die beiden D-Linien nicht unbeträchtlich verbreitern, und zwar asymmetrisch, so war es nicht ausgeschlossen, dass die Drehung, welche man bei Anwendung des Knallgasgebläses erhält, nicht vollständig übereinstimmt mit der Drehung, die eine wesentlich kältere Flamme liefert, wie z. B. der Landolt'sche Natriumbrenner. Da jedoch der Unterschied ohne Zweifel nur gering sein konnte, so musste man, um ihn überhaupt zur Geltung bringen zu können, die Drehung und somit auch die Plattendicke ziemlich bedeutend wählen, andrerseits auch das Licht des Landolt'schen Brenners spectral zu reinigen suchen, da sonst wegen der in dieser Flamme enthaltenen Unreinigkeiten eine directe Vergleichung der beiden Drehungswerthe unstatthaft gewesen wäre. Allerdings gelang diese Reinigung nur unvollkommen, denn bei der geringen Intensität des Lichtes musste die Oeffnung des leuchtenden Diaphragmas wesentlich grösser gewählt werden, als bei Anwendung des Knallgasgebläses, so dass eine vollständige Trennung der verschiedenfarbigen Strahlen nicht erzielt

werden konnte. Trotzdem blieb das Gesichtsfeld auch bei einem Halbschattenwinkel von 10° noch so dunkel, dass die Einstellung nur mit Hilfe der Grobverschiebung möglich war; der wahrscheinliche Fehler einer Einstellung betrug daher bei der Bestimmung des Nullpunktes im Mittel ca. ±0°,093, nach Einsetzen des Quarzes No. 8 aber ±0°,108, somit das 5—10fache des wahrscheinlichen Fehlers bei Anwendung von Knallgas.

Die beiden Doppelreihen ergaben nach Reduction der Drehung auf 20° C.:

Quarz No. 8.

	I. Reihe	II Reihe	Mittel
Oben I	253°,477	253°,321	253°,399
II	393	323	358
III	462	378	420
IV	480	350	415
Mittel:	253°,453	253°,343	253°,398

oder, mit Berücksichtigung einer Theilungsfehlercorrection von — 0°,005,

253°,393.

Der entsprechende beobachtete Mittelwerth bei Anwendung des Knallgasgebläses war 253°,316, der berechnete **253°,357** (vgl. Tab. III, S. 245.) Bei der starken Abweichung, welchen die Mittelwerthe der beiden oben angeführten Reihen von einander zeigen, dürfte es kaum gerechtfertigt erscheinen, aus diesen Versuchen den Schluss zu ziehen, dass bei Anwendung des Knallgasgebläses die Drehung etwas geringer ist, als bei Anwendung von kühleren Flammen. Immerhin würde dieser Schluss mit dem Ergebnisse der Untersuchungen von Ebert[1]) übereinstimmen, dass mit steigender Dampfdichte die Verbreiterung der D-Linien nach dem minder brechbaren Ende des Spectrums hin stärker ist, als nach der entgegengesetzten Seite. Jedenfalls ist der Unterschied zwischen den beiden Zahlenwerthen, welche sich aus den Messungen mit Knallgas und mit dem Landolt'schen Brenner ergeben, zu gering, als dass er für die Technik von irgend welcher Bedeutung werden könnte.

10. Einwirkung von Absorptionsmitteln auf spectral gereinigtes Licht.

Weiterhin war noch die Frage zu beantworten, ob das aus dem Linnemann'schen Gebläse stammende Natriumlicht nach seiner spectralen Zer-

[1]) Ebert, Die Methode der hohen Interferenzen in ihrer Verwendbarkeit für die Zwecke der quantitativen Spectralanalyse. Habilitationsschrift, Leipzig 1888.

legung wirklich als hinreichend monochromatisch anzusehen sei, oder ob etwa durch Einschalten der vielfach gebrauchten Absorptionsmittel, wie einer Kaliumdichromatplatte oder der von Lippich[1]) angegebenen Uransulfatlösung noch eine Aenderung der Drehung herbeigeführt werden könnte. Allerdings kann ja schon der Umstand, dass auch bei beträchtlichen Drehungen nur eine ganz geringe Färbung der beiden Hälften des Gesichtsfeldes auftritt, als Beweis dafür gelten, dass grössere Mengen fremden Lichtes nicht mehr in dem spectral zerlegten Lichte des Knallgasgebläses vorhanden waren; trotzdem schien es nicht überflüssig, einige directe Versuche nach dieser Richtung hin anzustellen, um so mehr, als sich gleichzeitig damit auch noch eine andere Frage erledigen liess. Wie die Verdunkelung des Gesichtsfeldes bei Vorsetzen von Uransulfatlösung zeigt, scheint dies Reinigungsmittel auch nicht unbeträchtliche Mengen gelber Strahlen zu absorbiren, während sich das Absorptionsvermögen hauptsächlich wohl auf die rothen Strahlen erstreckt, wie Lippich a. a. O. angiebt. Es ist nun an sich nicht unwahrscheinlich, dass die Strahlen der beiden D-Linien von dieser Lösung nicht in vollkommen gleicher Weise beeinflusst werden, und da der Unterschied der Drehung, welche die beiden D-Linien gesondert hervorbringen, schon für eine Quarzplatte von 1 mm Dicke rund 0°,04 beträgt, so könnte bei recht bedeutenden Plattendicken eine etwas veränderte Zusammensetzung des Natriumlichtes der Beobachtung kaum entgehen. Es wurde nun aus den vorhandenen Platten eine Säule von ca. 35 mm Dicke zusammengestellt und eine Messungsreihe ohne bez. mit vorgesetzter Kaliumdichromatplatte so durchgeführt, dass ein störender Temperatureinfluss sich kaum geltend machen konnte; hierbei ergab sich als Drehung ohne Platte 838°,606, und mit Platte 838°,605.[2]) Die geringe Grösse der Einstellungsfehler zeigt auch, dass diese Uebereinstimmung nicht eine rein zufällige ist, wenn auch selbstverständlich so vollständig identische Werthe nicht erwartet werden durften.

Die nach den Lippich'schen Angaben angefertigte Uransulfatlösung wurde in ein Gefäss eingeschlossen, dessen planparallele Wände einen Abstand von 1,5 cm besassen; die Einstellungsfehler waren hier, entsprechend der grösseren Dunkelheit, nicht so gering, wie oben, hielten sich aber doch innerhalb weniger Hundertstel-Grade. Die vier Messungsreihen, auf die Temperatur 20° bezogen, ergaben folgende Drehungen:

[1]) Lippich, Zeitschr. f. Instrk. 12, S. 341; 1892.
[2]) Diese Messungen sind nicht auf die Temperatur von 20° bezogen.

Reihe	I. Drehung		II. Drehung	
	ohne Lösung	v	mit Lösung	v
1	838°,459	− 33	838°,414	− 101
2	506	+ 14	609	+ 94
3	490	− 2	496	− 21
4	513	+ 21	541	+ 26
Mittel:	838°,492 ± 0°,008		838°,515 ± 0°,027	

Die verhältnissmässig gute Uebereinstimmung der beiden Mittel dürfte unter Berücksichtigung ihrer relativ geringen Unsicherheit beweisen, dass bei derartig spectral gereinigtem Lichte eine Einwirkung der Absorptionsmittel nicht zu befürchten ist.

11. Einwirkung von Absorptionsmitteln auf ungereinigtes Licht.

Um die Einwirkung der Absorptionsmittel auf Lichtquellen zu prüfen, welche noch viel fremdes Licht enthalten, wurde unter Anwendung der von Lippich (a. a. O.) angegebenen Absorptionsmittel (Kaliumdichromatlösung, Schicht von 10 cm Dicke; Uransulfatlösung, Schicht von 1,5 cm Dicke) die Drehung der Platte No. 8 einmal mit der Landolt'schen Natriumflamme und dann auch mit Hilfe des Spiritusgebläses von Herbert-Lehmbeck gemessen, in dessen Flamme zwei Landolt'sche, mit Na_2CO_3 getränkte Platinreusen gebracht waren. Dies Gebläse entwickelt eine sehr bedeutende Hitze, und die damit erzielte Helligkeit des Natriumlichtes ist in Folge dessen auch so beträchtlich, dass man mit dem Halbschatten bequem auf 1°,5 herabgehen kann; es wäre also, wenn es sich als hinreichend rein erwiese, ein bequemer und billiger Ersatz für Knallgasgebläse; allerdings flackert die Gebläseflamme etwas, doch ist dies bei richtigem Abstande der Flamme von der Objectivlinse nicht besonders störend. Zur Füllung des Gebläses wurde natürlich nur reiner Alkohol verwendet.

L a n d o l t ' s c h e r   N a t r i u m b r e n n e r. — Die Messungen mit dem Landolt'schen Brenner lieferten nach Vorsetzen der Absorptionsgefässe fast identisch denselben Werth, den man bei Anwendung spectral zerlegten Lichtes mit dem Knallgasgebläse erhalten hatte, nämlich

I. Reihe: 253°,312
II. „ 253°,330
Mittel: 253°,321.

Der entsprechende Werth für Knallgasgebläse war 253,316; indessen darf dieser Uebereinstimmung nicht zuviel Werth beigemessen werden: In Folge der bedeutenden Dunkelheit musste man nämlich einen Halbschatten

von 10° anwenden; eine Färbung zeigte sich allerdings fast gar nicht mehr, dagegen betrugen die wahrscheinlichen Fehler einer Einstellung bei der Nullpunktsbestimmung durchschnittlich 0°,063, nach Vorsetzen der Platte 0°,076, so dass eine grössere Abweichung der Resultate nicht überrascht haben würde.

Immerhin scheinen die Lippich'schen Absorptionsmittel für den mit Na_2CO_3 beschickten Landolt'schen Brenner sehr geeignet zu sein.

Spiritusgebläse von Herbert-Lehmbeck. — Dagegen erschienen die beiden Hälften des Gesichtsfeldes bei Anwendung des Spiritusgebläses auch nach Einsetzen der Absorptionsgefässe noch stark verschieden gefärbt, namentlich trat die rothe Färbung der einen Seite sehr deutlich hervor, was schon von vorne herein darauf schliessen liess, dass die zu erwartenden Drehungswerthe zu niedrig ausfallen würden. Die starke Färbungsdifferenz beeinträchtigte natürlich auch die Einstellung auf das empfindlichste, so dass trotz des geringen Halbschattens nur die Grobverschiebung angewendet werden konnte; der wahrscheinliche Fehler einer Einstellung betrug im Mittel für die Nullpunktsbestimmung ca. 0°,030, nach Einsetzen der Quarzplatte 0°,055. Die beiden Messungsreihen ergaben das Resultat:

I. Reihe:	252°,992
II. „	252°,895
Mittel:	252°,944

gegenüber einer Drehung von 253°,316 mit dem spectral gereinigten Lichte des Knallgasgebläses. Der Unterschied ist also sehr merklich, er würde auch bei einer 1 mm dicken Platte noch ca. 0°,035 betragen, und zwar weist er thatsächlich auf ein starkes Ueberwiegen von rothen Strahlen hin. Da ein zweites Absorptionsgefäss nicht zur Hand war, und eine stärkere Concentration der Uransulfatlösung wieder eine stärkere Verdunkelung des Gesichtsfeldes bewirkt haben würde, so lag der Versuch nahe, ob nicht durch entsprechende Verdünnung der Kalidichromatlösung ein besseres Gleichgewicht zwischen den durchgelassenen rothen und grünen bez. blauen Strahlen erzielt werden könnte, so dass die mit einem derartigen Absorptionsmittel durchgeführten Messungen auch bei Anwendung des Spiritusgebläses dem Sollwerthe näher kommen. In der That lieferten zwei neue Messungsreihen, für welche man die Kaliumdichromatlösung auf die Hälfte verdünnt hatte, die Werthe

I. Reihe:	252°,977
II. „	253°,072
Mittel:	253°,025,

also eine um 0°,08 grössere Drehung.

Jedenfalls ergiebt sich aus diesen Versuchen wieder deutlich, dass Absorptionsmittel irgend welcher Art nicht ohne eingehende Prüfung ihrer Ein-

wirkung auf die Drehung zur Reinigung scheinbar monochromatischen Lichtes benützt werden dürfen.

12. Zusammenstellung der Resultate.

Die gewonnenen Resultate lassen sich folgendermassen zusammenfassen.

Ein verschiedenes Drehungsvermögen hat sich bei den untersuchten Quarzplatten aus Brasilien, Japan und der Schweiz nicht ergeben (die Abweichung vom Mittel beträgt im Maximum $^1/_{30}\,^0/_0$), und es ist nicht wahrscheinlich, dass die Klagen der Technik über die Unsicherheit in den Drehungsbestimmungen auf ein solches verschiedenes Drehungsvermögen der Quarze aus verschiedenen Fundorten zurückzuführen ist; sie dürften vielmehr ihre Erklärung in der mangelhaften Herstellung der käuflichen Platten finden, die namentlich in Bezug auf Planparallelität unter Umständen viel zu wünschen übrig lassen.

Die Ermittelung einer neuen Methode zur Bestimmung der Lage der Krystallaxe, bis auf etwa 1' genau, gewährte die Möglichkeit, den Einfluss des Axenfehlers auf die Grösse der Drehung experimentell zu bestimmen und ihn für die Technik unschädlich zu machen, vorausgesetzt, dass der Axenfehler eine mässige Grösse (etwa 15'—20') nicht übersteigt.

Eine Verschiedenheit der Drehung bei Anwendung von mehr oder weniger heissen Lichtquellen konnte nicht mit Sicherheit nachgewiesen werden. Dagegen liess es sich feststellen, dass verschiedene sogenannte monochromatische Lichtquellen auch bei Anwendung von ein und demselben Absorptionsmittel recht verschiedene Drehungswerthe ergeben können; es ist deshalb bei der Anwendung von Absorptionsmitteln zur vollständigen Reinigung des Lichtes grosse Vorsicht geboten und, wenn möglich, der spectralen Reinigung der Vorzug zu geben.

Zur Reduction der Messungen auf eine bestimmte Temperatur innerhalb des Temperaturintervalles [0° — 30°] kann man sich sowohl der linearen Formel

$$\varphi_t = \varphi_0\,[1 + 0{,}0_3147\,t],$$

als auch der quadratischen Formel

$$\varphi_t = \varphi_0\,[1 + 0{,}0_3144\,t + 0{,}0_6146\,t^2]$$

bedienen; hierin bedeutet t die Temperatur, φ_0 und φ_t die Drehung bei 0° bez. t°.

Die Drehung einer 1 mm dicken Quarzplatte beträgt für eine Temperatur von 20° C. bei Anwenduug von reinem Natriumlicht

$$21°{,}7182 \pm 0°{,}0005,$$

vorausgesetzt, dass der Lichtstrahl die Platte genau in Richtung der Krystallaxe durchsetzt; anderenfalls wird die Drehung stets etwas grösser ausfallen.

ÜBER DEN

WAHRSCHEINLICHEN WERTH DES OHM

NACH DEN BISHERIGEN MESSUNGEN

VON

Dr. E. DORN
PROFESSOR AN DER UNIVERSITÄT HALLE A. S.

INHALTSVERZEICHNISS

Vorwort des ersten Abdrucks.

Obwohl sich insbesondere im verflossenen Jahrzehnt viele und hervorragende Physiker mit dem Problem der absoluten Widerstandsmessung beschäftigt haben, so gehen doch die erhaltenen Werthe für die das *Ohm* darstellende Quecksilbersäule (von 1 *qmm* Querschnitt bei 0°) ziemlich weit auseinander.

Inzwischen hat sich das allgemeine Interesse wieder mehr anderen Gebieten zugewandt, und es ergiebt sich daher naturgemäss die Aufgabe, das umfassende Material kritisch zu sichten, um den wahrscheinlichsten Werth des *Ohm* auf Grund der bisherigen Bestimmungen zu ermitteln und so zu einem gewissen Abschlusse zu gelangen.

Die unmittelbare Veranlassung für mich, dieser Aufgabe mich zu unterziehen, war eine am Beginn dieses Jahres an mich gerichtete Aufforderung Sr. Excellenz von Helmholtz, mich darüber zu äussern, welchen Werth des *Ohm* ich für den wahrscheinlichsten hielte. Ich erklärte mich bereit, meine schon früher begonnenen Studien über diesen Gegenstand zu erweitern und das Ergebniss vorzulegen. Ende Juli konnte ich das Manuscript Herrn von Helmholtz übersenden. Seitdem hat dasselbe stellenweise eine Umarbeitung erfahren, zu der insbesondere die genauere Bestimmung des Temperaturcoefficienten für den specifischen Widerstand des Quecksilbers durch Guillaume und die Abtheilung I der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt nöthigte.

Zur Sache möchte ich bemerken, dass ich die Schwierigkeiten einer Kritik derartiger feiner und umfangreicher Untersuchungen, wie die absoluten Widerstandsmessungen, nicht unterschätze, insbesondere, da selbstverständlich die Besichtigung der Apparate sämmtlicher Autoren ausgeschlossen ist.

Indessen muss einmal ein Versuch in dieser Richtung gemacht werden; die Erhebung von Einwänden in bestimmter Form giebt die beste Gelegenheit zu einer Discussion, welche entweder zur Entkräftung des Bedenkens oder zur Berichtigung des Irrthums führt.

Wo irgend möglich, habe ich mich nicht damit begnügt, das Vorhandensein von Fehlerquellen und den Sinn ihres Einflusses auf das Resultat anzugeben, sondern habe mich bemüht, den Betrag desselben numerisch festzustellen.

Dass ich bestrebt gewesen bin, die Grenzen einer sachlichen Kritik nicht zu überschreiten, brauche ich wohl kaum ausdrücklich zu versichern.

Ich habe noch mit Dank der Unterstützung zu gedenken, welche mir von verschiedenen Seiten bei meiner Arbeit zu Theil geworden ist.

Herr von Helmholtz und Herr Director Löwenherz haben mir die Benutzung unveröffentlichter Untersuchungen in beiden Abtheilungen der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt gestattet; viele Physiker, an welche ich mich brieflich um Aufklärung über gewisse Punkte ihrer Arbeiten wandte, haben mir in zuvorkommendster Weise Auskunft ertheilt.

Halle, 16. October 1892.

Dr. E. Dorn.

Vorwort zum zweiten Abdruck.

Die im Vorwort der ersten Veröffentlichung ausgesprochene Erwartung, dass die Erhebung von Einwänden in bestimmter Form die beste Gelegenheit zu einer Discussion geben würde, hat sich im vollsten Maasse erfüllt, denn es ist mir eine Reihe werthvoller Mittheilungen zugegangen, welche über manchen Punkt ein zutreffenderes Urtheil ermöglichten.

Im Einvernehmen mit dem verewigten Herrn Präsidenten habe ich diese Mittheilungen berücksichtigt; die abgeänderten Stellen sind im Text als solche bezeichnet oder durch Klammern [ ] kenntlich gemacht, einzelne veränderte Zahlen sind durch ein vorgesetztes † bezeichnet.

Halle, 5. November 1894.

Dr. E. Dorn.

Nach den Beschlüssen des elektrischen Congresses vom Jahre 1881 soll die Länge derjenigen Quecksilbersäule von 1 *qmm* Querschnitt aufgesucht werden, welche bei der Temperatur von 0° einen elektrischen Widerstand von 1 *Ohm* = 10^9 *cm sec*$^{-1}$ besitzt.

Die thatsächliche Durchführung dieser Aufgabe setzt sich daher zusammen aus I. der Herstellung von Quecksilbernormalwiderständen, deren Werth in *m/mm*^{2} *Hg* 0° bekannt ist (bez. Copien von solchen), II. der Bestimmung ihres Widerstandes in absolutem elektromagnetischem Maasse.

I. Herstellung von Quecksilberwiderständen.

Bevor auf die Besprechung der wichtigsten Arbeiten über diesen Gegenstand eingegangen wird, mögen einige allgemeine Bemerkungen vorausgeschickt werden.

Die Berechnung des Widerstandes einer mit Quecksilber von 0° gefüllten Röhre geschieht nach der Formel[1]):

$$W_0 = \frac{\sigma_0 C [L_0 + a (r_1 + r_2)]}{\left(\frac{M_0}{L_0 D_0}\right)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

Hierin ist:

σ_0 der specifische Widerstand des *Hg*,

C ein von den Caliberverhältnissen der Röhre abhängiger Factor, der wenig grösser als 1 ist[2]),

L_0 die Länge der Röhre bei 0°,

r_1 und r_2 die Radien der Endquerschnitte,

a der sog. „Ausbreitungscoefficient“,

M_0 die Masse des von der Röhre bei 0° gefassten *Hg*,

D_0 die Dichte des *Hg* für 0°.

Sind die Längen in *cm*, die Massen in *g* gegeben, so hat man $\sigma_0 = 10^4$ zu setzen, um den Widerstand der Röhre in *m/mm*^{2} *Hg* 0° zu erhalten.

Der Nenner $M_0/(L_0 D_0)$ steht für den mittleren Querschnitt der Röhre; bezeichnet also β den linearen Ausdehnungscoefficienten des Glases, so ist der Widerstand derselben Röhre bei t°:

$$W_t = W_0 \frac{\sigma_t}{\sigma_0} (1 - \beta t) = W_0 \frac{\sigma'_t}{\sigma_0} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

[1]) S. z. B. Strecker, Wied. Ann. 25, S. 260. (1885).
[2]) S. z. B. Strecker, Wied. Ann. 25, S. 259. (1885).

$\sigma_t (1 - \beta t)$ nennt man den „scheinbaren“ oder „praktischen“ specifischen Widerstand des Quecksilbers für t^0.

1. Calibrirung und Berechnung von C.

Zum Zwecke der Calibrirung hat man in der Regel einen Quecksilberfaden von 4—5 *cm* Länge in die Röhre gebracht und seine Länge an äquidistanten Stellen gemessen, wodurch man ein relatives Maass des mittleren Querschnittes des von dem Faden eingenommenen Röhrenstückes erhält. Die Calibrirung mit mehreren Fäden[1]) constanter Längendifferenz kommt auf dasselbe hinaus.

Für die Berechnung des Widerstandes hat man die Röhre entweder aus Kegelstumpfen[2]) oder aus Cylindern[3]) zusammengesetzt gedacht. Die erstere Annahme, welche der Wahrheit jedenfalls näher kommt, führt auf ein grösseres C, doch ist in Folge der sorgfältigen Auswahl der Röhren für die neueren Arbeiten der Unterschied ohne Belang. Ich habe für die am wenigsten calibrischen Röhren von Mascart, de Nerville und Benoit (No. I)[4]) und von Glazebrook und Fitzpatrick (No. VIII)[5]) das Verhältniss der unter beiden Annahmen berechneten $C = 1{,}000\,007 : 1$ und $1{,}000\,003 : 1$ gefunden.

Führt man die Calibrirung mit Fäden von verschiedener Länge (z. B. 5 *cm* und 10 *cm*) aus, so erhält man für kürzere Fäden C etwas grösser, und es könnte fraglich erscheinen, ob eine Fadenlänge von 4—5 *cm*, unter die man aus anderen Gründen nicht gut hinabgehen kann, schon genügend kurz ist. Nach vergleichenden Versuchen von Mascart, de Nerville und Benoit[6]), Glazebrook und Fitzpatrick[7]) und Lindeck[8]) scheint dies der Fall zu sein.

2. Messung der Rohrlänge.

Die Enden der Röhren wurden entweder plan (Glazebrook und Fitzpatrick, Siemens[9]), Lindeck) oder leicht convex geschliffen (Rayleigh[10]), Mascart, de Nerville und Benoit, Strecker); Passavant wählt eine conische Form, um die Längenmessung in der Nähe des Lumens vornehmen zu können. [Salvioni brachte in gleicher Absicht das Rohrende in Form eines Kegelstumpfes.] Für die von allen Autoren durchgeführte Beziehung der Länge

[1]) Mascart, de Nerville, Benoit, Résumé d'expériences sur la déterm. de l'ohm. (1884). Passavant, Wied. Ann. **40**, S. 505. (1890).

[2]) Siemens, Pogg. Ann. **110**, S. 1. (1860). Strecker a. a. O. Lindeck, Zeitschr. f. Instrk. Mai 1891.

[3]) Mascart, de Nerville, Benoit a. a. O. Glazebrook and Fitzpatrick, Phil. Trans. **179**, S. 351. (1888).

[4]) a. a. O. S. 45. — [5]) a. a. O. S. 361. — [6]) a. a. O. S. 48. — [7]) a. a. O. S. 362. — [8]) a. a. O. S. 176.

[9]) Réproduction de l'unité etc.

[10]) Rayleigh, Phil. Trans. **174**, S. 173. (1883).

auf einen verificirten Maassstab besteht dieselbe Schwierigkeit, wie für die Vergleichung eines Endmaasses mit einem Strichmaass, doch kann man die Rohrlängen bis auf 0,05–0,02 *mm*, also auf $^1/_{20000}$—$^1/_{50000}$ des Ganzen, genau bestimmt annehmen.

Für die Längenmessung wesentlich ist die Beseitigung bez. Berücksichtigung einer etwa vorhandenen Krümmung der Röhre. Ein Kreisbogen, welcher über einer Sehne von 1 *m* Länge sich bis 1 *cm* erhebt, ist etwa $^1/_{15000}$ länger als die Sehne; da in Formel 1) L quadratisch vorkommt, so würde W um $^1/_{7500}$ zu klein ausfallen.

In einigen Arbeiten (Rayleigh, Glazebrook und Fitzpatrick) habe ich keine hierauf bezügliche Bemerkung gefunden, woraus freilich noch nicht zu schliessen ist, dass die Verfasser diesen Umstand übersehen haben.

3. Ausbreitungswiderstand.

Münden die Enden des Rohres in weite Gefässe, so ist für die Berechnung des Widerstandes die Rohrlänge zu vergrössern um $a(r_1 + r_2)$ (s. Formel 1). Nach Maxwell[1]) ist $0{,}785 < a < 0{,}849$; nach Rayleigh[2]) $a < 0{,}8242$.

Empirisch findet[3])

Benoit	0,794
Kohlrausch . . .	0,789
Shrader	0,804 0,805.

Hieraus geht hervor, dass der Werth 0,80 (benutzt von Strecker, Kohlrausch, Siemens seit 1885) dem grösseren 0,82 (Rayleigh, Glazebrook und Fitzpatrick, Benoit, Passavant, Lindeck, Salvioni) vorzuziehen ist. Auch die Beobachtungen von Glazebrook und Fitzpatrick[4]) stimmen besser mit 0,80. Der mit $a = 0{,}82$ berechnete Widerstand wäre hiernach im Verhältniss $1 + 0{,}04\, r/L$ zu gross.

[In einer brieflichen Mittheilung erklärt Rayleigh, den Werth 0,82 für den Ausbreitungscoefficienten festhalten zu müssen. Wenn 0,80 besser mit den Versuchen stimmt, so liege dies daran, dass bei diesen die Ausbreitung nicht bis ∞ erfolgt. Der Widerstand von einer Halbkugel vom Radius R bis ∞ beträgt $\int_R^\infty \frac{dR}{2\pi R^2} = \frac{1}{2\pi R}$. Dies erscheint als Correction an einer Grösse,

[1]) Maxwell, El. and Magnet. 1, § 309.
[2]) Rayleigh, London Math. Soc. Proc. 7, S. 74. (1875–76).
[3]) S. Shrader, Wied. Ann. 44, S. 222. (1891).
[4]) a. a. O., S. 354.

welche merklich gleich $L/\pi r^2$ ist, folglich ist die Correction von L gleich $\frac{1}{2}\frac{r^2}{R}$. Damit dieselbe $= 0{,}02\, r$ werde, muss $R = 25\, r$ sein, was mit den Versuchsbedingungen wohl nahe übereinstimmen mag.

Ich habe $a = 0{,}80$ beibehalten.]

Die von Lorenz[1]) empirisch gegebene Formel $a = 0{,}82 - 0{,}35\, d_i/d_a$ (d_i und d_a innerer und äusserer Durchmesser der Röhre) bezieht sich auf eine sonst von keinem Beobachter benutzte Versuchsanordnung.

4. Wägung des vom Rohre gefassten Quecksilbers.

Die hierfür benutzten Methoden sondern sich in zwei Gruppen: man hat entweder die Füllung der ganzen Röhre (Strecker-Kohlrausch, Siemens 1882, Passavant, Lindeck, Salvioni) oder nur einen nahe bis an die Enden reichenden Quecksilberfaden von gemessener Länge (Rayleigh, Benoît, Glazebrook und Fitzpatrick, Lorenz) gewogen. Bei dem ersten Verfahren ist das Rohr mit seinen Ansätzen versehen und kann also in ein Wasserbad oder in Eis gesetzt werden. Der Verschluss erfolgt durch Andrücken eines ebenen Plättchens von Stahl oder Glas mit Hilfe einer geeigneten Feder oder Verschraubung.[2]) Die Temperatur des Hg ist sicher messbar, und die lästigen und zum Theil unsicheren Reductionen wegen der Form des Quecksilbermeniskus und des nicht erfüllten Röhrenstückes fallen fort. Dass in Folge der Capillarwirkung an den Rändern Hohlräume entstehen, ist meines Erachtens nicht zu befürchten, da der Abschluss unter Quecksilber, also ohne Luftzutritt erfolgt.

Wird die Röhre nur partiell gefüllt, so ist man, um die Länge des Quecksilberfadens messen zu können, genöthigt, die Röhre auf eine Unterlage zu legen. Daneben befindliche Thermometer (Rayleigh, Glazebrook und Fitzpatrick) geben die Temperatur des Quecksilberfadens nicht mit voller Sicherheit, und ein Irrthum um 1° würde das Resultat um 0,00017 seines Werthes beeinflussen. Mascart, de Nerville, Benoît bedeckten daher die auf den „Calibrirapparat" gelegte Röhre mit geschabtem Eis, das nur zum Ablesen soweit wie nöthig entfernt wurde. Auch hier bleibt über die Temperatur ein gewisser Zweifel.

Die Correction wegen des Quecksilbermeniskus lässt sich bei engeren Röhren mit ziemlicher Sicherheit anbringen, wenn man auch die Höhe des Meniskus misst[3]) (Mascart, de Nerville, Benoît, Glazebrook und Fitzpatrick);

[1]) Lorenz, Wied. Ann. 25, S. 13. (1885).

[2]) Der Verschluss durch Andrücken der mit Leder bedeckten Finger (Hutchinson und Wilkes, Phil. Mag. (V) 28, S. 17, (1889) ist verwerflich.

[3]) Mascart, de Nerville, Benoît, Rés. d'exp. S. 46.

Rayleigh sowie Glazebrook und Fitzpatrick haben auch versucht, die Menisken durch eingeführte Ebonitstöpsel plan zu drücken.

Erfolgt die Füllung der Röhre nicht gerade bei 0°, so braucht man zur Reduction den cubischen Ausdehnungscoefficienten des Quecksilbers und des Glases. Letzterer scheint nur bei Siemens 1882, Mascart, de Nerville, Benoît, [Salvioni] und Lindeck für die Röhren oder wenigstens für die Glassorte bestimmt zu sein; seine Werthe variiren von $0{,}0_4 22 - 0{,}0_4 25$, so dass die Differenz nicht ganz zu vernachlässigen ist.

Für den Ausdehnungscoefficienten des Quecksilbers benutzen den Regnault'schen Werth $0{,}0_3 180$[1]): Rayleigh, Siemens 1882, Lorenz; den von Broch berechneten $0{,}0_3 182$: Glazebrook und Fitzpatrick, Lindeck; Passavant setzt $0{,}0_3 181$ an, Strecker und Kohlrausch[2]) rechnen nach der von Wüllner, Pogg. Ann. **153**, gegebenen Formel.

Strecker, Kohlrausch, Rayleigh, Glazebrook und Fitzpatrick haben theils immer, theils oft den Quecksilberinhalt, der zu den Widerstandsmessungen gedient hat, gewogen, während Siemens, Benoît,[3]) Lorenz, [Salvioni] und wohl auch Passavant und Lindeck dies unterlassen haben. Mir scheint diese Vorsichtsmassregel sehr wesentlich, denn nur so können missglückte Füllungen mit Sicherheit erkannt werden, und auch eine etwaige Vergrösserung des Röhrenquerschnittes in Folge der wiederholten Reinigung der Röhren, sowie andere Störungen, z. B. durch eine Luftschicht am Glase, würden hierdurch unschädlich gemacht werden.

Die Dichtigkeit des Quecksilbers bei 0° beträgt nach den Messungen von Marek $D_0 = 13{,}5956$. Diesen Werth benutzen Mascart, de Nerville, Benoît, Lindeck, Passavant. Rayleigh setzt $D_0 = 13{,}595$, ebenso Hutchinson und Wilkes; Glazebrook und Fitzpatrick 13,5957; Strecker, Kohlrausch und wohl auch Siemens nehmen nach Regnault 13,5959.

Es möge hier die wiederholt gemachte Bemerkung Platz finden, dass bekanntlich die Beziehung des Gramm ($^1/_{1000}$ des *kilogramme des archives*) zu der Masse eines *ccm* Wassers in max. unsicher ist. Wenn die Berechnung von Broch, nach welcher 1 *ccm* Wasser in max. 0,99988 *g* wiegt, zutrifft, wäre das nach 1) unter Benutzung der üblichen Gewichtssätze bestimmte W mit 0,99988 zu multipliciren.

5. Reinigung des Quecksilbers.

Mascart, de Nerville und Benoît[4]) benutzen „du mercure neuf sortant de la potiche", d. h. ungereinigtes käufliches Quecksilber aus der (eisernen)

---

[1]) Die folgende Decimale ist als unwesentlich hier nicht berücksichtigt.

[2]) F. Kohlrausch, Abh. d. bayr. Acad. d. Wissensch., **16**. (1888).

[3]) Sowohl in Résumé d'exp. etc. 1884, wie in Construction des prototypes, Paris 1885.

[4]) Mascart, de Nerville, Benoît, Résumé, S. 51.

Originalflasche. In Folge von Verunreinigungen war der Widerstand möglichenfalls herabgesetzt.

Abgesehen von diesem einen Falle haben alle Autoren der Behandlung des Quecksilbers die gebührende Sorgfalt zugewendet. In der Regel wurde das Quecksilber zunächst chemisch — meistens mit verdünnter HNO_3 — gereinigt und dann im Vacuum destillirt, öfter sogar zweimal.

Benoit[1]) unterwarf sein Quecksilber zunächst mehrmals der Einwirkung von verdünnter HNO_3, trocknete es mit concentrirter H_2SO_4, und entfernte die Säure, indem er es über Aetzkali in Stücken laufen liess. Auch Siemens (1882) verwendete neben destillirtem Quecksilber solches, das mit HNO_3 und KHO gereinigt war.

Lorenz[2]) hat sein Quecksilber theils „in gewöhnlicher Weise gereinigt", theils durch Destillation des aus gereinigtem Hg erhaltenen Quecksilberoxyds gewonnen. G. Wiedemann[3]) unterwirft das aus Quecksilberoxyd erhaltene Hg einer nochmaligen Destillation.

Es liegen mehrfache Beobachtungen über den Einfluss verschiedener Behandlung des Quecksilbers auf seinen Widerstand vor.

Ein nur mit HNO_3 gereinigtes Hg ergab Rayleigh[4]) einen etwa $^1/_{5000}$ höheren Widerstand; Glazebrook und Fitzpatrick[5]) fanden keine Veränderung, wenn destillirtes Hg nachträglich mit HNO_3 behandelt wurde; Strecker[6]) konnte zwischen altem und frischem Destillat keinen sicheren Unterschied entdecken, ebensowenig Kohlrausch[7]) zwischen ein- und zweimal destillirtem Hg.

Lenz[8]) verglich 13 verschiedene Methoden der Reinigung, erhielt aber einen merklich abweichenden Werth (und zwar einen 0,042 Procent grösseren Widerstand) nur bei einer lufthaltigen Probe von Hg. Hingegen fand Strecker[9]) den Widerstand von Hg, welches mit Luft geschüttelt, und solchem, das durch Sieden im Vacuum von Luft befreit war, bis auf $^1/_{25000}$ gleich; Laas[10]) bis auf wenigstens $^1/_{100000}$; analoge Ergebnisse erhielten Mascart, de Nerville, Benoit[11]). Hiernach ist es zweifelhaft, ob das abweichende Re-

[1]) Benoit, Construction S. 53.
[2]) Lorenz, Wied. Ann. 25, S. 9. (1885).
[3]) G. Wiedemann, Wied. Ann. 42, S. 441. (1891).
[4]) Rayleigh a. a. O. S. 177. Beob. 10.
[5]) Glazebrook und Fitzpatrick a. a. O. S. 367.
[6]) Strecker, Wied. Ann. 25, S. 471 ff.
[7]) Kohlrausch, Abh. d. Bayr. Acad. 16, S. 27.
[8]) Lenz, Études électrométrologiques 1.
[9]) Strecker a. a. O. S. 472.
[10]) Laas, Zeitschr. f. Instrk. 12, S. 273. (1892).
[11]) Mascart, de Nerville, Benoit, Résumé etc. S. 65.

sultat von Lenz wirklich durch den Luftgehalt des Quecksilbers bedingt war, vielmehr scheint ein Füllungsfehler vorzuliegen.

6. Einführung des Quecksilbers.

Es wird hier am Platze sein, einige Umstände zu erörtern, welche auf den Röhrenquerschnitt von Einfluss sein können bez. eine „säculare Aenderung“ einmal hergestellter Quecksilbernormalen herbeizuführen im Stande sind.

a) Die Untersuchungen von W. Voigt[1]) legen den Schluss nahe, dass eine frisch gereinigte Glasoberfläche sich mit einer Luftschicht von etwa 0,00006 *mm* bedeckt, welche in einem Tage auf das Doppelte bis Dreifache anwächst. Diese Luftschicht — welche man sich vielleicht in flüssigem Zustande zu denken hat — besitzt gegen Druck und Temperaturänderungen eine grosse Unempfindlichkeit. Von einem Radius der Röhre = 0,6 *mm* wäre 0,00006 *mm*: $^1/_{10000}$, und dem entspräche eine Widerstandsänderung von $^1/_{5000}$. Da die Reinigung der Röhren jedenfalls kurz vor der Füllung vorgenommen wird, so wird diese Luftschicht sich ziemlich constant verhalten; vielleicht ist aber hier die Ursache mancher Abweichungen zu suchen.

b) Die von Warburg und Ihmori[2]) untersuchte „temporäre Wasserhaut“ hat wohl einen noch geringeren Einfluss. Dieselbe hängt ab von dem Betrage schwach gebundenen Alkalis an der Glasoberfläche, und dies Alkali wird durch die Reinigung zum grössten Theile entfernt. Die Schichtdicke ist auf wenige Milliontel eines *mm* zu schätzen; bei $5 . 10^{-6}$ *mm* Schichtdicke und 0,5 *mm* Röhrenradius wäre die relative Aenderung des Widerstandes $^1/_{50000}$.

c) Die wiederholte Reinigung kann durch Auflösung des Glases die Röhre allmälig erweitern. Die neuerdings angewandten Glassorten — z. B. französisches Hartglas und Jenaer Normalglas — besitzen zwar gegen derartige Einflüsse eine erhebliche Widerstandsfähigkeit, doch sind noch z. B. von Passavant Thüringer Röhren benutzt. Nach einer Angabe von Kohlrausch[3]) wurde von einer schlechten Glassorte in einem Tage 0,48 *mg* pro *qdm* gelöst. In 1 Stunde gäbe dies pro *qmm* $0{,}02 . 10^{-4}$, d. h. eine Dicke der gelösten Glasschicht von $^{0,02}/_{23} . 10^{-4}$ = etwa 10^{-6} *mm*. Unter Voraussetzung von 0,5 *mm* Röhrenradius folgt eine Widerstandsvermehrung von $^1/_{250000}$. Diese würde sich nach den Erfahrungen von Kohlrausch bei jeder Reinigung wiederholen, ja wahrscheinlich noch viel grösser sein, da die Zerstörung der Glasoberfläche auch während der Zwischenzeit durch die Wasserhaut fortgesetzt wird. Im Laufe der Jahre kann eine erhebliche Aenderung sich ergeben.

---

[1]) W. Voigt, Wied. Ann. **19**, S. 39. (1883).
[2]) Warburg und Jhmori, Wied. Ann. **27**, S. 481. (1886).
[3]) F. Kohlrausch, Wied. Ann. **44**, S. 586. (1891).

Andeutungen eines im Laufe der Zeit vergrösserten Röhrendurchmessers finden sich bei Kohlrausch (a. a. O. S. 652), der für den Inhalt des Rohres No. 3 für 10° in den Jahren 1886—88 15,2125 *g* erhielt, während Strecker 1884 15,2109 beobachtete. [Kohlrausch selbst ist geneigt, den Grund der Differenz in den Manipulationen beim Abschlusse der Quecksilbersäule zu suchen.]

d) Thermische Nachwirkung. Bekanntlich steigt der Nullpunkt der Thermometer (welche nicht über 100° erwärmt werden) an; ich selbst habe Aenderungen von 1° bei schlechten Gläsern beobachtet. 1° Celsius entspricht einer Volumenverringerung von etwa 0,00017, also einer Aenderung der Lineardimensionen um 0,000057 und einer relativen Widerstandsvermehrung im gleichen Betrage. Stärkere Erwärmungen der Röhren beim Reinigen (wie z. B. Glazebrook und Fitzpatrick sie vornehmen) sind besser zu vermeiden, denn hier können ganz unübersehbare Dimensionsänderungen eintreten.[1])

Fast alle Autoren haben ihre Röhren für die Widerstandsmessungen wie für die Bestimmung des Röhrenquerschnittes bei Atmosphärendruck gefüllt.

Da es sich nur um den Querschnitt des Quecksilberfadens handelt, und die Röhren jedesmal kurz vorher gereinigt waren, so ist ein merklicher Fehler wegen unvollständiger Ausfüllung des Röhrenquerschnittes nicht zu erwarten.

Besonders wenn jedesmal der zur Widerstandsmessung benutzte Rohrinhalt gewogen wird, erscheint jedes Bedenken in dieser Hinsicht gehoben. Uebrigens wird eine wenigstens öfter wiederholte Wägung der Rohrfüllung wegen der Möglichkeit „säcularer" Aenderungen der Röhrenweite unumgänglich sein.

Mascart, de Nerville und Benoit haben für die Widerstandsmessungen die Füllung im Vacuum vorgenommen, während für die Volumbestimmung das Quecksilber durch eine Spitze eingesogen wurde. Wenngleich eine zur Controle im Vacuum gemachte Volumbestimmung merklich das gleiche Ergebniss lieferte, so bleibt doch ein gewisser Zweifel übrig, umsomehr, als eine erneute Wägung gelegentlich der Widerstandsmessungen nicht erfolgt ist.

Wenn es sich um die Bestimmung des Temperaturcoefficienten des Widerstandes von *Hg* handelt, halte ich eine Füllung im Vacuum für angezeigt.

Laas[2]) hat vergleichende Versuche angestellt, bei denen er keinen Unterschied zwischen einer Füllung mit luftfreiem Quecksilber im Vacuum und der „gewöhnlichen Füllung" (Hineinlaufenlassen bei Atmosphärendruck) mit reinem trockenem Quecksilber fand. Auch soll die Füllung im Vacuum

[1]) Vergl. Crafts, Comptes rendus **91**, S. 291, 370, 413; **94**, S. 1298; **95**, S. 836, 910.
[2]) Laas, Zeitschr. f. Instrk. **12**, S. 273. (1892).

vor der gewöhnlichen nichts voraus haben in Bezug auf Constanz des Widerstandes nach voraufgegangener Erwärmung auf 100°.

Ob diese Ergebnisse allgemeine Gültigkeit besitzen, scheint mir zweifelhaft im Hinblick auf eine Untersuchung in der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt, nach welcher[1]) „die Capillarkräfte eine vollständige Ausfüllung des Querschnittes der Röhre verhindern, wenn nicht besondere Vorsichtsmaassregeln gebraucht werden (Füllung der Röhre im Vacuum, nachdem sie längere Zeit ausgepumpt gestanden hat)".

7. Temperaturcoefficient des specifischen Widerstandes des Quecksilbers.

Wie später eingehender erörtert werden wird, bedingt die Verwendung der Temperatur 0° bei den Widerstandsmessungen gewisse Schwierigkeiten, welche fortfallen, wenn man die Normalröhren in ein Bad von nahezu Zimmertemperatur bringt.

Zur Reduction des Widerstandes auf 0° muss dann der Temperaturcoefficient des specifischen Widerstandes von *Hg* bekannt sein, und zwar kommt hier der scheinbare Temperaturcoefficient

$$\frac{\sigma'_t}{\sigma_0} = \frac{\sigma_t}{\sigma_0}(1 - \beta t)$$

(β = linearer Ausdehnungscoefficient des Glases)

in Betracht, welcher auch zunächst aus den Beobachtungen folgt.

Eine Hauptschwierigkeit für die Bestimmung des Temperaturcoefficienten liegt darin, dass die Enden der Quecksilbersäule nicht genau die Temperatur des Bades annehmen, was besonders bei Benutzung dicker Kupferelektroden leicht eintreten wird.

Aus diesem Grunde sind die Werthe von Rayleigh und Glazebrook und Fitzpatrick sicher zu klein, wahrscheinlich auch die von Siemens und Lenz und Restzoff.

Auch thermoelektrische Kräfte werden zu Störungen Veranlassung geben können.

Andererseits würde eine am Glase haftende Luftschicht — falls dieselbe von Einfluss ist — einen zu hohen Werth des Temperaturcoefficienten zur Folge haben.

Eine Vergleichung der von verschiedenen Beobachtern erhaltenen Resultate wird vielfach erschwert oder unmöglich gemacht durch die Unsicherheit über die benutzte Temperaturscala. Quecksilberthermometer verschiedener Glassorte differiren nicht unerheblich; dazu kommt der Einfluss einer verschiedenen Berechnungsweise der Ablesungen.

[1]) Mittheilung des Herrn Präsidenten an den Verfasser.

Auch der Ausdehnungscoefficient der Glassorte der Röhren ist nur in wenigen Fällen genau bekannt. Da derselbe von $0{,}0_5 7$ bis $0{,}0_5 9$ variiren kann, entsteht immerhin eine nicht ganz unmerkliche Unsicherheit.

Am zuverlässigsten scheint mir das nahezu übereinstimmende Resultat zweier Versuchsreihen, die im Bureau international des poids et mesures von Guillaume und in der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt durchgeführt sind.

Guillaume[1]) benutzte Röhren aus dem Tonnelot'schen Hartglas, dessen Ausdehnung festgestellt ist; die Thermometer waren aus demselben Glase gefertigt und ihre Reduction auf das Wasserstoffthermometer ermittelt.

Bei den maassgebenden Versuchen mündeten die Röhren nicht unmittelbar in die Endgefässe, sondern in seitliche Ansätze derselben, um die ganze Quecksilbersäule sicher auf die Temperatur des Bades zu bringen.

Der Widerstand der Elektroden wurde bei dem angewendeten Substitutionsverfahren durch einen sinnreichen Kunstgriff eliminirt.

[Nach einer brieflichen Mittheilung von Guillaume erfolgte die Füllung im Vacuum.]

Die Versuche erstrecken sich von 0° bis 61°, und zwar wurde mit hohen und niederen Temperaturen abwechselnd beobachtet. Da sich hierbei keine Aenderung des Widerstandes zeigte, so liegen fehlerhafte Füllungen nicht vor. Für den wahren specifischen Widerstand des *Hg* bei der Temperatur T des Wasserstoffthermometers findet Guillaume aus 2 Reihen:

$$\text{a)}\quad \sigma_T = \sigma_0 (1 + 0{,}0_3 88745\, T + 0{,}0_5 10181\, T^2)$$
$$\text{b)}\quad \sigma_T = \sigma_0 (1 + 0{,}0_3 88879\, T + 0{,}0_5 10022\, T^2)$$

im Mittel

$$\sigma_T = \sigma_0 (1 + 0{,}0_3 88812\, T + 0{,}0_5 10102\, T^2).$$

Von den Versuchen in der Abtheilung I der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt liegen einstweilen nur die Resultate vor, welche der Herr Präsident mitzutheilen die Güte hatte.[2])

Röhren und Thermometer bestanden aus Jenaer Normalglas 16^{III}; Messungen bei 0° und zwischen 14°,6 und 28° ergaben den wahren specifischen Widerstand des *Hg* bei der Temperatur T des Wasserstoffthermometers

$$\sigma_T = \sigma_0 (1 + 0{,}0008827\, T + 0{,}0_5 126\, T^2).$$

Die gute Uebereinstimmung mit Guillaume[3]) geht aus folgendem Täfelchen hervor:

[1]) Guillaume, Comptes rendus, 12. Septbr. 1892.
[[2]) Seitdem veröffentlicht Wied. Ann. **47**, S. 513. (1892).]
[[3]) Vergl. noch Guillaume, C. R. **116**, S. 51. (1893).]

T	σ_T/σ_0 P. T. R.	Guillaume
10°	1,00895	1,00898
20°	1,01816	1,01816
30°	1,02761	1,02755.

Da andere Autoren vielfach mit Röhren und Thermometern aus Thüringer Glas gearbeitet haben, so berechne ich eine Formel für den scheinbaren Coefficienten in Thüringer Glas für die Temperatur t eines Quecksilberthermometers aus derselben Glassorte.

Als Ausdehnungscoefficienten des Thüringer Glases nehme ich $0,0_5 85$ an; ferner nach Marek[1]), dass den Temperaturen 10° und 20° an einem Thermometer aus Thüringer Glas 9°,928 und 19°,875 des Wasserstoffthermometers entsprechen. Ich finde zunächst:

t	σ'_t/σ_0 P. T. R.	Guillaume	Mittel
10°	1,008803	1,008833	1,008818
20°	1,017873	1,017882	1,017878

und aus den Mittelwerthen:

$$\sigma'_t = \sigma_0 (1 + 0,0_3 8697\, t + 0,0_5 121\, t^2).$$

Weiter lasse ich eine Zusammenstellung der Werthe der Temperaturcoefficienten nach älteren Untersuchungen folgen. Lenz und Strecker beziehen ihre Temperaturen auf das Luftthermometer, die übrigen Autoren auf das Quecksilberthermometer. Strecker selbst giebt den wahren Coefficienten an ($\sigma_T = \sigma_0 (1 + 0,0_3 900\, T + 0,0_6 45\, T^2)$), ich nehme den scheinbaren in die Tabelle auf und setze auch ähnlich wie oben die Formel in Temperaturen t des Quecksilberthermometers um. Die mit D bezeichneten Formeln sind von mir aus dem von den Autoren mitgetheilten Material abgeleitet.

Zur Erleichterung der Uebersicht enthalten die beiden letzten Spalten den scheinbaren Coefficienten für $t = 10°$ und 20° des Quecksilberthermometers.

Die Differenzen sind recht beträchtlich und erreichen schon für 10° etwa $^1/_{2000}$. Sehe ich von Salvioni und den wahrscheinlich zu kleinen Werthen der ersten 4 Zeilen ab, so folgt im Mittel:

$$\sigma'_{10}/\sigma_0 = 1,008834 \qquad \sigma'_{20}/\sigma_0 = 1,017847$$

in guter Uebereinstimmung mit dem Mittel von der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt und Guillaume.

[1] Marek, Zeitschr. f. Instrk. **10**, S. 284. (1890).

Beobachter	Formel	σ'_{10} / σ_0	σ'_{20} / σ_0
Lenz u. Restzoff	$1 + 0{,}0_3 85771\, T + 0{,}0_6 89677\, T^2$	1,008604	1,017402
Siemens 1882	$1 + 0{,}0_3 8523\, t + 0{,}0_5 1356\, t^2$	1,008659	1,017588
Rayleigh (0°–13°)	$1 + 0{,}0_3 861\, t$	1,00861	
Glazebrook u. Fitzpatrick (0°–10°)	$1 + 0{,}0_3 876\, t$	1,00876	
Mascart, de Nerville, Benoit . .	$1 + 0{,}0_3 8649\, t + 0{,}0_5 112\, t^2$	1,008761	1,017746
Passavant (*D*)	$1 + 0{,}0_3 8721\, t + 0{,}0_5 1018\, t^2$	1,008823	1,017849
Lorenz (*D*)	$1 + 0{,}0_3 8767\, t + 0{,}0_6 9013\, t^2$	1,008857	1,017895
Strecker	$1 + 0{,}0_3 8915\, T + 0{,}0_6 45\, T^2$		
„ (*D*)	$1 + 0{,}0_3 8841\, t + 0{,}0_6 535\, t^2$	1,008895	1,017897
Salvioni[1])	$1 + 0{,}0_3 8918\, t + 0{,}0_6 53\, t^2$	1,008971	1,018048

Bemerkt sei noch, dass nach der Versuchsanordnung von Strecker jeder Zweifel über die Temperatur der Quecksilbersäule ausgeschlossen war, während andererseits Mascart, de Nerville und Benoit ihre Röhre im Vacuum gefüllt hatten.

Die in der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt [und von Guillaume] angestellten Versuche vereinigen beide Vorzüge.

Bei oberflächlicher Betrachtung könnte man meinen, dass sich ein etwaiger Einfluss der Luftschicht auf den Temperaturcoefficienten des *Hg* bei der Berechnung von Widerstandsmessungen bei Zimmertemperatur heraushebt. Dies ist deswegen nicht der Fall, weil man durch die Wägung der Rohrfüllung nach der Widerstandsmessung den wirklichen Querschnitt der benutzten Quecksilbersäule bei Zimmertemperatur erhält.

8. Endgefässe, Zuleitungen.

Glasgefässe haben für Beobachtungen bei 0° den Nachtheil, mit einer Feuchtigkeitsschicht zu beschlagen. [Die Genauigkeit der Messungen wird dadurch nicht merklich beeinträchtigt, da der Widerstand des Nebenschlusses über den Gefässrand nach Kohlrausch[2]) $> 10^5$ *Ohm*, nach Salvioni[3]) $> 3 \cdot 10^5$ *Ohm* ist.]

Rayleigh, Glazebrook und Fitzpatrick sowie Hutchinson und Wilkes haben Ebonitgefässe verwendet. Diese müssen starkwandig gemacht werden, so dass bei der schlechten Wärmeleitung des Ebonits das Quecksilber in ihnen und das hineinragende Ende der Röhre nicht die Temperatur des umgebenden

[1]) Rendic. Acc. Lincei 5, 2 Sem. S. 147. (1889). [In der ausführlichen Mittheilung Mem. Acc. Lincei 6, S. 263, welche ich für den ersten Abdruck nicht benutzen konnte, ist von den Thermometern nur gesagt, es seien gute, in Zehntelgrade getheilte Instrumente gewesen; da ausserdem die für den vorliegenden Zweck ungeeigneten Contacte von Benoit benutzt sind, so ist der erheblich unrichtige Werth des Temperaturcoefficienten erklärlich.]

[2]) F. Kohlrausch, Abh. d. bayr. Acad. d. W. 16, S. 653. (1888).

[3]) Salvioni, Mem. Acc. Lincei 6, S. 297. (1889).

Eises annimmt. Bei Rayleigh[1]) ist die Temperatur in den Endgefässen 5—6°, was nach Glazebrook und Fitzpatrick[2]) den Werth des *m/mm² Hg* 0° in British Assoc. Units um 0,00024 zu hoch erscheinen lässt. Glazebrook und Fitzpatrick versehen daher die Endgefässe mit einem wasserdichten aufschraubbaren Deckel, umhüllen die Kupferzuleitungen mit Gummirohr und erreichen eine Temperatur von durchschnittlich 1°,4 in den Ansätzen; Hutchinson und Wilkes kommen bis auf 0°,5. Auch die mit Glasgefässen in Eis gemachten Messungen werden etwas durch diese Fehlerquelle beeinflusst sein. (Vergl. später S. 276.)

Die Form der Zuleitungen wird sich naturgemäss nach der gewählten Methode der Widerstandsmessung richten. Verwendet man die Wheatstone'sche Brücke, so müssen starke amalgamirte Kupferstäbe benutzt werden, die auf eine nicht zu geringe Länge in das Quecksilber tauchen. Im Laufe der Zeit verunreinigen diese aber das Quecksilber, dessen Widerstand dadurch abnimmt. Bei einiger Vorsicht lässt sich diese Fehlerquelle unschädlich machen, doch erscheint die Anordnung von Glazebrook und Fitzpatrick[3]), welche den Kupferstab noch mit einem amalgamirten Platincylinder umgeben, noch vorzüglicher.

Benoit[4]) sucht die Unsicherheit des Contactes, welche bei wiederholtem Eintauchen von amalgamirtem Platin sich bemerklich machte, durch eine Elektrode von besonderer Form zu vermeiden, bei der das mit dem Platin in Berührung kommende Quecksilber beim Herausheben mit herausgenommen wird, so dass das Platin nie von Quecksilber entblösst wird. Der den Contact vermittelnde Platinstift hat aber nur etwa 5 *mm* Länge und 1 *mm* Durchmesser, so dass diese Elektroden einen ziemlich erheblichen Widerstand (0,002—0,003 *Ohm*) besitzen, der dazu noch Veränderungen durch die Temperatur unterworfen sein wird.[5]) Hierdurch kommen neue Unsicherheiten in die Messungen hinein (die erste Bestimmung des Temperaturcoefficienten des Quecksilbers von Salvioni war durch hier herrührende Fehler entstellt), und dieselben werden sich besonders dann geltend machen, wenn ein Quecksilberwiderstand mit einem Drahtwiderstand verglichen werden soll, was ja für die eigentliche Ohmbestimmung in irgend einer Form ausgeführt werden muss.

[Guillaume theilt mir brieflich mit, dass er mit den Contacten nach Glazebrook und Fitzpatrick überhaupt keine günstigen Erfahrungen gemacht habe. Die Contacte von Benoit seien bei geringen Differenzen gegen die Tempe-

[1]) Rayleigh a. a. O. S. 182.
[2]) Glazebrook und Fitzpatrick a. a. O. S. 376.
[3]) Glazebrook und Fitzpatrick a. a. O. S. 365.
[4]) Benoit, Construction S. 61.
[5]) Salvioni, Rend. Lincei 5, 2. Sem. S. 146.

ratur der Umgebung gut gewesen, hätten aber bei grösseren Differenzen ganz versagt. G. bediente sich einer modificirten Form, die er C. R. 115, S. 414 (1892) beschreibt.]

Andere Methoden für die Widerstandsmessung kommen im Princip auf die Bestimmung der Potentialdifferenz zweier Punkte eines stromdurchflossenen Leiters durch ein in den Nebenschluss gelegtes Galvanometer von hohem Widerstande heraus. Hierzu gehört das Verfahren von Lorenz[1]), und insbesondere Kohlrausch's Methode[2]) des übergreifenden Nebenschlusses, welche auch Strecker benutzt hat.

Strecker und Kohlrausch verwendeten zur Stromzuführung Platinbleche (die beim Eintauchen sich von selbst gut amalgamirten) von 24×16 *mm*², und zur Abnahme des Potentials Drahtspitzen, welche aus dünnen Glasröhren herausragten und den Rohrenden höchstens bis auf 8 *mm* genähert wurden. Jenseits 8 *mm* sind merkliche Potentialänderungen ausgeschlossen; die etwaigen Uebergangswiderstände an den Drahtspitzen werden durch die Methode eliminirt. Ich halte dies Verfahren für das beste zur Copirung von Quecksilber-Widerständen.

9. Reduction der Quecksilbereinheiten der verschiedenen Beobachter.

Auf Grund der vorstehenden allgemeinen Erörterungen soll versucht werden, festzustellen, wie sich die von den einzelnen Beobachtern benutzten Quecksilber-Einheiten ändern, wenn für die Constanten einheitliche Werthe eingesetzt und wahrscheinliche Fehlerquellen in Rechnung gezogen werden.

Ich lege folgende Werthe zu Grunde:

Ausbreitungscoefficient $\alpha = 0{,}80$,

Dichtigkeit des Quecksilbers für 0° (Marek) $D_0 = 13{,}5956$,

Mittlerer Ausdehnungscoefficient des Quecksilbers zwischen 0° und 20° : $0{,}0_3180$.

(Diesen Werth ziehe ich auf Grund privater Mittheilungen von Herrn Professor Pernet dem neuerdings meist benutzten $0{,}0_3182$ vor.)[3])

[1]) Lorenz, Wied. Ann. 25.

[2]) F. Kohlrausch, Sitzungsber. der Berl. Acad. 12. April 1883

[3]) [Guillaume theilte mir brieflich mit, dass Chappuis auf Grund sorgfältiger Beobachtungen für die Ausdehnung des Quecksilbers die Formel aufgestellt hat

$$V_T = V_0\,[1 + 10^{-9}\,(182008\,T - 11{,}3804\,T^2 + 0{,}1652\,T^3)].$$

Diese Formel giebt für den mittleren Coefficienten von 0° bis 20°: $0{,}0_318185$, von 0° bis 100°: $0{,}0_318242$. Nach einem indirecten Verfahren findet Pernet (Winkelmann, Handbuch der Physik II (2), S. 57 (1894)) statt der letzteren Zahl: $0{,}0_318163$.

Ich möchte daher — was übrigens für den vorliegenden Zweck nicht viel ausmacht — den Werth $0{,}0_3180$ für das Intervall 0° bis 20° beibehalten, umsomehr als eine versuchsweise

Specifischer Widerstand des Hg:

wahrer specifischer Widerstand für $T°$ des Wasserstoffthermometers[1])

$$\text{a)}\quad \sigma_T = \sigma_0(1 + 0{,}0_3 8854\, T + 0{,}0_5 1135\, T^2),$$

scheinbarer specifischer Widerstand für $t°$ des Quecksilberthermometers[2])

$$\text{b)}\quad \sigma_t = \sigma_0(1 + 0{,}0_3 8697\, t + 0{,}0_5 121\, t^2).$$

a. Siemens & Halske 1882/85.[3])

Hier ist $a = 1$ gesetzt. Die Widerstände der Röhren für 0° mit diesem und dem richtigen Coefficienten 0,80 sind im Folgenden zusammengestellt:

Röhre	W berechnet mit $a = 1$	W berechnet mit $a = 0{,}80$	Diff. ΔW	$\Delta W/W$
No. 6	1,92523	1,92492	0,00031	0,000161
„ 17	0,34363	0,34350	0,00013	0,000378
„ 122	1,01313	1,01290	0,00023	0,000227
„ 124	0,73775	0,73756	0,00019	0,000248
			Mittel	0,000253.

Uebrigens ergiebt sich mit den neuen Werthen eine weit bessere Uebereinstimmung des Verhältnisses der aus den Dimensionen und aus elektrischen Messungen berechneten Widerstände:

No.	$a = 1$ W ber. aus el. Messungen (No. 122 = 1,01313)	Diff.	$a = 0{,}80$ W ber. aus el. Messungen (No. 122 = 1,01290)	Diff.
6	1,92575	+ 0,00052	1,92532	+ 0,00040
17	0,34357	− 0,00006	0,34349	− 0,00001
122	1,01313		1,01290	
124	0,73770	− 0,00005	0,73753	− 0,00003

Die Einheit, deren sich Siemens & Halske 1882/85 bedienten, wäre hiernach zu klein; ich schreibe das Endergebniss:

$$1\ m\ Hg\ (\text{S. \& H. } 1882/85) = (1 - 0{,}000253)\ m\ Hg\ (\text{S. \& H.} - D).$$

Nach einem Schreiben der Firma Siemens & Halske vom 21. März 1892 ist 1885/89 $a = 0{,}80$ benutzt, so dass an 1 m Hg Siemens & Halske 1885/89 keine

mit dem Chappuis'schen Coefficienten vorgenommene Berechnung einzelner Reihen die Differenzen zwischen den auf 0° reducirten Werthen der Rohrfüllung vergrösserte.

Hingegen beseitige ich einen Zeichenfehler aus der ersten Bearbeitung, dessen Einfluss aber nur bei den Quecksilberwiderständen von Glazebrook und Fitzpatrick und Lindeck — und zwar unbedeutend — zur Geltung kommt.]

[1]) Mittel von Guillaume und der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.

[2]) S. oben S. 271.

[3]) Siemens und Halske, Réproduction de l'unité de résistance à mercure etc.

Correction dieserhalb anzubringen wäre. Statt 0,00025 ist oben vielleicht 0,00023 zu setzen, da das für den Gebrauch bequeme Rohr 122 (nahe = 1 m/mm^2 *Hg*) bevorzugt sein wird.

Folgende Ueberlegungen lassen aber vermuthen, dass die von Siemens & Halske 1882/85 ausgegebenen Copien der Wahrheit näher gekommen sind, als die von 1885/89, deren Widerstand vielleicht etwas zu gross war.

Zur Volumenbestimmung wurden die Röhren vertical gestellt. Wenn nun auch die elastische Dilatation des Rohres selbst ohne merklichen Einfluss bleibt, so musste doch eine Compression der die Röhrenwand bekleidenden Luftschicht erfolgen; M wäre also zu verkleinern, d. h. W zu vergrössern. Auch eine „säculare" Erweiterung der Röhrendurchmesser musste in demselben Sinne wirken, da eine erneute Wägung des Quecksilberinhaltes nicht stattfand.

Wurden die Normalröhren bei der Copirung in Eis gelegt, so hatten die ziemlich weiten und flachen Endgefässe jedenfalls nicht die Temperatur 0°. Ich habe mit einem Glasgefässe nahezu gleicher Grösse, wie die von Siemens & Halske benutzten, das 6 *cm* hoch mit Quecksilber gefüllt war, bei einer Zimmertemperatur von 16° C. einen Versuch angestellt.

Wurde das Eis sehr sorgfältig bis zur Höhe des Quecksilbers angedrückt gehalten, so fiel das 3 *cm* über dem Boden befindliche Thermometer auf 0°,5, stieg aber auf 1°,0, als durch Abthauen ein kleiner Zwischenraum zwischen Glas und Eismantel entstanden war.

Wären 6 *cm* eines 100 *cm* langen Rohres auf der Temperatur von 0°,5, so wäre dies gleichbedeutend mit einer Erwärmung des ganzen Rohres auf 0°,03, woher der specifische Widerstand des *Hg* im Verhältniss 1,000027 höher wäre.

Sollte indessen ein Wasserbad von Zimmertemperatur benutzt sein[1]), so ist der jedenfalls zu kleine Temperaturcoefficient des Widerstandes für die Reduction auf 0° zu Grunde gelegt. Nach Formel b), S. 275 ist

	$\sigma'_{10}/\sigma_0 = 1{,}008818$,	$\sigma'_{20}/\sigma_0 = 1{,}017878$
nach Siemens:	1,008659,	1,017588
Differenz	0,000159,	0,000290.

Die Copie würde hiernach einen grösseren Widerstand als der von Siemens & Halske gefolgerte besessen haben.

Leider lässt sich über den Einfluss mehrerer Fehlerquellen zahlenmässig nichts Sicheres feststellen. Jedenfalls aber ist

$$1\ m\ Hg\ (\text{S. \& H. } 1885/89) = (1 + 0{,}00025)\ m\ Hg\ (\text{S. \& H. } 1882/85)^{2)}.$$

[1]) Nach einer Mittheilung von Siemens & Halske an den Verfasser wird sowohl bei 0° wie bei Zimmertemperatur beobachtet.

[2]) Bez. 0,00023, falls auf die meistens benutzte Röhre 122 zurückgegangen wird.

b. Rayleigh und Sidgwick 1883.[1])

Durch Herabsetzung des Ausbreitungscoefficienten von 0,82 auf 0,80 tritt die verhältnissmässige Verringerung des berechneten Widerstandes ein

Röhre		
Röhre	I	0,000026
„	II	0,000023
„	III	0,000020
„	IV	0,000022
	Mittel	0,000023.

Da Rayleigh die Dichte des *Hg* für 0° 13,595 statt 13,5956 nimmt, kommt der Factor hinzu 13,5956/13,5950 = 1 + 0,000044.

Die wesentlichste Reduction wird aber durch die von 0° abweichende Temperatur der Endgefässe bedingt. Dieselbe war 6°; nach Glazebrook und Fitzpatrick wäre deswegen die Zahl 0,95412 um 0,00024 zu verringern. Ich vermag aber nicht den Grund einzusehen, warum Glazebrook und Fitzpatrick die Curve in der Figur S. 375[2]) links nicht geradlinig fortführen, und würde daher meinerseits 0,00032 aus derselben entnehmen. Da 0,00032/0,95412 = 0,000335, so resultirt der Factor 1,000335.

Endlich ist die Berücksichtigung der Form des Meniskus bei der Bestimmung der Länge des gewogenen Quecksilberfadens nicht genau und wäre nach der von Glazebrook und Benoit geführten Rechnung zu corrigiren. Da jedoch meistens die Menisken mit eingedrückten Ebonitstöpseln abgeflacht wurden, und nicht angegeben ist, wo mit dem convexen Meniskus operirt wurde, so ist diese (etwa 0,00007 betragende) Correction nicht mit Sicherheit anzubringen.

Nach dem Obigen ist

$$1\,m\,Hg\,(\text{Rayleigh}) = \begin{pmatrix} -0{,}000023 \\ 1 + 0{,}000044 \\ +0{,}000335 \end{pmatrix}$$

$$= (1 + 0{,}000356)\,m\,Hg\,(\text{Rayleigh-}D).$$

Da ferner Rayleigh angiebt

$$1\,m\,Hg\,(\text{Rayleigh}) = 0{,}95412 \text{ B. A. U.},$$

so ist

$$1\,m\,Hg\,(\text{Rayleigh-}D) = 0{,}95378 \text{ B. A. U.}$$

c. Mascart, de Nerville, Benoit 1884.[3])

Da mit Benutzung von $a = 0{,}82$ der Ausbreitungswiderstand ist[4])

Röhre	I	II	III	IV
(*m Hg*)	$0{,}0_3973$	$0{,}0_3939$	$0{,}0_3961$	$0{,}0_3946$

[1]) Rayleigh und Sidgwick, Phil. Trans. 174, S. 173. (1883).
[2]) Glazebrook und Fitzpatrick, Phil. Trans. 179. (1888).
[3]) Mascart, de Nerville, Benoit, Résumé d'expériences etc. (1884).
[4]) a. a. O., S. 50.

und sämmtliche Röhren fast genau 1,049 *m Hg* Widerstand besitzen, so beträgt die durch Einführung von $a = 0,80$ bedingte verhältnissmässige Verminderung

$$\frac{0,000955}{41 \cdot 1,049} = 0,000022.$$

Es liegen aber noch folgende Fehlerquellen vor, deren Einfluss sich numerisch nicht feststellen lässt:

Die Masse der Rohrfüllung wurde vielleicht etwas zu klein gefunden, weil die Temperatur 0° nicht ganz erreicht wurde und eine stärkere Luftschicht an der Röhrenwand anlag, als bei der Widerstandsmessung (s. o. S. 268). In demselben Sinne würde auch eine Vergrösserung des Röhrenquerschnittes durch Glasauflösung wirken.

Wegen der zweifelhaften Beschaffenheit des Quecksilberfadens war sein specifischer Widerstand möglichenfalls etwas zu klein.

Die erwähnten Umstände würden einen Factor der Form $1 - \varepsilon^2$ herbeiführen.

Die Temperatur der Endgefässe wird etwa den Verhältnissen meines Versuches (S. 276) entsprochen haben, woher als Factor $1 + 0,000027$ angesetzt werden mag.

Im Ganzen wäre also (abgesehen von den unsicheren Correctionen)

$$1 \, m \, Hg \, (\text{M., de N., B.}) = \begin{pmatrix} 1 & -0,000022 \\ & +0,000027 \end{pmatrix}$$

$$= (1 + 0,000005) \, (\text{M., de N., B.-}D).$$

Die mit „O" bezeichnete Copie No. 75 der B. A. U., welche von Glazebrook bei $15°,8 = 1,00001$ B. A. U. gefunden war, ist mit den 4 Normalröhren verglichen worden, wobei O die Temperatur 12°,57 hatte. Mascart, de Nerville und Benoit setzen nun unter Benutzung des Temperaturcoefficienten 0,0003 für Platinsilber, $O_{12{,}57} = 0,99904$ B. A. U.; mit dem richtigen Coefficienten 0,00027 ergiebt sich 0,99914.

Hiernach ist das von Mascart, de Nerville, Benoit S. 56 mitgetheilte Resultat

$$1 \, m \, Hg = 0,95374 \text{ B. A. U.}$$

zunächst abzuändern in

$$1 \, m \, Hg \, (\text{M., de N., B.}) = 0,95383 \text{ B. A. U.,}$$

woraus

$$1 \, m \, Hg \, (\text{M., de N., B.-}D) = 0,95378 \text{ B. A. U.}$$

d. Benoit 1885.[1])

Hier gelten dieselben Bemerkungen wie unter c, abgesehen davon, dass Benoit gereinigtes Quecksilber verwendet hat.

[1]) Benoit, Construction des étalons prototypes. (1885).

Sollte — worüber ich keine Angabe gefunden habe — zur Herstellung von Drahtcopien die Quecksilbernormale bei der Zimmertemperatur benutzt worden und der Umrechnung auf 0° die Formel von Mascart, de Nerville und Benoît für den Temperaturcoefficienten des Quecksilbers zu Grunde gelegt sein, so würden die Copien zu **gross** ausgefallen sein. Nach Guillaume setze ich **hier** den scheinbaren Coefficienten in Tonnelot'schem Glase für t° eines Thermometers aus gleichem Material

$$\sigma'_t = \sigma_0\,(1 + 0{,}0_3 87604\, t + 0{,}0_5 10545\, t^2),$$

woraus

$$\sigma'_{10}/\sigma_0 = 1{,}008866 \qquad \sigma'_{20}/\sigma_0 = 1{,}017943,$$

während die Formel von Mascart, de Nerville, Benoît liefert

	1,008761	1,017746
Differenz	0,000105	0,000197.

Um diesen Betrag wären die Copien zu gross.

e. Lorenz 1885.[1])

Für seine eigene Ohmbestimmung kommen die an **engen** Röhren erhaltenen Resultate **nicht** in Betracht.

Bei der sehr summarischen Darstellung (a. a. O. S. 13) vermag ich nicht zu ersehen, wie die Versuche zu der Formel für den Ausbreitungscoefficienten führen können

$$0{,}82 - 0{,}35\, d_i/d_a$$

(d_i und d_a innerer und äusserer Durchmesser der Röhre). Denn zur Begründung derselben müsste doch wenigstens d_a variirt werden, worüber nichts angegeben ist.

Zur Reduction einer bei 10°,10 gemachten Messung (a. a. O. S. 14) benutzt Lorenz den Temperaturcoefficienten 0,00090. Wird statt dessen die Formel b) S. 275 zu Grunde gelegt, so folgt, dass die Zahl 1,26899 (a. a. O. S. 14) durch 1,26922 zu ersetzen ist.

f. Strecker und Kohlrausch 1885.[2])

Kleine Ungenauigkeiten (die Formel S. 265 ist nicht streng; S. 269 muss in der ersten Formel für W_t statt 0,000892 : 0,000884 stehen, wie schon F. Kohlrausch bemerkte) können in ihren Folgen nicht controlirt werden, haben aber wohl nur einen unbedeutenden Einfluss gehabt.

Nach S. 268 beobachtet Strecker bei Temperaturen von 8°—17° und reducirt auf 10°. Da specielle Temperaturangaben nicht vorliegen, kann nur Strecker's Werth für σ_T/σ_0 bei 10° : 1,009045 ersetzt werden durch 1,008968 (Mittel von Guillaume und der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt).

[1]) Lorenz, Wied. Ann. **25**, S. 1. (1885).
[2]) Strecker, Wied. Ann. **25**, S. 252. (1885).

Hiernach wäre

$$1 \, m \, Hg \text{ (Strecker)} = (1 - 0{,}000077) \, m \, Hg \text{ (Strecker-}D\text{)}.$$

Auf die Messungen von Strecker, die controlirt und z. Th. wiederholt wurden, stützt sich auch F. Kohlrausch[1]), der insbesondere das Rohr 3 von Strecker verwendete. Kohlrausch erhielt im Mittel für den auf 10° reducirten Rohrinhalt 15,2125 *g*, während Strecker fand 15,2109. Zur Rechnung wählt Kohlrausch das Mittel beider Zahlen: 15,2117, obwohl 15,2121 der kleinste von ihm beobachtete Werth ist. Mir scheint die Benutzung von 15,2125 zutreffender, wodurch das Resultat um 0,0008/15,2117 = 0,000053 seines Werthes kleiner wird.

Die Temperaturen des Quecksilbers lagen bei Kohlrausch zwischen 11° und 20°. Für 20° ist der wahre Coefficient nach Formel a) S. 275 1,018162, nach Strecker 1,018180, also um $0{,}0_4 18$ zu gross.

Setze ich das Mittel dieser Differenz und der für 10° geltenden $(0{,}0_4 77)$ in Rechnung, so wäre

$$1 \, m \, Hg \text{ (Kohlrausch)} = \left(1 \begin{array}{l} -\,0{,}000053 \\ -\,0{,}000048 \end{array}\right)$$
$$= (1 - 0{,}000101) \, m \, Hg \text{ (Kohlrausch-}D\text{)}.$$

[Strecker und Kohlrausch benutzten für die Ausdehnung des Quecksilbers die Formel von Wüllner, Pogg. Ann. **153**. Setzt man als Temperatur bei den Wägungen für Strecker 10°, für Kohlrausch den Mittelwerth 15°,6 (a. a. O. S. 660) an, so ergiebt die Einführung des Ausdehnungscoefficienten $0{,}0_3 180$ die Factoren $1 + 0{,}000013$ bez. $1 + 000021$, und mit Berücksichtigung derselben:

$$1 \, m \, Hg \text{ (Strecker)} = (1 - 0{,}000064) \, m \, Hg \text{ (Strecker-}D\text{)},$$
$$1 \, m \, Hg \text{ (Kohlrausch)} = (1 - 0{,}000080) \, m \, Hg \text{ (Kohlrausch-}D\text{)}.$$

Kohlrausch machte mich s. Z. darauf aufmerksam, dass die Temperatur der Bäder für die Quecksilbernormalen mit denselben Thermometern gemessen wurde, welche auch bei der Bestimmung des Temperaturcoefficienten des specifischen Widerstandes des Quecksilbers benutzt waren. Augenscheinlich liegen nun zwei Möglichkeiten vor.

Ist die Reduction der Strecker'schen Thermometer auf das Luftthermometer genau, so müssen die Widerstandsmessungen bei der Bestimmung des Temperaturcoefficienten mit einem — übrigens sehr unbedeutenden — Fehler behaftet sein, und dann wäre die oben angegebene Umrechnung zutreffend.

Sucht man andererseits den Grund für die Abweichung des Temperaturcoefficienten in der Beziehung der Quecksilberthermometer auf das Gas-

[1]) F. Kohlrausch, Abh. d. bayr. Acad. **16** (1888).

thermometer, so hebt sich der Fehler wegen der Thermometer heraus, wenn man mit dem Temperaturcoefficienten von Strecker rechnet, also ansetzt:

$$1\ m\ Hg\ (\text{Strecker}) = (1 + 0{,}000013)\ m\ Hg\ (\text{Strecker-}D),$$
$$1\ m\ Hg\ (\text{Kohlrausch}) = (1 - 0{,}000032)\ m\ Hg\ (\text{Kohlrausch-}D).$$

Mit Rücksicht auf die günstige Anordnung der Strecker'schen Versuche über den Temperaturcoefficienten möchte ich die letztere Annahme für wahrscheinlicher halten.

Auch die meiner eigenen Ohmbestimmung zu Grunde liegenden Drahtwiderstände sind von Strecker und Kreichgauer mit Strecker's Rohr 2 verglichen. Nur für eine von 3 Füllungen ist der um 0,00045 *g* kleinere Strecker'sche Werth benutzt (20,1053); einen merklichen Einfluss hat dies nicht, so dass für meine Ohmbestimmung

$$1\ m\ Hg\ (\text{Kohlrausch}) = (1 + 0{,}000015)\ m\ Hg\ (\text{Kohlrausch-}D)$$

angesetzt werden kann, da die Temperatur bei der Vergleichung 11°,7 war.]

g. Glazebrook und Fitzpatrick 1888.[1])

Die Ersetzung des Ausbreitungscoefficienten 0,82 durch 0,80 bedingt die verhältnissmässigen Aenderungen der Widerstände

Röhre	VI 0,000021 VIII 20 II 22	Mittel	0,000021,
"	V 0,000029 IX 30	"	0,000030,
"	I 0,000040 III 38	"	0,000039.

Da nun Glazebrook und Fitzpatrick den durch Klammern zusammengefassten Röhrengruppen (1, $^1/_2$, $^1/_3$ B. A. U. entsprechend) die Gewichte 3, 2, 1 beilegen, so ergiebt sich eine Aenderung ihres Resultates im Verhältniss 1 — 0,000027.

Glazebrook und Fitzpatrick messen die Röhrenfüllung bei Zimmertemperatur, deren Mittel nach demselben Schema, wie oben berechnet, 9°,7 betrug. Soll der Ausdehnungscoefficient des Quecksilbers statt $0{,}0_3182 : 0{,}0_3180$ gesetzt werden, so tritt hierdurch der Factor

$$1 + 0{,}000002 \cdot 9{,}7 = 1 + 0{,}000019$$

auf.

Die ebenfalls wie oben bestimmte Mitteltemperatur der Endgefässe war 1°,4. Aus der Figur (Glazebrook und Fitzpatrick, S. 375) entnehme ich für 0,95352 die Aenderung 0,000074, was einer Vermehrung im Verhältnisse 1 + 0,000078 entspricht.

[1]) Glazebrook und Fitzpatrick, Phil. Trans. 179, S. 351. (1888).

Alles zusammengefasst ist also

$$1\ m\ Hg\ (\text{Glazebrook u. Fitzpatrick}) = \left(\begin{array}{r} 0{,}000027 \\ 1 + 0{,}000019 \\ + 0{,}000078 \end{array}\right)$$

$$= \dagger\ (1 + 0{,}000070)\ m\ Hg\ (\text{Gl. u. F.-}D)$$

und

$$1\ m\ Hg\ (\text{Gl. u. F.-}D) = \frac{0{,}95352}{1{,}000070} = \dagger\ 0{,}95346\ \text{B. A. U.}$$

h. Hutchinson und Wilkes 1889.[1])

Gegen diese Arbeit walten erhebliche Bedenken ob. Finden sich doch Differenzen der Längenmessung bis zu 0,3 *mm* (vergl. Röhre VI); auf die unzulässige Abgrenzung der zu wägenden Quecksilbermasse mit den Fingern (freilich dann willkürlich corrigirt) wurde schon früher hingewiesen.

Durch Einführung von 0,80 statt 0,82 als Ausbreitungscoefficient tritt eine Aenderung im Verhältniss 1 — 0,000015 ein; wegen Ersetzung der Dichte des Quecksilbers bei 0°: 13,595 durch 13,5956 eine Aenderung im Verhältniss 1 + 0,000044.

Da die Endgefässe noch + 0°,5 hatten, so würde, falls der von Glazebrook und Fitzpatrick beobachtete Einfluss auch hier als zutreffend angenommen wird, der Factor 1 + 0,000025 anzubringen sein.

Hiernach wird

$$1\ m\ Hg\ (\text{Hutchinson u. Wilkes}) = \left(\begin{array}{r} - 0{,}000015 \\ 1\ + 0{,}000044 \\ + 0{,}000025 \end{array}\right)$$

$$= (1\ + 0{,}000054)\ m\ Hg\ (\text{H. u. W.-}D),$$

somit

$$1\ m\ Hg\ (\text{H. u. W.-}D) = \frac{0{,}95341}{1 + 0{,}000054}$$

$$= 0{,}95336\ \text{B. A. U.}$$

i. Passavant 1890.[2])

Die Einführung von $\alpha = 0{,}80$ statt 0,82 ergiebt

$$1\ m\ Hg\ (\text{Passavant}) = (1 - 0{,}000023)\ m\ Hg\ (\text{P.-}D).$$

Weil die Temperatur der Röhrenfüllungen nicht angegeben ist, kann die geringfügige Reduction wegen des Ausdehnungscoefficienten des Quecksilbers nicht angebracht werden (Passavant benutzt $0{,}0_3181$).

k. Lindeck 1891.[3])

Da die Temperatur bei den Auswägungen 18° betrug, folgt bei Ersetzung des Coefficienten $0{,}0_3182$ durch $0{,}0_3180$ und Einführung von $\alpha = 0{,}80$

$$1\ m\ Hg\ (\text{Lindeck}) = \left(1\ \begin{array}{r} + 0{,}000036 \\ - 0{,}000020 \end{array}\right) = \dagger\ (1 + 0{,}000016)\ m\ Hg\ (\text{L.-}D).$$

[1]) Hutchinson u. Wilkes, Phil. Mag. (V) 28, S. 17. (1889).
[2]) Passavant, Wied. Ann. 40, S. 505. (1890).
[3]) Lindeck, Zeitschr. für Instrk. Mai 1891.

Nach einer mir gemachten Privatmittheilung über Vergleichungen der vorläufigen Normalröhren der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt mit Copien anderer Einheiten bedient sich Lindeck des Temperaturcoefficienten von Mascart, de Nerville, Benoit. Da die Normalröhren bei 18° beobachtet waren, ist statt 1,01608 nach a) (S. 275) einzuführen $1{,}01630_5$, so dass also für diese Vergleichungen ist

$$1\ m\ Hg\ (\text{Lindeck}) = (1 + 0{,}000241)\ m\ Hg\ (\text{Lindeck-}D^{1)}).$$

[Ausgenommen ist hierbei die Vergleichung mit Benoit, da de Nerville die nach Berlin geschickte Drahtrolle bei 15°,86 mit der Benoit'schen Normalröhre verglichen hatte und auch seinerseits sich des Temperaturcoefficienten von Mascart, de Nerville, Benoit bediente.]

[l. Salvioni 1889.[2])

Die beiden Normalröhren besassen eine Länge von etwa 106,7 und 109,4 *cm* und einen Widerstand von fast genau 1 *Ohm*. Dem Mittelwerth der Länge 108,1 *cm* entspräche somit der Radius 0,57 *mm*, und die Einführung von $\alpha = 0{,}80$ statt 0,82 bedingt eine Aenderung im Verhältniss $1 - 0{,}000021$.

Die Mitteltemperatur der Rohrfüllungen zur Ermittelung von M_0 betrug bei der Röhre I: 15°,4, bei II: 9°,9. Bei Benutzung des Hauptmittels 12°,7 kommt in Folge der Ersetzung des Ausdehnungscoefficienten $0{,}0_3 18216$ durch $0{,}0_3 180$ der Factor $(1 + 0{,}000027)$.

Hiernach ist

$$1\ m\ Hg\ (\text{Salvioni}) = \left(1 \begin{matrix} -\ 0{,}000021 \\ +\ 0{,}000027 \end{matrix}\right)$$
$$= (1 + 0{,}000006)\ m\ Hg\ (\text{Salvioni-}D).]$$

10. Ausgeführte Vergleichungen.

Zur Beurtheilung der Copirungen der Quecksilber-Widerstände und der Vergleichungen wären öfter mehr Einzelheiten erwünscht, als von den Autoren angegeben werden.

Form und Weite der Endansätze an den Röhren, Höhe der Quecksilber-Füllung in denselben, Dicke der eintauchenden Elektroden [und Abstand derselben vom Rohrende, Temperatur der Quecksilber-Normalen bei der Vergleichung] sind nicht ohne Bedeutung.

Bei der grossen Verschiedenheit des Temperaturcoefficienten des Quecksilbers nach den einzelnen Beobachtern ist es sehr wesentlich, ob die Copirung

[1]) Nämlich $1 + 0{,}000016 + 0{,}000225$.

[2]) Memorie Acc. Lincei **6**, S. 263. (1889).

bez. Vergleichung in Eis oder bei Zimmertemperatur vorgenommen wurde; nur wenn zwei Quecksilber-Röhren untereinander verglichen werden, ist dieser Umstand ohne Einfluss.

Die Stärke des die Quecksilber-Röhre durchfliessenden Stromes und die Dauer des Stromschlusses bei der Messung ist auf die Genauigkeit der Messungen von erheblichem Einfluss. Eine einfache Rechnung lehrt, dass ein Strom von 1 *Ampère* in einer Secunde das Quecksilber einer Röhre von 1 *m* Länge und 1 *qmm* Querschnitt um etwa 0°,52 erwärmt, woher eine Vermehrung des Widerstandes um rund $^1/_{2000}$ erfolgt. Ein Theil der entwickelten Wärme wird ja an die Glasröhre und weiter an das Wasserbad abgegeben; aber es beobachtete z. B. Strecker[1]) bei 8 *sec.* dauerndem Schluss eines Stromes von $^1/_8$—$^1/_2$ *Amp.* eine Aenderung des Widerstandsverhältnisses (Quecksilber und Neusilber) im Betrage von 0,0001—0,0003, so dass er den Strom nur für kleine Bruchtheile einer Secunde schloss.

Die weitaus meisten Vergleichungen sind so ausgeführt, dass ein Beobachter seine Normalröhren mit einem Drahtwiderstand verglich und diesen dem anderen übersandte. Volle Sicherheit gegen Veränderungen des Drahtes zwischen den Beobachtungen kann nur erlangt werden, wenn der Draht zuletzt wieder von dem ersten Beobachter untersucht wird.

Bei der Platinsilberlegirung, welche für Copien der British Association Unit (B. A. U.) in der Regel benutzt ist, scheinen sich diese Variationen in ziemlich engen Grenzen gehalten zu haben; Neusilber zeigt eine zuerst schnellere, dann langsamere Zunahme des Widerstandes, welche 0,002 des Ganzen und mehr erreichen kann. Leider besass durch einen unglücklichen Zufall gerade der von Siemens & Halske für die Doseneinheiten in der ersten Hälfte der achtziger Jahre verwendete Neusilberdraht diese unangenehme Eigenschaft in besonders hohem Grade; es ist zu bedauern, dass damals die Untersuchungen der Reichsanstalt über „Patentnickel" und „Mangannickelkupfer" noch nicht vorlagen.

Ich habe nun zunächst in Tabelle I die mir zugänglichen Vergleichungen der Quecksilber-Einheiten der verschiedenen Autoren zusammengestellt, und in Tabelle I^a den Werth der Quecksilber-Einheit in B. A. U. hinzugefügt. In Tabelle I und I^a sind die Zahlen ohne alle Reductionen so mitgetheilt, wie sie sich bei den darunter verzeichneten Autoren finden oder unmittelbar aus deren Angaben folgen. Die hochstehenden Ziffern verweisen auf die zu Tabelle I und I^a gehörige Quellenangabe.

Im Einzelnen ist noch folgendes zu bemerken.

[1]) Strecker, Wied. Ann. 25, S. 457.

Die Siemens-Einheit, No. 2713, deren sich Lorenz[1]) bediente, war im December 1882 verificirt, während die eigenen Beobachtungen von Lorenz etwa 2 Jahre später fallen. Es war daher der Widerstand der No. 2713 sicher grösser, als es dem Vermerk von Siemens & Halske entsprach.

Lindeck verweist auf ein an mich gerichtetes Schreiben der Abth. II der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt vom 28. März 1892, in welchem über eine Vergleichung der vorläufigen Quecksilbernormalen dieser Anstalt mit einigen Drahtwiderständen Mittheilung gemacht ist.

Mit einem Fragezeichen versehen habe ich zunächst alle Werthe, welche auf Lord Rayleigh's Resultat 1 *m Hg* (Rayleigh) = 0,95412 B. A. U. zurückgehen, ferner die auf der S.-E. No. 2713 basirenden (Lorenz, s. d. S. oben), sodann Passavant's Vergleichung mit der Siemens'schen Quecksilbercopie No. 103 Novbr. 1888[2]), bei deren Füllung auch Passavant Schwierigkeiten fand, und endlich Lindeck's Zahlen, soweit dieselben das Verhältniss der Drähte zu den Röhren der Reichsanstalt darstellen. Die Gründe werden, soweit dieselben noch nicht angegeben sind, aus dem Folgenden hervorgehen.

In Tabelle II und II^a ist das Resultat einer Umrechnung wesentlich auf Grund der Erörterungen des § 9 mitgetheilt, denen noch Folgendes hinzuzufügen ist.

[Wegen der schon am Eingang dieses Abschnittes beklagten Unvollständigkeit der Angaben über die näheren Umstände der Vergleichung sind die Grundlagen für die Umrechnung mehrfach unsicher. Indessen dürfte der hiervon herrührende Fehler in Tabelle II und II^a selten eine Einheit in der vierten Decimale übersteigen.]

Die Einheiten Siemens & Halske 1882/85 und 1885/89 habe ich ohne Umrechnung beibehalten.

Strecker verglich 5 Drahtcopien seiner Röhren mit den Normalröhren von Siemens & Halske und beabsichtigte, für die Berechnung des Widerstandes dieser letzteren den Ausbreitungscoefficienten $\alpha = 0{,}80$ und seinen Temperaturcoefficienten einzuführen. Er giebt als Resultat den befremdlichen Werth 1 S.-E. nach der Umrechnung = 0,99920 *m Hg* (Strecker). Es hat schon Salvioni[3]) darauf aufmerksam gemacht, dass Strecker hierbei in den Irrthum verfiel, anzunehmen, Siemens habe bei seiner Berechnung für beide Enden $1{,}0 \, . \, r$ angesetzt, während thatsächlich $2{,}0 \, . \, r$ angesetzt worden ist. In Folge dessen sind Streckers Angaben (Wied. Ann. 25, S. 486):

(Fortsetzung des Textes auf Seite 290.

[1]) Lorenz, Wied. Ann. 25, S. 14.
[2]) Passavant, Wied. Ann. 40, S. 521.
[3]) Salvioni, Rendiconti Acc. d. Lincei, 5, 2. Sem. S. 146. (1889).

Tab. I.	*m Hg* Siemens & Halske 1882/85	*m Hg* Siemens & Halske 1885/89	*m Hg* Lord Rayleigh 1883	*m Hg* Mascart, de Nerville, Benoit 1884	*m Hg* Benoit 1885	*m Hg* Lorenz 1885
1 *m Hg* Siemens & Halske 1882/1885 =		1 — 0,00023[1]	1 — 0,00049?[2] Rayleigh 1883 1 — 0,00001?[4] Lorenz 1884/85	1 + 0,00003[3] M., de N., B. 1884 aus Verh. zur B. A. U.	1 — 0,00039[13] Salvioni 1889	1 + 0,00022?[4] Lorenz 1884/85
Siemens & Halske 1885/1889 =					1 — 0,00016[13] Salvioni 1889 1 — 0,00005[12] Lindeck 1890	
Lord Rayleigh 1883 =				1 + 0,00040?[3] aus B. A. U. M., de N., B. 1884		1 + 0,00023?[4] aus B. A. U. Lorenz 1884/85
Mascart, de Nerville, Benoit 1884 =						
Benoit 1885 =						
Lorenz 1885 =						
Strecker 1885 =						
Kohlrausch 1886/87 =						
Glazebrook & Fitzpatrick 1888 =						
Hutchinson & Wilkes 1889 =						
Passavant 1890 =						
Lindeck 1891 =						
Salvioni 1889 =						

Tab. Ia. 1 *m Hg* von	Siemens & Halske 1882/85	Siemens & Halske 1885/89	Lord Rayleigh 1883	Mascart, de Nerville, Benoit 1884	Benoit 1885	Lorenz 1885
= B. A. U.	0,95365[2]) Rayleigh 1883 0,95377[3]) M., de N., B. 1884 0,95411? Lorenz 1884/85		0,95412[2]) Rayleigh 1883	0,95374[3]) M., de N., B. 1884		

[1]) Diese Abh. S. 276. — [2]) Rayleigh u. Sidgwick, Phil. Trans. **174**, S. 174 u. 185. (1883). — [3]) Mascart, de Nerville, 485. (1885). — [6]) F. Kohlrausch, Abh. d. bayr. Acad. d. W. **16**, S. 734. (1888) — [7]) Privatmittheilung von F. Kohlrausch an den [10]) Hutchinson and Wilkes, Phil. Mag. (V) **28**, S. 29. (1889). — [11]) Passavant, Wied. Ann. **40**, S. 521, 522, 523. (1890). — 2. Sem., S. 148, u. **6**, 2. Sem., S. 322.

m Hg Strecker 1885	*m Hg* Kohlrausch 1886/87	*m Hg* Glazebrook & Fitzpatrick 1888	*m Hg* Hutchinson & Wilkes 1889	*m Hg* Passavant 1890	*m Hg* Lindeck 1891	*m Hg* Salvioni 1889
{1 + 0,00017[5]) {1 + 0,00027 Strecker 1885	1 − 0,00009[13]) Salvioni 1889					1 + 0,00000[13]) Salvioni 1889
	1 + 0,00014[13]) Salvioni 1889 1 + 0,00009[12]) Lindeck 1890	1 + 0,00002[12]) Lindeck 1890		1 − 0,00056?[11]) Passavant 1890	1 − 0,00029?[12]) Lindeck 1890	1 + 0,00023[13]) Salvioni 1889
1 + 0,00082?[6]) aus B. A. U. Strecker 1885	1 + 0,00078?[6]) aus B. A. U. Glazebrook 1887					
	1 + 0,00014[12]) Lindeck 1890 1 + 0,00043?[7]) Kohlrausch Bf.	1 + 0,00007[12]) Lindeck 1890 1 − 0,00004[9]) Glazebrook 1891		1 − 0,00005[11]) Guillaume 1890	1 − 0,00024?[12]) Lindeck 1890	1 + 0,00039[13]) Salvioni 1889
		1 − 0,00015[8]) aus B. A. U. Glazebrook 1887 1 − 0,00007[12]) do. Lindeck 1890			1 − 0,00038?[12]) Lindeck 1890	1 + 0,00009[13]) Salvioni 1889
			1 + 0,00012[10]) aus B. A. U. H. & W. 1889		1 − 0,00031?[12]) Lindeck 1890	1 − 0,00002[13]) aus B. A. U. Salvioni 1890

Strecker 1885	Kohlrausch 1886/87	Glazebrook & Fitzpatrick 1888	Hutchinson & Wilkes 1889	Passavant 1890	Lindeck 1891	Salvioni 1889/90
0,95335[5]) Strecker 1885	0,95338[6]) Glazebrook 1887?	0,95352[8]) Gl. & F. 1888	0,95341[10]) H. & W. 1889			0,95354[13]) Salvioni 1890

Rowland 1887
0,95349[6])

Benoit, Résumé d'expér. S. 56 u. 68. (1884). — [4]) Lorenz, Wied. Ann. 25, S. 14, 15. (1885). — [5]) Strecker, Wied. Ann. 25, S. 483, Verfasser. — [8]) Glazebrook and Fitzpatrick, Phil. Trans. 179, S. 372. (1888). — [9]) Glazebrook, Phil. Mag. (V) 32, S. 74. (1891). — [12]) Mittheilung der Phys.-Techn. Reichsanstalt an den Verfasser. — [13]) Salvioni, Rendic. della R. Acc. dei Lincei 5.

Tab. II.	*m Hg* Siemens & Halske 1882/85	*m Hg* Siemens & Halske 1885/89	*m Hg* Lord Rayleigh (*D*) 1883	*m Hg* Mascart, de Nerville, Benoit (*D*) 1884	*m Hg* Benoit (*D*) 1885	*m Hg* Lorenz (*D*) 1885
1 *m Hg* Siemens & Halske 1882/85 =		1 — 0,00023	1 — 0,00013 Rayleigh 1883 1 + 0,00035? Lorenz 1884/85	1 — 0,00001 M., de N., B. 1884 aus Verh. zur B. A. U.	1 — 0,00039 Salvioni 1889	1 + 0,00004? Lorenz 1884/85
Siemens & Halske 1885/89 =	1 + 0,00023				1 — 0,00016 Salvioni 1889 1 — 0,00005 Lindeck 1890	
Lord Rayleigh (*D*) 1883 =	1 + 0,00013 Rayleigh 1883 1 + 0,00035? Lorenz 1884/85			1 ± 0,00000 aus B. A. U. M., de N., B. 1884		1 — 0,00030? aus B. A. U. Lorenz 1884/85
Mascart, de Nerville, Benoit (*D*) 1884 =	1 + 0,00001 M., de N., B. 1884 aus Verh. zur B. A. U.		1 ± 0,00000 aus B. A. U. M., de N., B. 1884			
Benoit (*D*) 1885 =	1 + 0,00039 Salvioni 1889	1 + 0,00016 Salvioni 1889 1 + 0,00005 Lindeck 1890				
Lorenz (*D*) 1885 =	1 — 0,00004? Lorenz 1884/85		1 + 0,00030? aus B. A. U. Lorenz 1884/85			
Strecker (*D*) 1885 =	{1 — 0,00018 {1 — 0,00028 Strecker 1885	1 — 0,00027 Strecker 1885 Beob. in Berlin	1 — 0,00046? aus B. A. U. Strecker 1885			
Kohlrausch (*D*) 1886/87 =	1 + 0,00012 Salvioni 1889	1 — 0,00011 Salvioni 1889 1 — 0,00006 Lindeck 1890	1 — 0,00039? aus B. A. U. Glazebrook		1 — 0,00010 Lindeck 1890 1 — 0,00039? Kohlrausch Br.	
Glazebrook & Fitzpatrick (*D*) 1888 =		1 — 0,00009 Lindeck 1890			1 — 0,00013 Lindeck 1890 1 — 0,00002 Glazebrook 1891	
Hutchinson & Wilkes (*D*) 1889 =						
Passavant (*D*) 1890 =		1 + 0,00058? Passavant 1890			1 + 0,00008 Guillaume 1890	
Lindeck (*D*) 1891 =		1 + 0,00005 Lindeck 1890			1 ± 0,00000 Lindeck 1890	
Salvioni 1889 =	1 — 0,00001 Salvioni 1889	1 — 0,00024 Salvioni 1890			1 — 0,00039? Salvioni 1890	

Tab. IIa. 1 *m Hg* von	Siemens & Halske 1882/85	Siemens & Halske 1885/89	Lord Rayleigh (*D*) 1883	Mascart, de Nerville, Benoit (*D*) 1884	Benoit (*D*) 1885	Lorenz (*D*) 1885
= B. A. U.	0,95365 Rayleigh 1883 0,95377 M., de N., B. 1884		0,95378 Rayleigh 1883	0,95378 M., de N., B. 1884		

[In den Werthen von Strecker, Kohlrausch, Glazebrook und Fitzpatrick, Lindeck, Salvioni sind gegen den

m Hg Strecker (*D*) 1885	*m Hg* Kohlrausch (*D*) 1886/87	*m Hg* Glazebrook & Fitzpatrick (*D*) 1888	*m Hg* Hutchinson & Wilkes (*D*) 1889	*m Hg* Passavant (*D*) 1890	*m Hg* Lindeck (*D*) 1891	*m Hg* Salvioni 1889
{1 + 0,00018 {1 + 0,00028 Strecker 1885	1 — 0,00012 Salvioni 1889					1 + 0,00001 Salvioni 1889
1 + 0,00027 Strecker 1885 Beob. in Berlin	1 + 0,00011 Salvioni 1889 1 + 0,00006 Lindeck 1890	1 + 0,00009 Lindeck 1890		1 — 0,00058? Passavant 1890	1 — 0,00005 Lindeck 1890	1 + 0,00024 Salvioni 1889
1 + 0,00046? aus B. A. U. Strecker 1885	1 + 0,00039? aus B. A. U. Glazebrook 1887					
	1 + 0,00010 Lindeck 1890 1 + 0,00039? Kohlrausch Br.	1 + 0,00013 Lindeck 1890 1 + 0,00002 Glazebrook 1891		1 — 0,00008 Guillaume 1890	1 — 0,00023 Lindeck 1890	1 + 0,00039? Salvioni 1889
		1 — 0,00005 aus B. A. U. Glazebrook 1887 1 + 0,00003 Lindeck 1890			1 — 0,00011 Lindeck 1890	1 + 0,00013 Salvioni 1889
	1 + 0,00005 aus B. A. U. Glazebrook 1887 1 — 0,00003 Lindeck 1890		1 + 0,00010 aus B. A. U. H. & W. 1889		1 — 0,00014 Lindeck 1890	1 — 0,00008 aus B. A. U. Salvioni 1890
		1 — 0,00010 aus B. A. U. H. & W. 1889				
	1 + 0,00011 Lindeck 1890	1 + 0,00014 Lindeck 1890				
	1 — 0,00013 Salvioni 1889	1 + 0,00008 aus B. A. U. Salvioni 1889				

Strecker (*D*) 1885	Kohlrausch (*D*) 1886/87	Glazebrook & Fitzpatrick (*D*) 1888	Hutchinson & Wilkes (*D*) 1889	Passavant (*D*) 1890	Lindeck (*D*) 1891	Salvioni 1889/90
0,95334 Strecker 1885	0,95341 Glazebrook 1887? Rowland 1887 0,95349	0,95345 Glazebrook 1888	0,95336 H. & W. 1889			0,95353 Salvioni 1890

ersten Abdruck kleine Aenderungen vorgenommen.]

	Rohr No.	17 bei 0°	0,34403 Q.-E.	
	„ „	122 „	1,01381	
	„ „	124 „	0,73833	
zu ersetzen durch:			0,34350	
			1,01290	
			0,73756,	

und die 3. und 4 Spalte (S. 487) muss lauten:

S.-E. (nach der Umrechnung)	Differenz (Würzburg-Berlin)
1,00379	0,00036
1,00297	0,00027
0,99926	0,00023
0,99815	0,00022
0,99657	0,00022

so dass schliesslich im Mittel folgt

1 S.-E. umgerechnet = 1,00026 *m Hg* (Strecker).[1])

Hiermit ist der Widerspruch der Messungen in Würzburg und Berlin, der so auffällig war, gehoben.

[Hier ist ein durch frühere Einschaltungen überflüssig gewordener Satz gestrichen.]

Ueber die Messungen von Lindeck ist das Erforderliche schon S. 283 angegeben. [Salvioni's Werthe habe ich jetzt auch umrechnen können.]

In Tabelle II möchte ich als fraglich zunächst die Messungen von Lorenz und Passavant's Vergleichung mit der Siemens'schen Quecksilbercopie bezeichnen, dann die Beziehung zwischen Lord Rayleigh einerseits und Strecker und Kohlrausch andererseits, weil hier über die B. A. U. Zweifel obwalten, [endlich Salvioni's Messung der Benoit'schen Quecksilbercopie].

Betrachtet man zunächst die Tabelle IIa, so bemerkt man sofort eine scharfe Scheidung der vor und nach 1885 vorgenommenen Vergleichungen der B. A. U. mit Quecksilbereinheiten. Erstere geben für eine Q.-E. im Mittel 0,95375, letztere 0,95342. Es muss unentschieden bleiben, ob hier eine Zunahme des Widerstandes vorliegt, oder ob der Grund in einer Aenderung des Beobachtungsverfahrens in Cambridge zu suchen ist. Jedenfalls wäre aber vor 1885 der erste Werth anzuwenden.

Die in Tabelle II verzeichneten Differenzen überschreiten nur selten 0,0002. Insbesondere ordnet sich nun auch die Bestimmung von Rayleigh in die Reihe der übrigen ein.

[1]) Hiermit stimmt sehr nahe eine im Laboratorium von Siemens & Halske vorgenommene Neuberechnung der Strecker'schen Beobachtungen durch Dr. Raschorn, von der dem Verfasser Mittheilung gemacht wurde. Es ist danach

1 S.-E. umgerechnet = 1,00030 *m Hg* (Strecker).

Unter den noch vorhandenen grossen Differenzen kommen die zwischen Rayleigh einerseits und Strecker und Kohlrausch andererseits (0,00038 und 0,00031) wohl auf Rechnung der B. A. U.

Benoît zeigt zwei auffällig hohe Werthe (0,00039 gegen Salvioni und 0,00033 gegen Kohlrausch nach brieflicher Mittheilung). Beide beruhen aber auf Benutzung Benoît'scher Quecksilbercopien, während eine directe Vergleichung mit den Normalröhren (Passavant und Guillaume) und in Paris verificirten Drahtwiderständen (Lindeck) derartige Differenzen nicht aufweist. Der Grund scheint mir also in der Verificirung der Quecksilbercopien zu liegen, speciell vielleicht in der Anwendung der Benoît'schen Platinelektroden.

Kohlrausch's Messungen beruhen zum Theil auf Strecker's Arbeiten, deshalb scheint die Differenz gegen Strecker zunächst auffällig. Kohlrausch hat aber ein Versehen Strecker's bei der Einführung der Glasausdehnung berichtigt und nicht alle Röhren Strecker's benutzt, sondern nur die eine, welche nahe gleichen Widerstand wie sein Multiplicator besass.

Lindeck's Messungen sind nur als provisorische bezeichnet, trotzdem sind die Differenzen gering.

Im Allgemeinen ist die Uebereinstimmung recht befriedigend; die vorgenommene Umrechnung hat die Unterschiede vielfach herabgesetzt.

[Nachträglich seien noch die Vergleichungen von Roiti (Nuovo Cimento (3) 15, April 1884) zwischen einer Siemens-Einheit vom 2. November 1883, 2 Strecker'schen Spulen vom 13.—16. December 1883 und einer B. A. U. vom 21. November 1883 angeführt. Es wurde erhalten

$$1\ m\ Hg\ \text{(Siemens \& Halske 1882/85)} = 0{,}95363\ \text{B. A. U.}$$
$$1\ m\ Hg\ \text{(Strecker)} = 0{,}95366\ \text{B. A. U.},$$

woraus noch folgt

$$1\ m\ Hg\ \text{(Strecker—D.)} = 0{,}95367\ \text{B. A. U.}$$

in Uebereinstimmung mit der S. 290 gemachten Bemerkung über die B. A. U. vor und nach 1885.

Die weitere Beziehung

$$1\ m\ Hg\ \text{(Strecker)} = (1 + 0{,}00003)\ m\ Hg\ \text{(Siemens \& Halske 1882/85)}$$

differirt auffällig von den Messungen Streckers. (Vgl. Tab. I.)]

Ich möchte an dieser Stelle eine kleine Bemerkung zu der Abhandlung von Glazebrook[1]) (On the value of some mercury resistance standards) hinzufügen. Seine Umrechnung der Quecksilbereinheit von Strecker und Kohl-

[1]) Glazebrook, Phil. Mag. (V) 32, S. 70. (1891).

rausch ist unzutreffend, da er übersieht, dass die Strecker'sche Zahl 1,00804 für den specifischen Widerstand des Hg bei 10° sich auf den wahren specifischen Widerstand bezieht, und dass Strecker die Temperaturen mit dem Luftthermometer misst.

II. Die absoluten Widerstandsmessungen.

1. Methode der Dämpfung (Dritte Methode von W. Weber[1]).

Da Rayleigh in seiner Vergleichung der Methoden der absoluten Widerstandsmessung[2]) diese Methode nicht erwähnt, so mögen zunächst einige Erörterungen über den Werth derselben im Vergleich mit andern Platz finden.

Bedeutet:

G die Galvanometerconstante,
M das magnetische Moment des Magnets,
H die horizontale Feldstärke im Multiplicator,
τ die Schwingungsdauer,
Λ das natürliche logarithmische Decrement des Magnets,
so ist der absolute Widerstand der Multiplicatorleitung, abgesehen von gewissen Correctionen:

$$W = \frac{\pi}{2}\,\frac{1}{\tau}\,G^2\,\frac{M}{H}\,\frac{\sqrt{\pi^2+\Lambda^2}}{\Lambda}.^{3)}$$

Die Correctionen rühren her von der Torsion des Aufhängefadens, Selbstinduction[4]), Abhängigkeit von G und Λ von der Amplitude[5]), Luftdämpfung, dem inducirten Magnetismus (und zwar Längs- und Quermoment)[6]), magnetischen Localeinflüssen und der Veränderlichkeit mehrerer Grössen mit der Temperatur.

Soll das logarithmische Decrement mit einer genügenden procentischen Genauigkeit ermittelt werden, so sind Dimensionen der Galvanometerwindungen, welche eine Berechnung von G aus den Dimensionen gestatten, ausgeschlossen; vielmehr müssen die Galvanometerwindungen den kräftigen einzelnen Magnet ziemlich nahe umschliessen. Die Bestimmung von G muss daher nach einem von mir eingeführten Verfahren[7]) durch Vergleichung

[1]) W. Weber. Abh. d. k. sächs. Ges. d. W. **1**, S. 232. (1852).
[2]) Rayleigh, Phil. Mag. (V) **14**, S. 329. (1882).
[3]) S. z. B Kohlrausch, Abh. d. bayr. Acad. **16**, S. 633. (1888).
[4]) Dorn, Wied. Ann. **17**, S. 781. (1882); und Wied. Ann. **22**, S. 265. (1884).
[5]) Schering, Wied. Ann. **9**, S. 287. (1880).
[6]) Dorn, Wied. Ann. **35**, S. 189. (1888).
[7]) Dorn, Wied. Ann. **17**, S. 773. (1882).

mit einer sorgfältig ausgemessenen Tangentenbussole erfolgen, indem man einen bekannten Bruchtheil des vermittelst der Tangentenbussole gemessenen Stammstromes durch das Galvanometer leitet.

Die Genauigkeit, mit welcher das in der Formel quadratisch auftretende G bestimmt werden kann, hängt also ab von der Schärfe der Ausmessung der nur eine Lage bildenden Windungen der Tangentenbussole und des (allerdings etwas unbequemen) Verhältnisses zweier metallischer Widerstände (1 : 500 bis 1 : 1000).

In den sämmtlichen von Rayleigh besprochenen Methoden tritt nun der mittlere Radius wenigstens einer Drahtrolle von vielen Windungen eines besponnenen Drahtes auf, und der hierbei zu erwartende Fehler übersteigt meines Erachtens den wegen G^2 in der modificirten dritten Methode von Weber.

An einer anderen Stelle hat Rayleigh[1]) gegen die Dämpfungsmethode Bedenken ausgesprochen, welche im wesentlichen darauf hinauskommen, dass in der Metallmasse des Magnets durch seine Bewegung im Magnetfelde und durch die Rückwirkung der Ströme im Multiplicator Ströme erregt werden, welche den Magnetismus beeinflussen und sonst zu Störungen Veranlassung geben.

Ich habe aber nachgewiesen, dass diese Einflüsse unwahrnehmbar klein sind.[2]) Zu dem gleichen Resultate führte eine Experimentaluntersuchung von Kohlrausch,[3]) der einen Kupferstab gleicher Form wie der Magnet im Multiplicator schwingen liess, während derselbe von Strömen der Intensität 0 bis 0,1 Ampère durchflossen war.

Die Ermittelung von M/H und A ist unschwer mit erheblicher Genauigkeit ausführbar.

Freilich bedingt die Ausführung der Dämpfungsmethode eine grosse Zahl von Nebenuntersuchungen und Hilfsbestimmungen, wie schon oben (S. 292) erwähnt wurde, doch tritt hier nirgend eine sehr erhebliche Schwierigkeit auf.

Um einen unbegründeten Einwand gegen die Methode der Dämpfung vorweg abzuschneiden, mag noch besonders hervorgehoben werden, dass die Entwickelungen von K. Schering[4]) (sowie die gleichwerthigen von Chwolson)[5]) ermöglichen, den Einfluss der Veränderlichkeit der Galvanometerfunction mit der Ablenkung auf die Dämpfung in Rechnung zu

[1]) Rayleigh, Wied. Ann. 24, S. 214. (1885).
[2]) Dorn, Wied. Ann. 35, S. 189. (1888).
[3]) Kohlrausch, Abh. d. bayr. Acad. 16, S. 678. (1888).
[4]) K. Schering, Wied. Ann. 9, S. 287. (1880).
[5]) Chwolson, Mém. de l'Ac. des Sc. de St. Pétersbourg 26 und 28.

ziehen. Dies geschieht am bequemsten in der Weise, dass unter Benutzung geeigneter Hilfsbeobachtungen die Galvanometerfunction, sowie das logarithmische Decrement auf ∞ kleine Amplituden reducirt wird. Diese Reduction ist von Wild, F. Kohlrausch und mir selbst angebracht, und ich habe noch in einer besonderen Nebenuntersuchung[1]) nachgewiesen, dass die bei verschiedenen Amplituden beobachteten logarithmischen Decremente bei Anwendung der Schering'schen Formeln wirklich auf dasselbe Decrement für ∞ kleine Amplituden führen.

Ich wende mich zu den einzelnen nach dieser Methode ausgeführten Arbeiten.

a. Wild 1884.[2])

In der ersten Fassung der Arbeit ist das Widerstandsverhältniss bei der Stromverzweigung zur Bestimmung von G durch einen Fehler entstellt, welcher in der Nichtberücksichtigung einer Constructions-Eigenthümlichkeit der Siemens'schen Stöpselrheostaten seinen Grund hatte.

Von mir hierauf hingewiesen, hat Wild diesen Fehler beseitigt und verbessert sein Resultat an der zweiten angeführten Stelle in

$$1\ Ohm = 1{,}06027 \text{ Siemens-Einheiten.}$$

Hieran ist indessen noch eine weitere Reduction anzubringen.

Um die Veränderung des magnetischen Moments durch die Horizontalcomponente des Erdmagnetismus bei den Dämpfungs- und Schwingungsbeobachtungen zu vermeiden, hatte Wild den Magnet unter Benutzung einer Bifilaraufhängung senkrecht zu dem magnetischen Meridian gestellt.

Eine genauere Untersuchung ergab mir[3]) aber das im ersten Augenblick befremdende Resultat, dass diese Anordnung ihren Zweck nicht erreicht, vielmehr der Einfluss des inducirten Längs- und Quermomentes merklich derselbe ist, wie bei der gewöhnlichen Unifilaraufhängung. Nach Formel 20) meiner eben erwähnten Arbeit ist das Resultat von Wild zu dividiren durch

$$1 - \frac{(\gamma - \alpha)\,H}{M}\, tg\, z,$$

wo: H die Horizontalintensität, M das Moment des Magnets bei Abwesenheit äusserer Einwirkung, γ und α das durch die magnetisirende Kraft 1 inducirte Längs- und Quermoment, z der Winkel zwischen den Verticalebenen durch die oberen und die unteren Enden der Fäden des Bifilars.

---

[1]) Dorn, Wied. Ann. **36**, S. 64 (1889).

[2]) Wild, Mém. de l'Ac. des Sc. St. Pétersbourg, **32**, No. 2; und Wied. Ann. **23**, S. 665 (1884).

[3]) Dorn, Wied. Ann. **35**, S 270. (1888).

Auf meine Bitte hat Wild durch Herrn Dr. Leyst den Inductionscoefficienten des von ihm benutzten Magnets bestimmen lassen. Er giebt an

$$M = 2{,}936 \,.\, 10^6, \quad \nu = \gamma / M = 0{,}0008992.$$

Sehe ich von der — für den vorliegenden Magnet nicht experimentell ermittelten — Quermagnetisirung zunächst ab, so ist, da im Mittel $z = 46^\circ\, 1'$ (Wild, S. 111), der Divisor

$$1 - \frac{\gamma H}{M} \, tg\, z = 0{,}998445,$$

und es folgt

$$1\, Ohm = \frac{1{,}06027}{0{,}998445} = 1{,}06192\, m\, Hg \text{ (Siemens \& Halske 1882/85).}$$

Wollte ich den Coefficienten der Quermagnetisirung α im Anschluss an meine Bestimmungen[1]) etwa auf $^1/_{10}\, \gamma$ schätzen, so würde sich ergeben:

$$1 - \frac{(\gamma - \alpha H)}{M} \, tg\, z = 1 - 0{,}00140,$$

und

$$1\, Ohm = \frac{1{,}06027}{1 - 0{,}00140} = 1{,}06176\, m\, Hg \text{ (Siemens \& Halske 1882/85).}$$

Anderweitige kleine Incorrectheiten (z. B. fehlt bei Wild in Formel 46' S. 22 der merkliche Einfluss einer Declinationsänderung, ferner ist die Quermagnetisirung des Hilfsmagnets nicht berücksichtigt) dürften auf das Endresultat keine merkliche Einwirkung haben.

Dagegen muss der sehr erhebliche Eisengehalt des Multiplicators, welcher das Endresultat um mehr als 0,4 Procent beeinflusst, Bedenken erregen, besonders da eine Theorie seiner Einwirkung auf das logarithmische Decrement bei geschlossenem und geöffnetem Multiplicator nicht entwickelt ist.

Insbesondere kommt hierbei die von Warburg[2]) entdeckte, gegenwärtig als „Hysteresis" bezeichnete Erscheinung in Betracht.

Nach den Untersuchungen von Himstedt[3]) nimmt bei Eisendämpfung das logarithmische Decrement mit abnehmendem Bogen ebenfalls ab.

Der Eisengehalt wird also bewirken, dass bei den Dämpfungsbeobachtungen mit geschlossenem Multiplicator der grosse Bogen verhältnissmässig stärker herabgesetzt wird, als der kleine, also das logarithmische Decrement zu klein ausfallen muss. Für die Luftdämpfung, wo die Bogen langsam abnehmen, tritt dieser Einfluss weniger hervor. Der Werth des Ohm als *Hg*-Säule würde hiernach zu klein ausfallen.

---

[1]) Dorn, Wied. Ann. **35**, S. 275. (1888).

[2]) Warburg, Wied. Ann. **13**, S. 141. (1881).

[3]) Himstedt, Wied. Ann. **14**, S. 483. (1881).

b. F. Kohlrausch 1888.[1])

Diese Untersuchung ist mit ausserordentlicher Sorgfalt und unter Aufwendung grosser Hilfsmittel angestellt.

Die Multiplicatoren sind aus eisenfreiem Kupferdraht[2]) gefertigt und übten nach Fertigstellung einen minimalen diamagnetischen Localeinfluss aus ($^1/_{20000}$); die magnetischen Instrumentaleinflüsse der sonst benutzten Magnetometer waren direct bestimmt und überschritten kaum $^1/_{2000}$.

Der Widerstand des Galvanometerkreises wurde durch Vermittelung von Neusilberrollen stets direct auf die Quecksilbernormalröhren bezogen; das Verhältniss der Widerstände der Stromverzweigung wurde mit Hilfe einer sinnreichen Anordnung jedesmal unmittelbar genau ermittelt.

Die Beobachtungen zerfallen in zwei Hauptgruppen.

Bei der ersten wurde eine Tangentenbussole mit einem Kupferreif benutzt, bei der zweiten eine grosse Tangentenbussole von etwa 160 *cm* Durchmesser, welche den Multiplicatorrahmen umgab, so dass eine sehr directe Bestimmung der Galvanometerconstante ermöglicht war. Auch wurde zur Erleichterung der Widerstandsvergleichung das Galvanometer bifilar gewickelt.

Die Resultate der beiden Reihen sind

1886: 1 *Ohm* = 1,06405 *m Hg* (Kohlrausch),
1887: 1 *Ohm* = 1,06274 *m Hg* (Kohlrausch).

Es fragt sich nun, welches der Grund der sehr auffälligen Differenz ist.

Kohlrausch selbst hebt als mögliche Ursachen hervor (a. a. O. S. 733) die Fehler in der Multiplicatorfunction, im Polabstand, den magnetischen Localeinflüssen und den Dämpfungsbeobachtungen. Er ist nach einer brieflichen Mittheilung geneigt, den Fehler hauptsächlich in der Schwierigkeit der Bestimmung der Multiplicatorfunction bei seiner ersten Versuchsanordnung zu suchen.

Ich halte diese Erklärung nicht für wahrscheinlich, da eine experimentelle Vergleichung der beiden zur Tangentenbussole gebrauchten Stromkreise (Kohlrausch S. 690 ff.) Identität mit der Rechnung nach den Dimensionen gab.

S. 719 kritisirt Kohlrausch aber auch die Dämpfungsbeobachtungen der ersten Gruppe, und hier scheint mir in der That der wesentliche Grund der Abweichungen zu liegen.

Am 3., 6., 10. Februar 1886 betrug die Schwingungsdauer nur 8,2 *sec.*, so dass die Ablesung der Umkehrpunkte kaum mit der erforderlichen Genauigkeit möglich war. Ferner waren die letzten Bogen (42—45 Scalentheile)

[1]) F. Kohlrausch, Abh. der bayr. Acad. d. W. 16. (1888).
[2]) Derselbe war unter meiner Aufsicht hergestellt.

zu klein, und ein geringer Beobachtungsfehler gewinnt einen grossen Einfluss auf das logarithmische Decrement.

Dass eine Fehlerquelle bei den Dämpfungsbeobachtungen vorlag, — sei es eine Störung in den Instrumenten oder nach Kohlrausch's Meinung eine Neigung des Beobachters zur Wiederholung desselben Ablesefehlers — geht daraus hervor, dass nach Anbringung der Schering'schen Reduction[1]) auf ∞ kleine Amplituden die reducirten logarithmischen Decremente mit abnehmender Amplitude wachsen.

Für die Beobachtungen vom 12., 13., 14. August 1886 wurde die Schwingungsdauer durch Zusatzgewichte auf 13,6 sec. gebracht. Trotzdem blieb die Differenz der reducirten logarithmischen Decremente bestehen, und zwar besonders am 12. August.

Im Jahre 1887 (der Multiplicator war inzwischen neu gewickelt) ist diese Anomalie verschwunden.

Kohlrausch legt in seiner Abhandlung der zweiten Reihe das doppelte Gewicht bei und giebt als Endwerth

$$1\ Ohm = 1{,}0632\ m\ Hg \text{ (Kohlrausch).}$$

Lässt man die mit Benutzung des kleinsten Bogens erhaltenen logarithmischen Decremente fort, so werden die Resultate von 1886:[2])

Febr. 3	Febr. 6	Febr. 10	Aug. 12	Aug. 13	Aug. 14
1,0632	1,0642	1,0639	1,0638	1,0641	1,0637

Mittel 1,06382,

während für 1887 keine merkliche Aenderung sich ergiebt (um —0,00004).

Das ebenso wie oben berechnete Hauptmittel wäre dann

$$1\ Ohm = 1{,}06307\ m\ Hg \text{ (Kohlrausch).}$$

Da bei der zweiten Reihe (1887) ein erheblich vortheilhafteres Verfahren zur Lösung des schwierigsten Theils der Aufgabe, der Bestimmung der Galvanometerfunction, eingeschlagen ist, ferner ein Bedenken gegen die Dämpfungsbeobachtungen hier nicht vorliegt, so wäre ich geneigt, die erste Reihe ganz zu unterdrücken, wogegen Kohlrausch selbst keinen Einwand erhebt.

Da nun nach S. 281

$$1\ m\ Hg \text{ (Kohlrausch)} = \dagger(1 - 0{,}000032)\ m\ Hg \text{ (Kohlrausch-}D\text{),}$$

so folgt 1 *Ohm* =

$$\left.\begin{array}{ll} \text{aus dem Endwerthe der Abhandlung:} & \dagger\ 1{,}06315 \\ \text{bei Fortlassung der kleinsten Bogen:} & \dagger\ 1{,}06304 \\ \text{aus der zweiten Reihe allein:} & \dagger\ 1{,}06271 \end{array}\right\}\ m\ Hg \text{ (Kohlrausch-}D\text{).}$$

[1]) Die Richtigkeit der Rechnung habe ich controlirt.

[2]) Mittheilung von Kohlrausch.

Schliesslich will ich noch erwähnen, dass ich keine Correction habe auffinden können, die Kohlrausch bei der Berechnung seiner absoluten Widerstandsmessung übersehen hätte.

c. Dorn 1889.[1])

Auch bei meiner Untersuchung habe ich nachträglich keine Reduction mehr entdeckt, die noch anzubringen gewesen wäre.

Im Einzelnen möchte ich noch folgende Punkte hervorheben.

Bevor ich die Construction der Apparate begann, stellte ich Versuche über die Verarbeitung des Kupfers an, in deren Verlauf es mir gelang, unmagnetischen Guss und Draht zu erhalten. Dieser ist für den Multiplicator verwendet, welcher sich nach Vollendung schwach diamagnetisch zeigte. Auch sonst habe ich der Ausschliessung bez. Bestimmung magnetischer Localeinflüsse die eingehendste Sorgfalt zugewendet.

Für den benutzten Magnet ist der Coefficient für das inducirte Längs- und Quermoment bestimmt. Der Magnet zeichnete sich durch Constanz seines Momentes aus (dasselbe änderte sich im Laufe eines halben Jahres kaum um $\pm {}^1/_{5000}$; vgl. S. 442) und besass einen niedrigen Temperaturcoefficienten (0,000281).

Der Durchmesser der Tangentenbussole (rund 50 *cm*) wurde nach verschiedenen Methoden bis auf $\pm 0{,}006$ *mm* übereinstimmend gefunden.

Die Abhängigkeit der Multiplicatorfunction von der Ablenkung wurde nach drei Methoden untersucht (a. a. O. S. 62).

Die Hauptbeobachtungen zerfallen in drei Reihen: Sommer 1885, Herbst 1885, Winter 1885/86.

Während der Hauptbeobachtungen wurde von Gehilfen die Aenderung der magnetischen Declination und der Horizontalintensität verfolgt.

Da innerhalb jeder Reihe die Stände des Intensitätsvariometers vergleichbar waren, so konnten die einzelnen beobachteten Grössen (Schwingungsdauer u. s. w.) auf Normalwerthe der Horizontalintensität (und der Temperatur) reducirt und so ein Urtheil über die Güte der Beobachtungen gewonnen werden.

In Theilen des Ganzen betrug die mittlere Abweichung für

die Dämpfung (a. a. O. S. 431) : 0,0001
die Galvanometerfunction (a. a. O. S. 434) : 0,00013
die Schwingungsdauer (a. a. O. S. 436) : 0,00009

das Verhältniss „Magnetisches Moment/Horizontalintensität" (a. a. O. S. 439)

Sommer:[2]) 0,0003, Herbst: 0,0001, Winter: 0,00015.

[1]) Dorn, Wied. Ann. 36, S. 22. (1889).
[2]) Die Sommerbeobachtungen erstreckten sich fast über zwei Monate.

Ueber die Beziehung auf Quecksilberwiderstände ist das Erforderliche bereits S. 281 mitgetheilt.

Die Mittelwerthe der 3 Reihen sind zufällig fast identisch, das Hauptmittel ist

$$1\ Ohm = 1{,}06243\ m\ Hg\ \text{(Kohlrausch)},$$

woraus (vgl. S. 281)

$$1\ Ohm = \dagger\ 1{,}06245\ m\ Hg\ \text{(Kohlrausch-}D\text{)}.$$

d. Sonstige Messungen.

Absolute Widerstandsmessungen nach der Dämpfungsmethode, deren Resultate gegenwärtig noch in Betracht kämen, sind mir ausser den erwähnten nicht bekannt.

Die Messungen von H. F. Weber, Zürich 1877, I, sind mit viel zu schwacher Dämpfung angestellt (logarithmisches Decrement 0,0296 bis 0,0161).

Die Untersuchungen von Baille, Ann. télegr. 1884, unterliegen erheblichen Bedenken in experimenteller wie in theoretischer Hinsicht.

Meine eigene ältere Arbeit, Wied. Ann. 17, 1882, hat eine ungünstige Anordnung der magnetischen Hilfsmessungen. Ausserdem sind die Widerstände 1881 in Berlin im Laboratorium von Siemens vor der Reconstruction der Quecksilbereinheit mit Rollen verglichen worden, deren Werth sich nachträglich nicht mehr auf Quecksilber beziehen lässt. Wahrscheinlich aber hatten die Rollen einen höheren Widerstand, als angenommen wurde.

Die Untersuchung von Zahrada (Brünn 1886/87) ist nach einer unvortheilhaften Methode unter ungünstigen Umständen ausgeführt.

Auch auf die ältere Arbeit von F. Kohlrausch (Pogg. Ann. Ergbd. 6, S. 1, 1874), welche eine verwandte Methode (Weber II) benutzt, wird man trotz der Berichtigung (Göttinger Nachr. 1882) gegenwärtig wohl kaum mehr zurückgreifen.

2. Weber's Methode I

(Messung der durch Drehung eines Erdinductors inducirten Ströme mit einem Galvanometer grosser Dimensionen).

W. Weber und Zöllner[1]) haben zur Ausführung dieser Methode grosse Apparate herstellen lassen und vorläufige Versuche gemacht; die definitiven Beobachtungen sind nach einem theilweisen Umbau der Apparate von G. Wiedemann ausgeführt und in zwei Bearbeitungen[2]) veröffentlicht.

Der absolut gemessene Widerstand des aus Inductor und Galvanometer bestehenden Stromkreises ergiebt sich nach der Formel[3]):

---

[1]) W. Weber und Zöllner, Berichte der Sächs. Ges. d. W. (1880).
[2]) G. Wiedemann, Abh. der Berl. Acad. (1884), und Wied. Ann. 42, S. 227. (1891).
[3]) Ich wähle diese, von Wiedemann etwas abweichende Darstellung.

$$W = 2\,\pi^2 \frac{H_i}{H_g} \frac{F G_0 \beta}{T_g^2 (1 + \zeta)\, \gamma} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 4)$$

wo:

H_i, H_g die Horizontalintensität am Orte des Inductors und Galvanometers,

F die Windungsfläche des Erdinductors,

G_0 die Intensität des Magnetfeldes, welches das vom Strom 1 durchflossene Galvanometer in seiner Mitte erzeugen würde,

β ein durch die Nadellänge bedingter Correctionsfactor,

T_g die Schwingungsdauer des Magnets am Orte des Galvanometers,

ζ das Torsionsverhältniss des Magnets,

γ die Winkelgeschwindigkeit, welche dem Galvanometermagnet durch einmaliges Umschlagen des Erdinductors ertheilt wird (genauer: ertheilt werden würde, wenn der ganze Inductionsstoss den Magnet in seiner Ruhelage träfe).

Zur Bestimmung von γ wurde ein Multiplicationsverfahren benutzt. Der Magnet wurde beruhigt, dann der Erdinductor durch 180° gedreht, die Elongation x_0 abgelesen, beim Passiren der Ruhelage der Erdinductor zurückgedreht, die Elongation x_1 beobachtet u. s. f., bis die Ausschläge zu gross wurden, um an der Scala noch beobachtet werden zu können.

Wird der Bogen $\pm(x_n - x_{n+1})$ mit s_n bezeichnet, und ist λ das natürliche logarithmische Decrement, so ist (abgesehen von einer später zu erörternden Correction)

$$\gamma = \frac{\pi}{T_g} e^{\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{\lambda}} \cdot \frac{s_n - x_0\left(e^{-n\lambda} + e^{-(n+1)\lambda}\right)}{\left\{2 - \frac{\left[e^{-n\lambda} + e^{-(n+1)\lambda}\right]}{1 - e^{-\lambda}}\right\}} \quad \ldots\ldots \quad 5)$$

H_i / H_g wurde mit Hilfe eines Localvariometers von Kohlrausch bestimmt, und ausserdem die Schwingungsdauer T_i am Orte des Erdinductors ermittelt. Wenn die erforderlichen Reductionen wegen der zeitlichen Variation der Horizontalcomponente angebracht sind, hat man $H_i / H_g = T_g^2 / T_i^2$.

Wegen der grossen Masse konnte der Erdinductor nicht in verschwindend kurzer Zeit umgelegt werden, sondern es waren dazu etwa 2 Secunden erforderlich.

Dieser Umstand macht die Anbringung einer Correction nöthig, deren Theorie ich entwickelt habe[1]).

Wiedemann nimmt nun zwar auf meine Untersuchung Bezug[2]), aber in der Anwendung meiner Formeln hat sich ein Missverständniss eingeschlichen.

Durch Berechnung zweier Beobachtungsreihen von W. (I b³ und II b²) habe ich mich überzeugt, dass die Correction von einer anderen Grössen-

[1]) Dorn, Wied. Ann. **17**, S. 654. (1882).

[2]) G. Wiedemann, Wied. Ann. **42**, S. 432 (1891).

ordnung ist und einen andern Gang für die successiven Bogen einer Reihe hat, als in den von Wiedemann mitgetheilten Beispielen[1]).

Der Werth beträgt thatsächlich rund $^1/_{700}$ und steigt für die späteren Bogen an, während Wiedemann's Zahlen von $^1/_{2500}$—$^1/_{6000}$ abnehmen.

Hiermit hängen weitere Differenzen in der Folge zusammen.

Vermuthlich wird die Anwendung der richtigen Berechnungsweise einen grösseren Werth der Winkelgeschwindigkeit ergeben, was nach 4) einer Vergrösserung des absoluten Widerstandes und weiter einer Verkleinerung der Quecksilbersäule für das Ohm entspräche.

Im entgegengesetzten Sinne wirkt aber die Berichtigung eines andern Irrthums.

Der von Wiedemann zu Grunde gelegte Polabstand des Magnets 41,48 *mm*, woraus Wiedemann

$$\beta = 1{,}001042$$

ableitet, scheint viel zu klein zu sein. Ich folgere aus den Angaben S. 252 den Polabstand 57,1 *mm* und berechne damit nach einer genaueren Formel

$$\beta = 1{,}00216.$$

Ich habe diese und andere Punkte Wiedemann mitgetheilt, der sich in Folge dessen zu einer vollständigen Neubearbeitung seiner Beobachtungen entschlossen hat. Es wird daher nicht nöthig sein, weitere Bedenken geringerer Bedeutung, denen hierbei Rechnung getragen werden kann, zu erörtern.

[Die beabsichtigte Neuberechnung ist von Herrn Arnold Peter inzwischen ausgeführt worden[2]).

Peter erhält den Polabstand zu 57,688 *mm* und damit

$$\beta = 1{,}00220.$$

Bei der Berechnung der Hauptbeobachtungen ist zunächst für die erste Elongation x_0 der beobachtete Werth beibehalten worden.

Unter Benutzung aller Bogen x_n ergeben sodann die vier Beobachtungsreihen:

1,06168 1,06393 1,06027 1,06616

Mittel: 1 *Ohm* = 1,06301 S.-E.;

unter Fortlassung der ersten beiden Bogen:

1,06147 1,06330 1,06057 1,06460

Mittel: 1 *Ohm* = 1,06249 S.-E.

[1]) Ich verzichte an dieser Stelle auf eine ausführliche Darstellung der richtigen Berechnungsweise.

[2]) Sitzungsberichte der K. Sächs. Ges. d. W. 4. Juni 1894.

Weiter hat Peter auch noch die Methode der kleinsten Quadrate angewendet, indem er als gesuchte Grössen die erste Elongation x_0 und die Winkelgeschwindigkeit γ betrachtete.

Hierdurch wurde eine weit bessere Uebereinstimmung der vier Reihen untereinander erzielt, indem erhalten wurde

1,06166 1,06265 1,06124 1,06156

Mittel: 1 *Ohm* = 1,06178 S.-E.

Indessen giebt Peter dem direct berechneten Werth 1,06249 den Vorzug auf Grund folgender Erwägungen: „Läge ein kleiner Irrthum über die Dauer des Umlegens des Erdinductors vor, so würde in Folge davon die berechnete Anfangselongation mit einem systematischen, in allen Beobachtungsreihen nahezu gleichen Fehler behaftet sein. Zudem wächst ja die Unsicherheit, wenn man statt einer Unbekannten aus denselben Gleichungen zwei bestimmen will."

Immerhin bleibt aber eine ziemlich grosse Unsicherheit über das Ergebniss der Beobachtungen.]

3. Methode von Lorenz.

Lorenz selbst[1]) bezeichnet als den wesentlichen Vorzug seiner Methode, dass bei derselben Stromschwankungen nicht vorkommen, sondern die Verhältnisse stationär bleiben.

Gegenwärtig wird man auf diesen Umstand wohl kaum mehr erhebliches Gewicht legen, und auch Lorenz selbst spricht sich später[2]) in diesem Sinne aus.

Indessen besitzt die Methode auch abgesehen davon genug Vorzüge, so dass Rayleigh[3]) sie geradezu für die beste zum Zweck der *Ohm*-Bestimmung erklärt, welchem Urtheil ich nicht ohne Weiteres beipflichten kann, da die Methode doch auch einige erhebliche Schwierigkeiten mit sich bringt.

Ist R der absolut gemessene Widerstand zwischen denjenigen Punkten des Stammstroms, an welchen die Abzweigung erfolgt, n die Umdrehungszahl der Scheibe, M der Coefficient der Induction zwischen der primären Rolle und dem Scheibenumfang, so ist

$$R = nM,$$

falls die Potentialdifferenz der beiden Punkte des Stammstroms gerade durch die zwischen Centrum und Peripherie der Scheibe äquilibrirt wird

[1]) Lorenz, Pogg. Ann. **149**, S. 251. (1873).
[2]) Lorenz, Wied. Ann. **25**, S. 1. (1885) (s. insbes. S. 30).
[3]) Rayleigh, Phil. Mag. (V). **14**, S. 346. (1882).

a. Lorenz.[1])

Die ältere Arbeit von Lorenz besitzt gegenwärtig wohl nur noch insofern Bedeutung, als dort die Methode auseinandergesetzt und erprobt ist. Die Bestimmung der Umdrehungsgeschwindigkeit ist nach der eigenen Angabe von Lorenz (a. a. O. S. 254) nur auf $^1/_{500}$ genau; das Galvanometer war nicht besonders empfindlich, und endlich waren die Verhältnisse des Radius der Scheibe und des mittleren Radius der Rolle derart, dass ein kleiner Fehler des letzteren auf den Inductionscoefficienten einen erheblichen Einfluss hat.

Durch Ausrechnung habe ich mich überzeugt, dass (bei Benutzung beider Abtheilungen der Rolle) eine Vergrösserung des etwa 118 *mm* betragenden mittleren Rollenradius um 0,1 *mm* den Inductionscoefficienten um mehr als $^1/_{500}$ sinken lässt.

Bei kathetometrischer Ausmessung der Dimensionen, wie Lorenz sie ausgeführt hat, ist es wahrscheinlich, dass man den mittleren Radius etwas zu gross findet; man erhält also M und auch R zu klein, d. h. eine zu grosse Länge für das *Ohm* als Quecksilbersäule.

Demnach ist wahrscheinlich das Resultat der ersten Arbeit

$$1\ Ohm = \frac{1}{0,9337} = 1,0710\ m\ Hg$$

zu gross.

Die zweite Untersuchung ist mit sehr viel grösseren Hilfsmitteln ausgeführt.

Die primäre Rolle war in der Weise hergestellt, dass ein 7-aderiges Kabel in einer Lage auf einen Messingcylinder in eine vorher eingeschnittene Schraubenlinie aufgewunden war. Die 472 Windungen nahmen eine Länge von 99,87 *cm* ein und besassen einen Radius von 16,65 *cm*.

Dass der Inductionscoefficient richtig berechnet ist, habe ich mit Benutzung einer von Max L. Weber (Diss. Leipzig) gegebenen Formel controlirt.

Die Berechnungsweise von Lorenz, wie die von Max L. Weber setzt voraus, dass man für das Solenoid, dessen Windungen etwa 2 *mm* Abstand hatten, eine gleichmässige Vertheilung des Stromes auf der Cylinderfläche substituiren kann.

Da der Scheibenumfang nur etwa 1,7 *cm* von den Drahtwindungen absteht, könnte die Berechtigung obiger Ersetzung in Zweifel gezogen werden.

Durch Vergleichung des Potentiales eines Kreisstromes auf eine coaxiale Spiralwindung der Höhe h mit dem Potential auf einen Cylinderring der Breite h von gleichem Radius (bei gleichem mittlerem Abstande) habe ich

[1]) Lorenz, Pogg. Ann. **149**, S. 251. (1873), und Wied. Ann. **25**, S. 1. (1885).

mich aber überzeugt, dass die Differenz erst in Termen der Ordnung $(h/A)^4$ beginnt, wo A den Radius des Cylinders bedeutet, auf den die Spirale aufgewickelt ist. Die Ersetzung ist also gestattet.

Indessen bestehen gegen die Verwendung langer Solenoide für genauere Messungen erhebliche Bedenken, welche von Rayleigh[1]) in einer Kritik der Ohmbestimmung von Himstedt hervorgehoben sind.

Es wird ein genau gleicher Abstand sämmtlicher Windungen vorausgesetzt; Abweichungen, welche bei der Herstellung kaum zu vermeiden und nachträglich schwer festzustellen sind, üben einen merklichen Einfluss auf den Inductionscoefficienten aus.

Um von dem Betrage des hieraus möglichenfalls entstehenden Fehlers eine Vorstellung zu gewinnen, habe ich zum Vergleich den Inductionscoefficienten M' für den Fall berechnet, dass auf den mittleren 10 *cm* nicht, wie Lorenz annimmt, 47,2614 Umgänge, sondern $^1/_5$ Procent mehr, also 47,3559 vorhanden gewesen wären, und der Rest sich auf die beiden Enden des Cylinders ebenfalls gleichmässig vertheilt hätte. (Gesammtlänge und Gesammtzahl der Windungen sind also festgehalten.)

Wird mit M der Inductionscoefficient bei gleichmässiger Wickelung über die ganze Länge bezeichnet, so ergab sich

$$\frac{M' - M}{M} = 0{,}000712.$$

Lorenz giebt nun zwar an, er habe je 50 Umgänge der in den Messingcylinder geschnittenen Schraubenlinie ausgemessen und dabei keinen Fehler entdecken können (a. a. O. S. 16), doch scheinen mir dadurch für die Windungen selbst Fehler sogar von höherem Betrage, als oben angenommen wurde,[2]) nicht ausgeschlossen.

Das schwerste Bedenken gegen die Arbeit von Lorenz liegt aber in der ungenügenden Isolation der einzelnen Theile der ganzen Anordnung.

Von den 7 Adern des Kabels, welches den primären Stromkreis bildete, mussten 2 ganz ausgeschlossen werden, und die übrigen zeigten gegeneinander und gegen den Messingcylinder Isolationswiderstände, welche bis 500000 Siemens-Einheiten herabstiegen. (a. a. O. S. 26.)

Lorenz bezeichnet diese Isolation als genügend, doch scheint mir dies sehr zweifelhaft. Da der Widerstand einer Kabelader ca. 37 Siemens-Einheiten beträgt, so könnte bei ungünstiger Lage des Isolirfehlers $^{37}/_{500000} = 0{,}000074$ des Stammstromes verloren gehen; wiederholt sich dieser Verlust fünfmal, so kommt schon 0,00037 heraus. Bedenkt man, dass nur der Isolationswiderstand einer Ader gegen die andere (bez. gegen den Messingcylinder) gemessen

[1]) Rayleigh, Phil. Mag. (V) **21**, S. 10. 1886.
[2]) D. h. 0,1 *mm* auf 50 *mm*.

wurde, während jede Ader mit jeder anderen Strom austauschen kann, so erscheint selbst ein noch höherer Fehler nicht ausgeschlossen. Uebrigens würde voraussichtlich dieser Einfluss (welcher den Werth des *Ohm* zu klein macht) bei Hintereinanderschaltung der Adern (Versuche mit der Messingscheibe) sich stärker geltend machen, als bei Parallelschaltung (Kupferscheibe), und in der That weichen die Resultate in diesem Sinne von einander ab.

Noch bedenklicher erscheint ein Isolationsfehler zwischen der primären und secundären Leitung, da Theile der primären Leitung ein hohes Potential besitzen, und die ganze inducirte elektromotorische Kraft sehr gering ist ($7 \cdot 10^{-4}$ *Volt*). Lorenz selbst bespricht diesen Punkt S. 24 ff. und zeigt, dass durch Combination zweier Versuche mit entgegengesetzter Richtung der Rotation dieser Fehler sich eliminiren lässt. Die Anordnung des Apparates war eine derartige, dass man einen directen Uebergang des primären Stromes in die secundäre Leitung voraussehen konnte. Zwischen die Schleiffeder und den Messingcylinder war nämlich ein Stück Filz gedrückt; dass der Messingcylinder seinerseits mangelhaft gegen den primären Strom isolirt war, ist oben bereits erwähnt.

Die Art der Führung der vielfachen elektrischen Leitungen (für den primären Strom, den Elektromotor, den Chronographen) ist nicht näher angegeben; es ist sehr wohl eine Beeinflussung der secundären Leitung denkbar, welche bei Umkehr der Rotationsrichtung nicht ihr Zeichen wechselt. Um die Rotationsrichtung umzukehren, muss der Strom in einem Theile des Elektromotors (Anker oder Magnetspulen) gewendet werden; und ein Stromübergang von diesem Theil zum secundären Kreise würde natürlich bei beiden Rotationsrichtungen in gleichem Sinne wirken.

Auch ein „Erdschluss" der secundären Leitung würde wohl nicht compensirt werden.

Von anderer Seite ist gegen Lorenz eingewendet worden, dass in den weiten Quecksilberröhren von 2—3 *cm* Durchmesser der elektrische Strom nicht genau parallel der Axe verlaufe, so dass die Berechnung der Potentialdifferenz an den Abzweigungsstellen unsicher werde.

Lorenz selbst hat in seiner ersten Arbeit (S. 263) Versuche angestellt, bei denen er mehr und mehr Quecksilber über der oberen Abzweigungsstelle herausnahm, so dass der Zuleitungsdraht derselben immer näher rückte. Es zeigte sich kein Unterschied bis zu sehr grosser Annäherung (auf 1 *mm*!), dann aber war „die elektromotorische Kraft des abgeleiteten Stromes geringer geworden".[1])

[1]) Eine directe Ueberlegung macht das entgegengesetzte Verhalten wahrscheinlich.

Wenn also diese Fehlerquelle merklich war, musste schon eine zu kleine Umdrehungsgeschwindigkeit zur Compensation genügen, d. h. das *Ohm* als Quecksilbersäule zu gross ausfallen, während das Endresultat von Lorenz (1 *Ohm* = 1,0593 *m Hg*) im entgegengesetzten Sinne vom wahrscheinlich richtigen Werthe abweicht.

Ueber gewisse magnetische Verhältnisse wäre nähere Auskunft zur Beurtheilung der Zuverlässigkeit des Resultates sehr erwünscht gewesen.

Der Elektromotor, mit dessen Anker die rotirende Scheibe gekuppelt war, befand sich nur in etwa 4,8 *m* Entfernung von der Scheibe. Wenn nun auch durch das Commutiren des Batteriestroms in dem Solenoid ein magnetischer Localeinfluss ziemlich eliminirt wird, so wäre eine Kenntniss desselben doch werthvoll.

Dass eine Magnetisirbarkeit des langen Messingcylinders und der Scheibe einen Einfluss besitzt, hebt Lorenz[1]) selbst hervor, doch habe ich in seiner Ohmbestimmung nicht erwähnt gefunden, dass er seine Materialien in dieser Hinsicht untersucht habe.

Im Folgenden will ich wenigstens eine rohe Schätzung des möglichen Fehlers zu gewinnen suchen.

In erster Annäherung werde die magnetisirende Kraft des Solenoids überall in seinem Innern constant = $\mathfrak{H}$ angenommen. Der homogen vorausgesetzte Messingcylinder wird sodann nahezu homogen magnetisirt werden, so dass sein Magnetismus durch eine Flächenbelegung $\pm k\,\mathfrak{H}$ der Endquerschnitte q ersetzt werden kann.

Da ferner das Solenoid ziemlich lang ist (106,8 *cm*), so denke ich mir diese magnetische Belegung in 2 Punkten der Axe concentrirt, so dass der Betrag der Schwächung des Magnetfeldes in der Mitte wäre:

$$\frac{2qk\mathfrak{H}}{\left(\frac{l}{2}\right)^2} = \frac{8qk\mathfrak{H}}{l^2};$$

somit ist seine Intensität statt $\mathfrak{H}$ nur:

$$\mathfrak{H}\left[1 - \frac{8qk}{l^2}\right].$$

q beträgt $\pi[16{,}65^2 - 16{,}10^2] = 56{,}6$ *qcm*, woher sich

$$\mathfrak{H}\,[1 - 0{,}04\,k]$$

ergiebt.

k beträgt für Eisen nach Thalén[2]) 32; wäre bei Vertheilung des Eisens k einfach dem Procentgehalt proportional, so wäre für $^1/_{10}$ Procent Eisengehalt im Messing $k = {}^{32}/_{1000} = 0{,}032$, und $0{,}04\,k$ immer noch $= 0{,}00128$, d. h. etwa $^1/_{1000}$.

[1]) Lorenz, Journal de physique (II) 1, S. 477. (1882).

[2]) Vgl. Maxwell, El. and Magn. 2, § 430.

Hieraus geht hervor, dass eine Prüfung des Materials denn doch angezeigt gewesen wäre.[1])

Es ist leicht ersichtlich, dass diese Fehlerquelle das *Ohm* als Quecksilbersäule zu **klein** erscheinen lässt.

Im entgegengesetzten Sinne wirkt eine **Magnetisirbarkeit der Scheibe.**

[Hier ist ein unzutreffender Satz des ersten Abdrucks gestrichen.]

Die Temperatur des Quecksilbers war bei Lorenz im Mittel 18°,09. Er rechnet mit dem Temperaturcoefficienten 0,00090; wendet man die Formel b) S. 275 an, so geht das Endresultat über in

$$1\ Ohm = 1{,}05914\ m\ Hg\ \text{(Lorenz}-D).$$

Besonders wegen der mangelhaften Isolation bin ich nicht geneigt, das Ergebniss der Versuche von Lorenz für sehr sicher zu halten.

b. Rayleigh und Sidgwick 1883.[2])

Der primäre Strom durchlief zwei von Prof. Chrystal gewundene Rollen mit nahezu quadratischem Windungsquerschnitt, deren mittlerer Radius (A) 25,760 *cm* betrug.

Der Durchmesser der messingenen Scheibe war $2a = 31{,}072$ *cm*; er war nicht grösser gewählt, weil sonst ein Fehler im Rollendurchmesser auf den Inductionscoefficienten einen zu bedeutenden Einfluss gewinnt. Zu bedauern ist, dass der Scheibenrand erst nachträglich genau untersucht wurde (a. a. O. S. 306), wobei sich derselbe merklich **konisch** zeigte (Durchmesser oben 310,80 *mm*, unten 310,58 *mm*). Indessen schätzt Rayleigh den dieserhalb möglichen Fehler auf höchstens $^1/_{5000}$.

In den ersten beiden Beobachtungsreihen waren die Rollen nahe aneinander, indem nur Glasstückchen zwischen die Messingrahmen derselben gelegt waren.

Der Einfluss eines Fehlers im Radius der Rolle und der Scheibe auf den Inductionscoefficienten ist hier (a. a. O. S. 303):

$$\frac{dM}{M} = -1{,}4\frac{dA}{A} + 2{,}4\frac{da}{a}.$$

Dieselben Rollen waren von Rayleigh und Glazebrook zu Ohmbestimmungen nach anderen Methoden benutzt, wo ein Fehler in A einen entgegengesetzten Einfluss auf das Resultat gehabt hätte. Die gute Uebereinstimmung macht wahrscheinlich, dass A nahe richtig war.

---

[1]) Ich habe kürzlich die Magnetisirbarkeit von einigen Proben käuflichen Messingblechs wenigstens der Grössenordnung nach ermittelt. Ich erhielt

$$k = 0{,}00001, \quad 0{,}00004, \quad 0{,}00006$$

[Man kann sich aber nicht darauf verlassen, dass die Beimengung von Eisen so gering ist.]

[2]) Rayleigh und Sidgwick, Phil. Trans. 174, S. 295. (1883).

Um von einem Irrthum über A merklich unabhängig zu werden, brachte Rayleigh für die dritte Versuchsreihe die beiden Rollen in eine solche Entfernung von einander, dass der Inductionscoefficient nicht wesentlich von A beeinflusst wurde. Hier war

$$\frac{dM}{M} = +0{,}12 \frac{dA}{A} - 0{,}96 \frac{db}{b} + 1{,}8 \frac{da}{a},$$

wo b die Entfernung der Mittelebenen der Rollen (b = 15,3472) bedeutet.

Eine genaue Ermittelung von b wurde dadurch ermöglicht, dass die Versuche wiederholt wurden, nachdem jede der Rollen gewendet war. Es ist leicht ersichtlich, dass so die Folge einer ungleichmässigen Vertheilung der Windungen in axialer Richtung eliminirt wird.

Die nahe Uebereinstimmung der 3. Reihe mit den beiden ersten (1 B. A. U. I: = 0,98674 *Ohm*, II: = 0,98669 *Ohm*, III: = 0,98683 *Ohm*) giebt eine weitere Bürgschaft für die Richtigkeit des benutzten Werthes von A.

Zur Berechnung des Inductionscoefficienten bedient sich Rayleigh einer Formel von Purkiss (vgl. Maxwell, II[d] ed. § 706). Im vorliegenden Falle deute das Rechteck in beistehender Figur den Windungsquerschnitt an; dann wird (abgesehen von dem Factor wegen der Zahl der Umgänge) gesetzt:

Fig. 1.

$$M = \frac{1}{6} \left\{ 2\, M_0 + M_1 + M_2 + M_3 + M_4 \right\}.$$

Um mir ein Urtheil über die Genauigkeit dieses Verfahrens zu bilden, berechnete ich M zunächst nach einer Formel, welche aus der Entwickelung des Potentials zweier Kreisströme nach Kugelfunctionen[1]) durch Integration über den Windungsquerschnitt hervorgeht. Bezeichnet ξ die radiale Höhe, η die Breite desselben, so ergab sich schon im ersten Term, dass die Glieder vierter Ordnung in ξ und η nur einen relativen Einfluss von 10^{-6} hatten, folglich vernachlässigt werden konnten. ξ^2 und η^2 habe ich bis in die siebente Kugelfunction beibehalten und bin im Ganzen bis zur 15. Kugelfunction gegangen. Das entsprechende Glied war — 0,00075; ich fand

$$M = 215{,}4012,$$

während Rayleigh angiebt (a. a. S. 309, für Reihe I und II)

$$M = 215{,}405.$$

Uebrigens ist es bei dieser Rechnung leicht, die Correction für die Breite der Scheibe anzubringen. Nehme ich an, dass die 4,5 *mm* dicke Scheibe auf einer Breite von 4 *mm* von der Contactfeder gleichmässig berührt wurde, so ergiebt sich als Werth der betreffenden Correction

$$-0{,}0045.$$

[1]) Vgl. Maxwell (übers. von Weinstein) § 700.

Es erscheint mir fraglich, ob, wie geschehen, die Entwickelung hinter der 15. Kugelfunction abgebrochen werden konnte. Daher habe ich eine zweite Controle in der Art durchgeführt, dass ich den Querschnitt in vier Theile zerlegte (Fig. 2) und auf jeden einzelnen die Formel von Purkiss anwandte. Ich bediente mich hierbei der Tafel von Maxwell[1]), indem ich bei der Interpolation zweite Differenzen berücksichtigte.

Fig. 2.

Ich erhielt so

$$M = 215{,}4038;$$

wird noch die Correction wegen der Breite der Scheibe angebracht, so kommt

$$M = 215{,}3993,$$

also nur etwa $^1/_{50000}$ von Rayleigh's Werth abweichend.

Das Endresultat für die Länge des *Ohm* als Quecksilbersäule wäre deswegen um $0{,}0_428$ zu vergrössern.

Auf die Isolation hat Rayleigh, nachdem er durch Vorversuche auf die Wichtigkeit derselben aufmerksam geworden war, die erforderliche Sorgfalt verwendet; dass in dieser Beziehung allen Anforderungen genügt ist, geht aus der Uebereinstimmung der mit + und — Rotationen erhaltenen Resultate hervor.

Zur Compensation des Inductionsstromes benutzt Rayleigh eine Ableitung von 2 Punkten eines Zweigstromes nach beistehendem Schema. Es verhält sich dann ebenso, als wäre die Ableitung an zwei Stellen des Stammstromes angelegt, zwischen denen sich der Widerstand

$$R = \frac{ab}{a+b+c}$$

Fig. 3.

befindet. Die Verwendung des vierten Quecksilbernapfes C (Fig. 3) und des Kupferbügels CD erwies sich als nothwendig, da sonst Theile des Hauptstromes in die Galvanometerleitung gelangen konnten.

a waren zwei parallel geschaltete B. A.-Einheiten, b etwa $= 0{,}1$ B. A. U., $c = 10, 16, 20$ B. A. U.

Da jede der Einheiten in a von etwa $^1/_{20}$ *Amp.* längere Zeit durchflossen wurde, scheint mir eine Vergrösserung des Widerstandes durch die Stromwärme möglich. Leider sind keine Angaben gemacht, welche eine Schätzung dieser Fehlerquelle ermöglichten; dieselbe macht sich in dem Sinne geltend,

[1]) Maxwell (übers. von Weinstein) 2. Tabelle zu § 696, I, b.

dass durch eine Berichtigung derselben der Werth des *Ohm* als Quecksilber-Säule grösser ausfiele.

[Angaben über die Magnetisirbarkeit der Messingrahmen oder der Scheibe finden sich nicht.]

Rayleigh's Versuche führen zunächst auf den Werth der B. A. U. in absolutem Maasse

$$1 \text{ B. A. U.} = 0{,}98677 \; Ohm.$$

Rayleigh benutzt zur Umrechnung der B. A. U. in Quecksilber den Werth

$$1 \; m \; Hg = 0{,}95412 \text{ B. A. U.}$$

und findet

$$1 \; Ohm = 1{,}06214 \; m \; Hg.$$

Nach den Untersuchungen von Glazebrook und Fitzpatrick[1]) ist aber nicht daran zu zweifeln, dass die Zahl 0,95412 B. A U. für 1 *m Hg* zu gross ist. Leider bleibt es fraglich, was an die Stelle zu setzen ist. Gl. und F. wollen den von ihnen 5-6 Jahre später gefundenen Werth

$$1 \; m \; Hg = 0{,}95352 \text{ B. A. U.}$$

benutzen; hiermit würde folgen:

$$1 \; Ohm = 1{,}06214 \, . \, \frac{0{,}95412}{0{,}95352} = 1{,}06280 \; m \; Hg.$$

[Mit ✝0,95345 (umgerechnetes Resultat von Gl. und F.) folgt: ✝1,06288.]

Wie aber (vgl. Tab. II dieser Arbeit) gezeigt ist, geben die Beobachtungen aus den Jahren 1883 und 1884 übereinstimmend einen höheren Werth; nehme ich nach meiner Reduction der Bestimmung von Rayleigh

$$1 \; m \; Hg = 0{,}95378 \; m \; Hg,$$

so kommt

$$1 \; Ohm = 1{,}06252 \; m \; Hg.$$

Bringe ich an den Zahlen ✝1,06288 und 1,06252 die kleine Reduction wegen des Inductionscoefficienten an (vgl. S. 309), so ergiebt sich:

$$1 \; Ohm = ✝\; 1{,}06291 \text{ bez. } 1{,}06255 \; m \; Hg,$$

von welchen Zahlen ich die letztere für die wahrscheinlichere halten möchte. Es sei daran erinnert, dass wegen Erwärmung der Widerstände *a* durch den Strom dieser Werth zu erhöhen, wegen inducirten Magnetismus zu verringern wäre.

c. Rowland, Kimball, Duncan 1884.

$$1 \; Ohm = 1{,}0629 \; m \; Hg.$$

Die Originalarbeit war mir nicht zugänglich, das Resultat ist entnommen der Elektrot. Zeitschr. 6, S. 441. (1885).

Rowland 1887.

$$1 \; Ohm = 1{,}0632 \; m \; Hg.$$

[1]) Glazebrook und Fitzpatrick, Phil. Trans. **179**, S. 374. (1888).

Auch hier liegt mir nur das der Brit. Ass. 1887 mitgetheilte Resultat vor.[1])

d. Duncan, Wilkes, Hutchinson 1889.[2])

Hier sind die Apparate von Rowland benutzt worden.

Der Querschnitt des Wickelungsraumes war quadratisch; die Rollen hatten etwa 1 *m* Durchmesser, die Messingscheibe 43 *cm*. Gegen den Umfang derselben drückten drei Bürsten im Abstand von je 120° — eine jedenfalls vortheilhafte Neuerung.

Die Abzweigung zur Compensation des Inductionsstroms geschah nach der Anleitung von Rayleigh.

Ueber die Isolation des secundären Kreises sind nähere Angaben nicht gemacht; da das Mittel der Resultate für negative Rotation 0,98663, für positive Rotation 0,98612 betrug, so war die Isolation zwar nicht hervorragend gut, aber doch ausreichend.

Die Uebereinstimmung der einzelnen Beobachtungen untereinander ist nicht sonderlich, indem die Werthe zwischen 0,98762 und 0,98372 schwanken; auch geben die beiden Rollenpaare erheblich verschiedene Werthe, nämlich die Beobachtungen mit den Rollen 1 und 4: 0,98583, die zahlreicheren mit 2 und 3: 0,98654, also 0,00071 d. h. etwa $^1/_{1400}$ mehr.

Ueber inducirten Magnetismus finden sich keine Mittheilungen.

Als Resultat geben die Verfasser

$$1 \text{ B. A. U.} = 0{,}9863 \; Ohm;$$

indem sie weiter nach Hutchinson und Wilkes setzen:

$$1 \; m \; Hg = 0{,}95341 \text{ B. A. U.},$$

folgt schliesslich:

$$1 \; Ohm = 1{,}0634 \; m \; Hg.$$

Mit Verwendung des von mir umgerechneten Werthes ($1 \; m \; Hg = 0{,}95336$ B. A. U.) würde sogar werden:

$$1 \; Ohm = 1{,}0635_3 \; m \; Hg.$$

Trotz der grossen aufgewendeten Hilfsmittel möchte ich dies Resultat nicht für besonders zuverlässig halten.

e. Jones 1890.[3])

Jones bestimmt wie Lorenz direct den specifischen Widerstand des Quecksilbers in absolutem Maasse, bedient sich hierbei aber eines abweichenden, eigenthümlichen Verfahrens.

---

[1]) Auf eine unter dem 30 Juli 1892 an den Verfasser gerichtete Anfrage habe ich bisher keine Antwort erhalten.

[2]) Duncan, Wilkes, Hutchinson, Phil. Mag. (V) 28, S. 98. (1889).

[3]) Jones, Electrician, S. 552. (1890). [Ausführlicher Phil. Trans. 182, S. 1. (1891). Hierdurch wurde eine eingehendere Kritik ermöglicht.]

Das Quecksilber befindet sich in einem Trog von 110,5 *cm* Länge, 3,81 *cm* Breite, 7,62 *cm* Tiefe. Derselbe war hergestellt, indem Paraffin in einen festen Eisenkasten gegossen und der Kanal dann auf einer Drehbank ausgehobelt wurde.

Die Breite variirte auf der benutzten Strecke von etwa 25,4 *cm* nur um 0,025 *mm*.

Eine der Elektroden (deren Potentialdifferenz zur Compensation der inducirten elektromotorischen Kraft benutzt wird) ist fest, die andere beweglich. Gemessen wird zunächst die Differenz l der Stellung der letzteren für 2 verschiedene Rotationsgeschwindigkeiten n_1 und n_2. Bezeichnet noch M den Inductionscoefficienten, A den Querschnitt der Quecksilbersäule, ϱ den specifischen Widerstand des Hg, so ist

$$M(n_1 - n_2) = \frac{l}{A}\,\varrho.$$

Die Querschnittsbestimmung, welche wegen der Capillaroberfläche des Quecksilbers Schwierigkeiten machen würde, wurde umgangen durch Verwendung von zwei verschiedenen Höhen h_1 und h_2 des Quecksilbers.

Bezieht sich der Querschnitt A auf das tiefere Niveau, und bedeutet b die Breite des Troges, so ist:

$$M(n_1 - n_2) = \frac{l}{A}\,\varrho,$$

$$M(n'_1 - n'_2) = \frac{l'}{A + b(h_2 - h_1)}\,\varrho,$$

woraus

$$\varrho = \frac{Mb(h_2 - h_1)}{\frac{l'}{n'_1 - n'_2} - \frac{l}{n_1 - n_2}}.$$

Um immer die gleiche Form der Quecksilber-Oberfläche zu haben, liess Jones zur Füllung das Quecksilber stets ansteigen; die Höhendifferenz wurde durch eine mikrometrisch bewegte Spitze gemessen, indem der Moment des Contactes durch Schluss eines Stromes constatirt wurde. Hierbei wurde eine Uebereinstimmung bis auf $^1/_{1000}$ *mm* erreicht.

Der inducirende Strom durchfloss eine einzige Lage von 185 Windungen, welche eine axiale Länge von 114,3 *mm* bei 165,1 *mm* Radius einnahmen.

Mir scheint die Hauptschwierigkeit in einer hinreichend genauen Ausmessung der Breite zu liegen. Schon bei hartem Material der Wände wäre diese Aufgabe nicht leicht; wieviel mehr bei einem so weichen Stoff wie Paraffin, wo man ausserdem zweifeln muss, ob zwischen der Breitenmessung und der Inductionsbeobachtung nicht eine Aenderung vorgefallen ist.

[Eine Veranlassung zu solchen Aenderungen liegt, wie Jones selbst hervorhebt, in dem grossen Unterschied der thermischen Ausdehnungscoefficienten von Eisen und Paraffin, welcher Verbiegungen des Troges zur Folge hatte. Um dieselben möglichst unschädlich zu machen, suchte Jones

die Inductionsbeobachtungen bei nahe derselben Temperatur anzustellen, welche bei der Ausmessung der Breite herrschte.

Die Differenzen der Ergebnisse der einzelnen Reihen schreibt Jones hauptsächlich den Temperaturschwankungen zu; übrigens waren diese bei den ersten 3 Reihen geringer als bei den 2 letzten.

Es ist zu bedauern, dass ein Theil der Axe zwischen Elektromotor und rotirender Scheibe in Folge eines Versehens aus Stahl hergestellt war. Die durch die Magnetisirbarkeit desselben bedingte Vergrösserung der Induction (4,3 Zehntausendtheile) sucht Jones zwar experimentell zu ermitteln durch vergleichende Versuche unter Benutzung einer zweiten gleichgeformten Stahlstange, welche auf der anderen Seite der Scheibe angebracht werden konnte. Doch bleibt der Erfolg dieser Bemühungen einigermaassen zweifelhaft in Folge der bekannten Schwierigkeit, zwei Stahlstücken gleiche magnetische Eigenschaften zu ertheilen.

Ueber eine etwaige Magnetisirbarkeit des Messingcylinders für den primären Draht und die Scheibe sind Mittheilungen nicht gemacht. Die Isolation ist als ausreichend zu erachten.

Die Messungen sind bei Temperaturen von nahe 15°,5 angestellt, und zur Umrechnung des specifischen Widerstandes des *Hg* ist dann der Temperaturcoefficient von Mascart, de Nerville, Benoit[1]) benutzt, aus welchem folgt:

$$\varrho_{15,5} = \varrho_0 \cdot 1,013799.$$

Die Formel S. 275 giebt für den Coefficienten 1,013997, vorausgesetzt dass die in Kew verificirten Thermometer von Jones dort auf das Wasserstoffthermometer bezogen sind. Dies trifft nach Mittheilung von Herrn Prof. Thiesen bei 15° bis auf etwa 0,01° zu.

Die Länge der Quecksilbersäule für das Ohm wird hierdurch um 0,021 *cm* grösser, so dass als Ergebniss der 5 Beobachtungsreihen folgt:

$$
\begin{array}{r}
1\ Ohm = 1,06288 \\
320 \\
299 \\
353 \\
381 \\
\hline
\text{Mittel: } 1,06328\ m\ Hg.
\end{array}
$$

Ich möchte die 3 ersten Reihen wegen der geringeren Temperaturschwankungen gegenüber den beiden letzten, wo ausserdem vielleicht schon eine Formänderung des Troges eingetreten war, bevorzugen, und es wäre dann

$$1\ Ohm = 1,06302\ m\ Hg.$$

---

[1]) Mascart, de Nerville, Benoit, Résumé S. 61. (1884).

Wenn man das Verfahren von Jones auch originell und sinnreich nennen muss, so halte ich doch Rayleigh's Methode zur Erlangung genauer Resultate für geeigneter, besonders im Hinblick darauf, dass ϱ bei Jones durch Elimination aus 4 Beobachtungen abgeleitet wird.]

4. Methode von Kirchhoff.

In der Theorie dieser Methode müssen einige Punkte näher erörtert werden, daher sei kurz an die Ausführung derselben erinnert.

Gebraucht werden zwei Drahtrollen, deren gegenseitiger Inductionscoefficient aus den Dimensionen und dem Abstand[1]) berechnet werden kann.

Die eine Rolle, die primäre, ist mit einer Batterie verbunden, die andere, die secundäre, mit einem „ballistischen" Galvanometer.

Der primäre Strom, dessen Stärke gemessen ist, wird unterbrochen, und der inducirte Integralstrom aus dem ersten Ausschlage des ballistischen Galvanometers erhalten. Ferner wird die Schwingungsdauer und das logarithmische Decrement für den Magnet desselben bestimmt.

Zunächst möge die Aenderung des Galvanometermagnets (inducirtes Längs- und Quermoment) verfolgt werden.

Der inducirte Strom verläuft so schnell, dass der Magnet sich inzwischen nicht merklich aus seiner Ruhelage entfernt.

Sei nun

φ der Ablenkungswinkel des Magnets,
i die Stromstärke (im secundären Kreise),
K das Trägheitsmoment des Magnets,
M sein Moment bei Abwesenheit äusserer Einwirkung,
M_l, M_q das thatsächlich vorhandene Längs- und Quermoment,
γ und α das durch die magnetisirende Kraft 1 erzeugte Längs- und Quermoment,

so gilt, wenn ich von der Dämpfung, Fadentorsion und Selbstinduction absehe, mit Vernachlässigung zweiter Potenzen von φ folgendes System von Gleichungen[2]):

$$K\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -HM_l\varphi + HM_q + Gi\,[M_l + M_q\varphi] \quad . \quad . \quad 6)$$

$$M_l = M + \gamma\,[H + Gi\,\varphi] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 7)$$

$$M_q = \alpha\,[H\varphi - Gi] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 8)$$

Indem 7) und 8) in 6) substituirt werden, folgt

$$K\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -H\left\{M + (\gamma - \alpha)\,H\right\}\varphi + Gi\left\{M + (\gamma - \alpha)(H + Gi\varphi)\right\} \quad 9)$$

Fig. 4.

[1]) Bezüglich des Einflusses eines Fehlers in den geometrischen Abmessungen auf das Resultat sei auf Rayleigh, Phil. Mag. (V) 14, S. 330. (1882) verwiesen.

[2]) Vgl. Dorn, Wied. Ann. 35, S. 190. (1888). i ist hier mit entgegengesetztem Zeichen versehen.

Um die erzeugte Winkelgeschwindigkeit zu erhalten, multiplicire ich mit dt und integrire über die Zeitdauer des Inductionsstroms von 0 bis t_1.

War der Magnet anfänglich in Ruhe, so ergiebt sich, da bei der Kürze der Inductionsdauer

$$\int \varphi dt = 0$$

zu setzen ist, und eine nähere Discussion[1]) zeigt, dass auch

$$\int i^2 \varphi dt$$

fortgelassen werden kann,

$$K\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)_1 = G\left[M + (\gamma - \alpha) H\right] \int_0^{t_1} i dt = G \mathfrak{M} J, \quad . \quad . \quad 10)$$

wo

$$\mathfrak{M} = M + (\gamma - \alpha) H, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 11)$$

und J den Integralstrom bedeutet.

Um aus der Anfangsgeschwindigkeit (unter Vernachlässigung der Dämpfung) die erste Elongation zu erhalten, habe ich in 9) nur $i = 0$ zu setzen, woraus:

$$K \frac{d^2\varphi}{dt^2} = - H \mathfrak{M} \varphi, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 9)'$$

also nach Multiplication mit $(d\varphi / dt)\, dt$ und Integration (da anfänglich $\varphi = 0$ war)

$$K\left[\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 - \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)_1^2\right] = - H \mathfrak{M} \varphi^2.$$

Die erste Elongation Φ folgt hieraus für $d\varphi / dt = 0$; also

$$\Phi = \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)_1 \sqrt{\frac{K}{H \mathfrak{M}}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 12)$$

Nenne ich den Inductionscoefficienten P, den absoluten Widerstand des secundären Kreises R, die Intensität des primären Stromes i_1, so ist

$$J = \frac{P i_1}{R} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 13)$$

Die Schwingungsdauer ohne Dämpfung ist gegeben durch:

$$T_0^2 = \frac{\pi^2 K}{\mathfrak{M} H} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 14)$$

Endlich folgt aus 9), wenn $G i \varphi$ neben H im zweiten Term vernachlässigt[2]) wird, die stationäre Ablenkung φ_2 durch einen constanten Strom i_2

$$\varphi_2 = \frac{G}{H} i_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 15)$$

---

[1]) Unter der Annahme, dass i constant, (d. h. der inducirte Strom constant eine kurze Zeit dauert) finde ich, dass in der durch Integration von 9) entstehenden Gleichung der Einfluss des Terms $G^2 \int i^2 \varphi\, dt$, verglichen mit dem von $G H \int i dt$, nur $\frac{1}{6} \Phi^2$ beträgt, wo Φ die erste Elongation bedeutet. Φ übersteigt kaum $\frac{1}{20}$, somit $\frac{1}{6} \Phi^2 = \frac{1}{2400}$. Ausserdem ist ja diese Grösse noch in dem kleinen Factor $(\gamma - \alpha)$ multiplicirt.

[2]) Eigentlich käme $H M \varphi = G i\, [\mathfrak{M} + (\gamma - \alpha)\, G i \varphi]$. Da nahe $G i = H \varphi$, so wird die Parenthese rechts: $\mathfrak{M} + (\gamma - \alpha)\, H \varphi^2 = \mathfrak{M}\left[1 + \frac{(\gamma - \alpha) H}{\mathfrak{M}} \varphi^2\right]$. Man kann $\frac{(\gamma - \alpha) H}{\mathfrak{M}}$ auf etwa $\frac{1}{700}$ schätzen; φ erreicht noch nicht 0,1; somit erscheint neben 1 etwa $\frac{1}{70000}$.

Aus den Gleichungen 10), 12), 13), 14), 15) folgt:

$$R = \frac{\pi}{T_0} \varphi_2 \frac{i_1}{i_2} \frac{P}{\Phi} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 16)$$

Hieraus geht hervor, dass im Gegensatz zu einer mehrfach geäusserten Ansicht an der gewöhnlich benutzten Formel keine Aenderung wegen des inducirten magnetischen Längs- und Quermomentes anzubringen ist.

Nachträglich ist es leicht, die Formel 16) so zu vervollständigen, wie eine Berücksichtigung verschiedener Nebenumstände es erfordert.

Bedeutet λ das logarithmische Decrement, so ist in 12) Φ zu multipliciren mit $e^{\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arc\,tg} \frac{\pi}{\lambda}}$; ferner tritt bei geringer Dämpfung an Stelle von $\Phi : 2 \sin \frac{1}{2} \Phi$. Ist die Galvanometerfunction von der Amplitude abhängig, so ist in 15) zu schreiben:

$$G = G_0 (1 - \eta' \varphi_2^2),$$

während, wenn das Magnetfeld im Multiplicator hinreichend homogen ist, nur $tg\,\varphi_2$ für φ_2 eintritt. In 16) ist G nur durch G_0 zu ersetzen, da der Inductionsstoss die Nadel in der Ruhelage trifft.

Demnach folgt schliesslich:

$$R = \frac{\pi}{T_0} \frac{\varphi_2}{(1 - \eta' \varphi_2^2)} \frac{i_1}{i_2} \frac{P}{2 \sin (\frac{1}{2} \Phi)} \frac{1}{e^{\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arc\,tg} \frac{\pi}{\lambda}}} \quad \ldots\ldots \quad 18)$$

bez.

$$\frac{\pi}{T_0} tg\varphi_2 \frac{i_1}{i_2} \frac{P}{2 \sin (\frac{1}{2} \Phi)} \frac{1}{e^{\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arc\,tg} \frac{\pi}{\lambda}}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 18)'$$

In den obigen Entwickelungen ist vorausgesetzt, dass die Aenderungen des magnetischen Moments denen der magnetisirenden Kraft augenblicklich folgen und ihnen proportional bleiben, ferner, dass das Längsmoment nur durch axiale, das Quermoment nur durch transversale Kräfte beeinflusst wird.

Beide Voraussetzungen werden nicht streng erfüllt sein. Insbesondere hat Rayleigh[1]) darauf hingewiesen, dass eine Schwächung des Längsmomentes durch die — recht erhebliche — transversale magnetisirende Kraft des inducirten Stromes erfolgen kann.

Falls das Längsmoment nach Aufhören der schwächenden Einwirkung des inducirten Stromes sich wieder „erholen" würde, fiele die erste Elongation zu klein aus, also R (vgl. Formel 18) zu gross und die Quecksilbersäule für das *Ohm* zu kurz.

---

[1]) Rayleigh, Phil. Trans. 173, S. 670. (1882).

Indessen meine ich, dass diese Fehlerquelle nicht von Bedeutung ist. Einmal möchte ich darauf hinweisen, dass man die Werthe, bis zu denen die momentane Stärke des inducirten Stromes ansteigt, vielfach überschätzt. Die Selbstinduction, besonders im secundären Kreise, verzögert den Ablauf der Inductionsströme und verhindert das Zustandekommen hoher Werthe der momentanen Stromintensität. Eine Schätzung kann aus den Formeln S. 333 gewonnen werden.

Ferner ist zu beachten, dass die Versuche oft wiederholt werden, also die Veränderungen geringer sein werden, als bei der ersten Einwirkung.

Wenn, wie bei den Versuchen von Hertz, das Magnetfeld mehrere Millionen Mal in der Secunde sein Zeichen wechselt, so vermag der inducirte Magnetismus allerdings nicht mehr zu folgen. Für Aenderungsgeschwindigkeiten der hier vorliegenden Grössenordnung dürfte es nach den Untersuchungen von Oberbeck[1]) noch der Fall sein. Es mag auch an die Vorgänge im Telephon erinnert werden, wo die Klangfarbe hoher Töne ziemlich richtig übermittelt wird, der Magnetismus also mehreren tausend Stromwechseln in der Secunde noch folgt.

Ferner bedarf folgende Frage einer Erörterung. Bei den in der Regel verwendeten schwach gedämpften Galvanometern gelingt es nicht, den Magnet vor der Ausübung des Inductionsstosses ganz zu beruhigen, vielmehr bleiben Schwingungen wenigstens von einigen Zehntelscalentheilen übrig.

Es fragt sich, welcher Irrthum hierdurch entstehen kann, bez. ob man nicht durch geeignete Wahl des Zeitpunktes für den Inductionsstoss den Fehler herabzusetzen vermag.

Wird von der Dämpfung abgesehen, so ist

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -\beta^2\varphi, \quad \left(\beta^2 = \frac{H\mathfrak{M}}{K} = \frac{\pi^2}{T^2}\right), \quad . \quad . \quad . \quad 19)$$

woraus

$$\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 = -\beta^2\varphi^2 + \text{Const.}$$

Hat sich der Magnet im Augenblick des Inductionsstosses in der Lage φ_0 mit der Winkelgeschwindigkeit v_0 befunden, und erzeugt der Inductionsstrom einen Geschwindigkeitszuwachs γ, so ist die Constante zu bestimmen aus:

$$(v_0 + \gamma)^2 = -\beta^2\varphi_0^2 + \text{Const.},$$

so dass:

$$\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 = (v_0 + \gamma)^2 + \beta^2(\varphi_0^2 - \varphi^2).$$

---

[1]) Oberbeck, Wied. Ann. 21, S. 672; 22, S. 83. (1884).

Die erste Elongation Φ folgt hieraus für $d\varphi/dt = 0$, also:

$$\Phi^2 = \varphi_0^2 + (v_0 + \gamma)^2 \frac{T^2}{\pi^2},$$

$$\Phi = \sqrt{(v_0 + \gamma)^2 \frac{T^2}{\pi^2} + \varphi_0^2}.$$

v_0 und φ_0 sind im vorliegenden Falle kleine Grössen; daher ist genügend:

$$\Phi = (v_0 + \gamma)\frac{T}{\pi} + \frac{1}{2}\frac{\varphi_0^2\,\pi}{T(v_0 + \gamma)},$$

oder auch:

$$\Phi = \frac{\gamma T}{\pi} + \frac{v_0 T}{\pi} + \frac{1}{2}\frac{\varphi_0^2\,\pi}{T\gamma},$$

oder endlich, wenn ich Φ_0 diejenige Elongation nenne, welche eingetreten wäre, falls $v_0 = 0$, $\varphi_0 = 0$ gewesen wären ($\Phi_0 = \gamma\, T/\pi$):

$$\Phi = \Phi_0 + v_0 \frac{T}{\pi} + \frac{1}{2}\frac{\varphi_0^2}{\Phi_0} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 20)$$

$v_0\, T/\pi$ erreicht höchstens den Werth der grössten Elongation bei den kleinen vor dem Inductionsstoss stattfindenden Schwingungen;
φ_0 wird thatsächlich 0,5 Scalentheile nicht überschreiten; wenn $\Phi_0 = 200$ Scalentheile angenommen wird, ergiebt sich der letzte Term in 20):

$$\frac{1}{2}\,\frac{0{,}25}{200} = \frac{0{,}25}{400} = \frac{1}{1600}\ \text{Scth.},$$

ist somit ganz zu vernachlässigen.

Hieraus ergiebt sich folgende Regel: Man übe den Inductionsstoss im Augenblick der Umkehr der Nadel aus, so ist der Einfluss der Schwingungen unmerklich.[1]

Rayleigh[2]) hat darauf hingewiesen, dass die Dämpfung durch Luftreibung, welche die von der Ruhelage aus ihre Bewegung beginnende Magnetnadel bis zur ersten Elongation erfährt, grösser sein wird, als sie auf Grundlage der Abnahme der Schwingungsbogen (wo ein quasi stationärer Zustand eingetreten ist) in Rechnung gezogen wird. Da aber zugleich die Zeit bis zur Erreichung des ersten Umkehrpunktes durch die Reibung vergrössert wird, tritt eine theilweise Compensation ein, und Rayleigh hält den übrig bleibenden Fehler für sehr geringfügig.

a. Glazebrook, Dodds, Sargant 1883.[3])

Als Inductionsrollen dienten die von Prof. Chrystal mit grosser Sorgfalt gewundenen und ausgemessenen Rollen von 25,753 und 25,766 *cm* mittlerem Radius, deren sich schon Lord Rayleigh bedient hatte.

[1]) Rowland, American Journal (Dana and Silliman) (III.) **15**, S. 433, hat diese Regel bereits benutzt.

[2]) Rayleigh, Phil. Transact. (1882), S. 670.

[3]) Glazebrook, Dodds, Sargant, Phil. Trans. **174**, S. 223. (1883).

In jeder Lage des Drahtes waren 4 Durchmesser kathetometrisch bestimmt; die Berechnung des Mittels geschah nach einer Formel, welche den äusseren Durchmesser einer jeden Lage verwerthete, somit das Einsinken der Windungen in die Zwischenräume der vorhergehenden Lage berücksichtigte (a. a. O. S. 228).

Das Zusammenpressen der früheren Lagen durch die späteren kann immerhin zur Folge gehabt haben, dass der thatsächliche mittlere Radius kleiner war, als angegeben.

Die Messingrahmen der Rollen wurden durch 3 Serien von Messingstäben getrennt, deren Länge (im Mittel) war

I: 12,182 *cm*, II: 15,416 *cm*, III: 23,856 *cm*.

Die Rollen wurden sorgfältig centrirt gegenübergestellt; durch Wenden jeder einzelnen Rolle wurde eine etwaige Unsicherheit über die Lage der Mittelebene eliminirt.

Die Berechnung des Inductionscoefficienten erfolgte nach der Formel von Purkiss; ich halte die Annäherung nach den Ergebnissen meiner Prüfung gelegentlich der Beobachtungen von Rayleigh (vgl. S. 308 ff.) für genügend.

Ein Fehler von 0,01 *mm* im mittleren Radius hätte für die drei Reihen von Stützen einen relativen Fehler des Inductionscoefficienten zur Folge:

I: 0,000040; II: 0,000041; III: 0,000047,

und ein Fehler von 0,01 *mm* im Abstand der Mittelebene:

I: 0,000069; II: 0,000062; III: 0,000054 (vgl. Glazebrook S. 232).

Die Isolation der Windungen gegen die Messingrahmen wurde geprüft.

Eine Untersuchung der Rahmen und der recht compacten Centrirvorrichtung auf Magnetisirbarkeit ist nicht erfolgt.

Glazebrook verfährt so, dass er (vor und nach den Inductionsbeobachtungen) einen bekannten Theil des merklich unveränderten primären Stromes i_1 durch das Galvanometer leitet. Sei w_n der Widerstand zwischen denjenigen Stellen, an denen die Stromabzweigung erfolgte, w_g der Widerstand des Galvanometerzweiges, so ist

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{w_g + w_n}{w_n}.$$

Die Verwendung eines stark gedämpften Hilfsgalvanometers, mit welchem der primäre Strom bei den Inductionsversuchen und der Stammstrom bei der Verzweigung gemessen wird, hätte den Einfluss von Stromschwankungen beseitigt und eine erheblich grössere Genauigkeit erzielen lassen.

Das Galvanometer war nach Maxwell's Angaben construirt. Es fragt sich, ob für die Ablenkungsbeobachtungen mit constantem Strom Proportionalität mit der Tangente des Ablenkungswinkels hinreichend nahe besteht.

Die Abweichung vom Tangentengesetz ist merklich dargestellt durch den Term

$$1 - \frac{15}{16}\frac{l^2(4a^2 - r^2)}{(r^2+a^2)^2}\sin^2\varphi,$$

wo

l der Polabstand des Magnets ($15 \times {}^5/_6 = 12{,}5\ mm$),

r der mittlere Radius der Rollen ($37{,}3\ mm$),

a der Abstand der Mittelebene einer Rolle von der Magnetmitte ($20{,}2\ mm$)

ist. Die Zahlenwerthe sind aus den Angaben von Glazebrook S. 233 berechnet; mit Einsetzen derselben findet sich:

$$1 - 0{,}0111\ \sin^2\varphi;$$

da ferner $\sin\varphi$ kaum $^1/_{30}$ erreichte, so ist dieser Term nahe genug $= 1$.

Soll die Vertheilung der Windungen in einem rechteckigen Querschnitt dieses Verhältniss nicht stören, so soll nach Maxwell seine Höhe zur Breite im Verhältniss $\sqrt{^{36}/_{31}}$ stehen ($= 1{,}078$). Thatsächlich war dieses 1,214; indessen dürfte ein merklicher Irrthum hieraus nicht erwachsen.

Um von der Bezeichnung S. 314—316 zu der von Glazebrook überzugehen, ist zu ersetzen:

	$R,\ T_0,\ \varphi_1,\ w_g,\ w_n,\ P,\ \Phi$
durch	$R,\ T,\ \Theta,\ S,\ V,\ M,\ \beta.$[1])

Glazebrook schreibt für $e^{\frac{\lambda}{\pi}\operatorname{arctg}\frac{\pi}{\lambda}} : 1 + {}^1/_2\lambda$, was bei der schwachen Dämpfung erlaubt ist; ferner unterbricht er nicht den primären Strom, sondern kehrt denselben um. Hierdurch ergiebt sich die Formel (vergl. Glazebrook S. 236, 4)):

$$R = \frac{\pi M}{T\left(1+\frac{\lambda}{2}\right)}\,\frac{S+V}{V}\,\frac{tg\,\Theta}{\sin\frac{\beta}{2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 21)$$

Die Schwingungsdauer beobachtet Glazebrook bei geschlossenem secundären Kreis; die Correction wegen der Dämpfung ist verschwindend.

Gegen das Verfahren der Stromumkehr statt Unterbrechung sind von H. F. Weber Bedenken geäussert; immerhin wäre eine experimentelle Prüfung bei Glazebrook erwünscht gewesen.

Nach welchen Grundsätzen bei der Stromumkehr verfahren wurde, ist nicht angegeben. Die Befolgung der S. 318 angegebenen Regel hätte jedenfalls die zufälligen Fehler herabgesetzt.

---

[1]) Es fehlt in der Formel 4) bei Glazebrook S. 236 im Nenner der Factor 2.

Die Reihenfolge der Beobachtung war: Ruhelage; Induction →, ←, ←, →; Ruhelage; Ablenkung durch Zweigstrom ←, →, Ruhelage u. s. w.

Besonders bei der Bestimmung der stationären Ablenkung machte sich die Variation der Declination störend bemerkbar. Eine gleichzeitige Ablesung an einem Magnetometer mit kräftiger Dämpfung hätte diese Fehlerquelle beseitigt.

Aus der Formel 21) ist ersichtlich, dass eine Ueberschätzung des mittleren Rollenradius, welche ein zu grosses M und also auch R ergiebt, den Werth des *Ohm*, ausgedrückt durch die B. A. U. oder eine Quecksilbersäule, zu klein ausfallen lässt. Magnetisirbarkeit der Metalltheile würde ein zu grosses β, somit einen zu grossen Werth des *Ohm* zur Folge haben.

Ueber die Widerstände ist Folgendes zu sagen.

V war ein Neusilberdraht von 4,5 *m* Länge und 1,2 *mm* Durchmesser; er war in eine Messingbüchse eingeschlossen und diese in ein Wasserbad gesetzt. V betrug etwa 1 B. A. U. und war mit den Originalrollen genau verglichen. Da der Strom $^1/_{16}$ *Ampère* nicht überstieg, so liess sich die Temperatursteigerung (ohne Rücksicht auf Wärmeabgabe) in einer Minute auf 0°,013 schätzen; bei der zweiten Reihe von Beobachtungen war in den Hohlraum der Messingbüchse ein Thermometer eingesenkt, dessen Angaben mit der Temperatur des Bades übereinstimmten. Die Erwärmung durch den Strom kann hiernach einen merklichen Einfluss nicht gehabt haben.

Der Widerstand des secundären Kreises — etwa 160,5 B. A. U. — wurde durch Vergleichung mit einer *Pt-Ag*-Rolle nahe gleichen Widerstandes (mit Hilfe einer Wheatstone'schen Brücke) ermittelt. S betrug rund 3060 B. A. U. Hieraus ergab sich für die Beobachtungen das sehr günstige Verhältniss, dass die Genauigkeit derselben nicht von dem sehr unbequemen Quotienten S/V (nahe $^1/_{3060}$), sondern von dem weit leichter zu ermittelnden S/R abhing (etwa $^1/_{19,06}$).

S/R bestimmte Glazebrook zunächst mit Benutzung eines Stöpselrheostaten (post-office box), indem er die Rollen 5, 10, 10' desselben mit Normalrollen verglich, welche sorgfältig auf die Original-B. A. U. bezogen waren.

In bekannter Weise wurde die Calibrirung des Stöpselrheostaten fortgesetzt bis zu den hohen Widerständen hinauf, und dann R und S mit geeigneten Combinationen aus dem Rheostaten verglichen.

Es ist ersichtlich, dass hierbei die Stöpsel und die Kupferdrähte in dem Stöpselrheostaten Fehler verursachen mussten, welche ich früher[1]) erörtert habe.

---

[1]) Dorn, Wied. Ann. **22**, S. 558. (1884).

Glazebrook scheint diese Verhältnisse nicht gekannt zu haben, sonst würde er den Grund für die Abweichung dieser Messung von S und R gegen die spätere entdeckt haben.

Dass thatsächlich beim Ziehen zweier aneinandergrenzender Stöpsel nicht die Summe der den einzelnen entsprechenden Widerstände eingeschaltet wird, geht aus den Messungen von Glazebrook hervor.

So war (a. a. O. S. 258):

10 : 9,98983
10' : 9,99007
Summe: 19,97990,

während gemessen wurde

10 + 10' gezogen: 19,9769
also 0,0030 weniger.

Aehnlich: 1 + 2 + 2' + 5 = 9,9870
10 = 9,9898
Summe: 19,9768;

direct gemessen: 19,9756
0,0012 weniger.

Die Differenzen entsprechen dem Doppelten des zwischenliegenden Kupferdrahtes.

Bei dem gegenseitigen Verhältniss höherer Widerstände tritt der Einfluss dieser Fehlerquelle mehr und mehr zurück. Daher stimmt das Verhältniss S/R durch Vergleichung mit dem Stöpselrheostaten (19,0602) sehr nahe mit dem Resultat einer zweiten von dem oben erwähnten Fehler freien Messung (19,0607), obwohl die Werthe von R und S selbst stärker differirten (R nach der ersten Methode 160,586, nach der zweiten 160,520).

Weil nun V hinreichend sicher in B. A. U. bestimmt war, und nach obigen Erörterungen auch S/R mit keinem merklichen Fehler behaftet ist, so ist wegen der Widerstände eine Entstellung des Resultats nicht zu befürchten.

Da die aus der Unsicherheit der Ruhelage des Galvanometers und aus der Aenderung der Stromstärke entspringenden Fehler auf das Gesammtmittel keinen grossen Einfluss gehabt haben dürften, so bleibt von möglichen Fehlerquellen nur die Ueberschätzung des mittleren Radius und die Magnetisirbarkeit der Rahmen übrig, und auch diese werden nicht erheblich eingewirkt haben (vgl. S. 307).

Als Endresultat giebt Glazebrook:

1 B. A. U. = 0,98665 *Ohm*.

Will man hieraus die Beziehung des *Ohm* zur Quecksilbereinheit herleiten, so kommen ganz dieselben Ueberlegungen in Anwendung, welche S. 310 entwickelt sind.

Die Ergebnisse sind in folgendem Täfelchen vereinigt:

Nach:	1 m Hg =	1 Ohm =
Rayleigh	0,95412 B.A.U.	1,06227 m Hg
Glazebrook u. Fitzpatrick	0,95352 „	1,06294 „ „
Gl. u. F. umgerechnet (D)	†0,95345 „	†1,06301 „ „
Rayleigh umgerechnet (D)	0,95378 „	1,06265 „ „

Die erste Zahl ist jedenfalls zu verwerfen; wie schon S. 310 erörtert, möchte ich 1,06265 für den wahrscheinlichsten Werth halten.

b. Mascart, de Nerville, Benoît 1884.[1])

Die Verfasser haben 5 Drahtrollen hergestellt, welche sie zu Beobachtungen nach der Weber'schen und Kirchhoff'schen Methode verwenden. Ich bespreche die ganze Arbeit hier, weil die Verfasser auf die Resultate der Kirchhoff'schen Methode das Hauptgewicht legen. Ich bemerke im Voraus, dass die Publication auch in der zweiten Form eine sehr unvollständige ist, so dass der Leser über sehr wesentliche Punkte aus derselben keinen Aufschluss gewinnen kann.

Beobachtungen nach Weber's Methode.

Durch Umlegen des Erdinductors von der Windungsfläche S werde die erste Elongation des Galvanometers Θ erzeugt. Die Schwingungsdauer sei τ.

Um das Verhältniss der Horizontalintensität am Orte des Inductors und des Galvanometers zu eliminiren, wurde derselbe constante Strom durch das Galvanometer (welches ev. einen geeigneten Nebenschluss erhielt) und den in den Meridian gestellten, mit einem Magnetometer versehenen Erdinductor gesendet, wobei die Ablenkungen δ und Δ beobachtet seien.

Der absolute Widerstand des Stromkreises ist dann[2])

$$R = 2 G S \mu \frac{g_0}{g} \frac{tg\,\delta}{tg\,\Delta} \frac{1}{(1+\zeta)} \frac{\pi}{\tau\, 2 \sin\frac{\Theta}{2}} e^{-\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{\lambda}}, \quad . . 22)$$

worin noch bedeutet:

G die Galvanometerfunction für den als Galvanometer benutzten Erdinductor,

μ einen von dem Nebenschluss am Galvanometer und dem Widerstand des Letzteren abhängigen Factor,

[1]) Résumé d'expériences etc. (1884). Ann. de chimie et de phys. (VI) 6, S. 1. (1885). Ich beziehe mich auf letztere Publication wegen der grösseren Ausführlichkeit.

[2]) Ich setze diese Formel her, welche vollständiger ist als die von Mascart, de Nerville, Benoît benutzte.

g_0, g die Galvanometerfunction des Galvanometers für den in der Ruhelage befindlichen und den um δ abgelenkten Magnet,

ζ' das Torsionsverhältniss für den Magnet im Erdinductor,

λ das logarithmische Decrement für das Galvanometer;

G und S sind aus den bei der Wickelung bestimmten Dimensionen der Windungen zu berechnen.

Die Verfasser ermittelten die ganze Länge l des aufgewundenen Drahtes, indem sie an einem horizontalen Lineal immer Stücke von etwa 28 *m* abmaassen; es waren Vorkehrungen getroffen, um dem Draht beim Aufwickeln dieselbe Spannung zu ertheilen, wie bei der Längenmessung.

Wenn nun auch Himstedt nach einem entsprechenden Verfahren bei Aufwendung grosser Sorgfalt nahe gleiche Werthe des Durchmessers erhielt, wie nach sicheren Methoden, so halte ich doch die alleinige Anwendung der Messung der Drahtlänge ohne ausreichende Controle für sehr bedenklich. Das Urtheil eines Augenzeugen, der die Einrichtungen in Paris zu sehen Gelegenheit hatte, bestärkt mich in dieser Meinung.

Voraussichtlich wird der Draht bei dem Aufwinden eine weitere Dehnung erfahren, weil hier doch ein stärkerer Zug erfolgt; bei dem Anlegen einer Windung an die andere werden kleine seitliche Verbiegungen ausgeglichen u. s. w.

Wahrscheinlich wird hiernach die Drahtlänge grösser sein, als sie in Rechnung gesetzt ist. Da die Drähte ziemlich dünn waren — 0,5 bis 1 *mm* —, so kann diese Differenz einen nicht unbeträchtlichen Werth erreichen.

Es sind zwar ausserdem noch Messungen des Durchmessers jeder Lage mit einem Stangenzirkel vorgenommen; aber an keiner Stelle wird berichtet, wie diese Messungen sich zu den ersten verhalten.

Schliesslich sind noch Vergleichungen der Windungsflächen der verschiedenen Rollen untereinander ausgeführt nach verschiedenen Methoden, von denen eine auf der Ablenkung einer weit (2—3 *m*) entfernten Magnetnadel durch einen zwei Rollen durchlaufenden Strom beruhende als die zuverlässigste bezeichnet wird.

Aber auch hier fehlen nähere Angaben; mitgetheilt wird nur, dass die Uebereinstimmung befriedigend gewesen sei, ausser bei einer Rolle a, deren Windungsfläche sich aus den Vergleichungen um $^1/_{500}$ höher ergab, als aus den directen Abmessungen.

Natürlich ist hierdurch ein nahezu gleicher procentischer Fehler bei den übrigen Rollen nicht ausgeschlossen.

In erster Näherung ist:

$$G S = \pi n l, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 23),$$

wenn n die Anzahl der Umgänge, l die ganze Drahtlänge bedeutet. Eine Unterschätzung von l liefert daher wegen 22) ein zu kleines R, somit einen zu hohen Werth des *Ohm* als Quecksilbersäule.

Für die wirkliche Berechnung der Beobachtungen müssen G und S genauer ermittelt werden.

Wenn a den mittleren Radius, b die halbe Breite, c die halbe radiale Höhe des Windungsraumes bedeutet, setzen Mascart, de Nerville, Benoît:

$$S = \pi n a^2 \left[1 + \frac{1}{3}\frac{c^2}{a^2}\right].$$

Diese Formel ergiebt sich leicht, wenn man die Summation nach den einzelnen Drahtlagen durch eine Integration nach dem Radius ersetzt.

Aus der Entwickelung nach Kugelfunctionen habe ich zunächst ohne Rücksicht auf die Magnetlänge

$$G = \frac{2\pi n}{a}\left[1 + \frac{1}{a^2}\left(\frac{c^2}{3} - \frac{b^2}{2}\right) + \frac{1}{a^4}\left(\frac{c^4}{5} + \frac{3}{8}b^4 - b^2 c^2\right)\right] \quad . \quad . \quad 24)$$

(b = halbe axiale Breite des Windungsraumes).

Mascart, de Nerville, Benoît vernachlässigen vierte Potenzen von b und c und schreiben (a. a. O. S. 40):

$$\frac{1}{2\pi G S} = \frac{1}{2\pi^2 n l}\left[1 + \frac{1}{2}\frac{b^2}{a^2} - \frac{2}{3}\frac{c^2}{a^2}\right] = k' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 25)$$

Diese Vernachlässigung wäre noch am ersten zu merken an den kleinen Rollen, bei denen etwa:

$$a = 14\ cm,\ b = 1{,}5\ cm,\ c = 1{,}50\ cm.$$

Macht man in obigen Formeln $b = c$ und entwickelt bis zu vierten Potenzen, so ist in der Parenthese von 25) noch hinzuzufügen:

$$+\frac{183}{360}\frac{c^4}{a^4} = +\frac{183}{360}\left(\frac{1{,}5}{14}\right)^4 = +\,0{,}000067.$$

Diese Grösse ist innerhalb der Genauigkeitsgrenze der Beobachtungen nicht merklich.

Um den Einfluss der Magnetlänge $2\,L$ zu berücksichtigen, fügen Mascart, de Nerville, Benoît in der Galvanometerfunction einen Factor der Form hinzu (a. a. O. S. 38):

$$1 - \frac{3}{4}\left(1 - 5\sin^2 J\right)\frac{L^2}{a^2}\,.$$

Da die Magnetlänge 1—2 *cm* betrug, und der Radius der Rolle 14 *cm* wenigstens, so genügt dies für die Magnete im Erdinductor.

Bei dem Galvanometer kommt der axiale Abstand der Mittelebene der Windungen vom Magnet in Betracht, somit ist obige Formel nicht verwendbar (Mascart, de Nerville, Benoît bedienen sich derselben auch hier).

Da aber nur g_0/g auftritt, es also nur auf die geringe Abweichung vom Tangentengesetz bei kleinen Ablenkungen ankommt, so scheint ein merklicher Fehler hierdurch nicht entstanden zu sein. Etwas Sicheres lässt sich darüber nicht aussagen, da die Dimensionen des Galvanometers nicht vollständig angegeben sind.

Ueber den Betrag des Factors μ, sowie über Herstellung der Nebenschlüsse zum Galvanometer und über die Bestimmung der Widerstandsverhältnisse ist nichts mitgetheilt, obwohl die hier vorliegende Aufgabe bekanntlich durchaus nicht einfach ist. Dass hieraus eine merkliche Unsicherheit entspringt, geht aus beiläufigen Andeutungen der Verfasser hervor. (a. a. O. S. 52.)

Um an der beobachteten ersten Elongation die Reductionen wegen der kleinen vor dem Inductionsstoss vorhandenen Bewegung und wegen der Dämpfung anzubringen, bedienen sich die Verfasser einer Reductionsformel, die a. a. O. S. 27 nachgesehen werden möge. Ich habe einige der a. a. O. S. 28 mitgetheilten Beispiele zum Vergleich streng berechnet und etwas grössere Werthe gefunden.

Es ist leicht ersichtlich, dass bei dem Verfahren von Mascart, de Nerville, Benoit nicht der ganze Einfluss der Dämpfung berücksichtigt wird; die Differenz beträgt für die Beobachtungen S. 28 etwa $^1/_{5000}$. Θ wäre also etwas zu vergrössern; hierdurch fiele R kleiner, und die Länge des *Ohm* als Quecksilbersäule grösser aus. Der Betrag kann wieder nicht näher beziffert werden.

Auf S. 28 findet sich noch die Bemerkung, dass die Dauer des Umlegens noch nicht $^1/_5$ der Zeit betragen habe, welche der Magnet zur Erreichung der grössten Elongation brauchte. Es war also die Schwingungsdauer des Magnets viel zu kurz.

Der hiervon herrührende Fehler kann nach einer von mir entwickelten Formel[1]) genau bestimmt werden.

Da der Magnet vor Ausübung der Inductordrehung nur eine sehr kleine Bewegung besitzt, so ist die ursprüngliche Geschwindigkeit $v_0 = 0$ zu setzen; der Magnet bewegt sich so, als wäre ihm nicht die Geschwindigkeit γ ertheilt worden (welche eintreten würde, wenn der ganze Inductionsstoss den Magnet in der Ruhelage träfe), sondern eine Geschwindigkeit

$$V_0 = \gamma \left[1 - \frac{\pi^2}{2} \left(\frac{1}{4} - \frac{2}{\pi^2} \right) q^2 \right],$$

wenn q den Bruchtheil der Schwingungsdauer bedeutet, während deren der Inductor gedreht wurde.

1) Dorn, Wied. Ann. 17, S. 662. (1882), Formel 25.

Hier ist, da die Elongation in der halben Schwingungsdauer erreicht wird, $q = 0{,}1$ zu setzen; es folgt

$$V_0 = \gamma\,[1 - 0{,}00234].$$

Der Factor $1 - 0{,}00234$ wäre im Zähler der Formel 22) auf S. 323 hinzuzufügen; also würde R zu verkleinern und der Werth des *Ohm* als Quecksilbersäule zu vergrössern sein.

Leider ist nicht gesagt, ob für alle nach der Weber'schen Methode angestellten Versuche dasselbe Galvanometer (bez. derselbe Magnet mit dem gleichen hinzugefügten Trägheitsmoment) benutzt wurde. Im Falle eines Wechsels würden die auffallend hohen Differenzen in Tabelle 1 (a. a. O. S. 51) (Werth des *Ohm* in B. A. U. ausgedrückt) zum Theil erklärlich sein. Es kommen darin Werthe von 1,0116 bis 1,0176, also Unterschiede von 0,6 Procent vor!

Diese Fehlerquelle wirkt entgegengesetzt auf das Endergebniss, wie die Unterschätzung der Drahtlänge; also wird eine theilweise Ausgleichung erfolgt sein.

Es scheint, dass das Hilfsmagnetometer im Erdinductor auch während der Inductionsbeobachtungen darin blieb, und nur der Magnet durch Heben eines trogförmigen Lagers fixirt wurde. Könnte man die Verbindung des Magnets mit dem Inductor als vollkommen starr ansehen, so würde nur die geringe Verstärkung des Magnetfeldes durch das im Magnet inducirte Quermoment wirksam sein. Zu einer Schätzung desselben fehlen aber alle Data. Andererseits würden schon ziemlich geringe Drehungen des Magnets eine merkliche Störung hervorbringen.

Ein magnetischer Localeinfluss (Instrumentaleinfluss) auf den Galvanometermagnet würde sich ziemlich herausheben; nicht aber ein solcher auf das Hilfsmagnetometer im Inductor. Versuche in dieser Hinsicht sind nicht mitgetheilt.

Beobachtungen nach Kirchhoff's Methode.

Eine grössere und eine kleinere Rolle wurden möglichst coaxial und concentrisch aufgestellt, eine derselben mit einer Batterie und einem strommessenden Galvanometer, die andere mit einem ballistischen Galvanometer verbunden.

Die Ablenkung α des strommessenden und die erste Elongation Θ nach Stromunterbrechung (oder Stromumkehr) des ballistischen Galvanometers und die Schwingungsdauer τ wurde beobachtet. Dann wurde — nöthigenfalls unter Anbringung eines Nebenschlusses — derselbe Strom durch beide Galvanometer geleitet und die stationäre Ablenkung ϑ und ϑ' ermittelt.

Es ergiebt sich (bei Stromumkehrung) für den absoluten Widerstand des secundären Kreises:[1])

$$R = 2 M\mu \frac{g_0}{g} \frac{g'_1}{g'} \frac{tg\,\delta}{tg\,\delta'} \frac{\pi}{\tau} \frac{tg\,\alpha}{2 \sin \frac{\omega}{2}} e^{-\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{\lambda}}.$$

Hierin ist:

M der Inductionscoefficient der Rollen,

g_0, g die Galvanometerfunction des ballistischen Galvanometers für Ablenkung 0 und δ,

g', g'_1 die Galvanometerfunction des strommessenden Galvanometers für die Ablenkung 0 und δ',

μ der Coefficient wegen des Nebenschlusses.

Die auch hier unrichtige Formel (a. a. O. S. 38) für Berücksichtigung der Nadellänge dürfte nicht einen merklichen Fehler herbeigeführt haben; magnetische Local- und Instrumentaleinflüsse in den Galvanometern heben sich fort.

Eine kurze Schwingungsdauer des ballistischen Galvanometers bedingt bei dem schnellen Ablauf der Induction hier keinen Fehler; über die Berücksichtigung der Dämpfung (und der kleinen bei der Stromumkehr vorhandenen Magnetbewegung) gelten dieselben Bemerkungen wie S. 326.

Die Bestimmung von μ unterliegt denselben Schwierigkeiten wie oben.

Der Inductionscoefficient M ist in erster roher Annäherung

$$M = \pi \frac{n^2}{n'} \frac{l'^2}{l},$$

wo n, n' die Windungszahlen, l, l' die Drahtlängen für die grössere und kleinere Rolle bedeuten.

Eine Unterschätzung der Drahtlängen führt also auch hier zu einem zu grossen Werth des *Ohm* als Quecksilbersäule.

Wenn hiernach dies letzte wesentlichste Bedenken auch für die Beobachtungen nach Kirchhoff's Methode bestehen bleibt, so sind die Verhältnisse hier doch im Allgemeinen günstiger, wie auch aus einer Vergleichung der Tabelle 2 mit Tabelle 1 hervorgeht. Aber auch in Tabelle 2 befinden sich sehr grosse Differenzen (1,0088 — 1,0186).

Im Mittel aus beiden Methoden folgern Mascart, de Nerville, Benoît

1 B. A. U. = 0,9861 *Ohm*,

woraus mit Hinzuziehung von

1 *m Hg* (Mascart, de Nerville, Benoit) = 0,95374 B. A. U.

sich ergiebt

1 *Ohm* = 1,0633 *m Hg*.

---

[1]) Bei Mascart, de Nerville, Benoît eine etwas weniger vollständige Formel.

(Setze ich nach meiner Umrechnung

$$1\ m\ Hg\ \text{(Mascart, de Nerville, Benoit-}D) = 0{,}95378\ \text{B. A. U.},$$

so kommt

$$1\ Ohm = 1{,}06324\ m\ Hg.)$$

Mascart, de Nerville, Benoit bevorzugen aber mit Recht das Resultat der Beobachtungen nach Kirchhoff's Methode, und haben dann

$$1\ Ohm = 1{,}0630\ m\ Hg$$

(oder nach meiner Umrechnung $1{,}06293\ m\ Hg$).

Ich muss bekennen, dass ich diesem Resultat mit Rücksicht auf die mehrfachen Fehlerquellen und die grossen Abweichungen der Einzelbeobachtungen untereinander ein grosses Gewicht **nicht** beilegen kann.

c. Himstedt 1886.[1])

Himstedt modificirt die Kirchhoff'sche Methode so, dass nicht der erste durch den inducirten Strom erzeugte Ausschlag gemessen, sondern mit Hilfe eines „Disjunctors" $D_1 D_2$ der primäre Strom in rascher Folge geschlossen und unterbrochen wird, und entweder nur der Schliessungs- oder nur der Oeffnungsinductionsstrom durch das Galvanometer geht. Hierdurch ergiebt sich eine stationäre Ablenkung α_1 des Galvanometers, welche folgt aus:

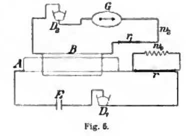


Fig. 6.

$$G\,tg\,\alpha_1 = \frac{n\,i\,V}{w_1} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 26)$$

wo: G die Galvanometerfunction,

n die Anzahl der Unterbrechungen in einer Secunde,

V der Inductionscoefficient des primären Solenoids und der secundären Rolle B,

$w_1 = r_1 + w_2$ der Widerstand des secundären Kreises.

Nunmehr wird der Hauptstrom dauernd geschlossen, nachdem der Nebenschluss $w_0 (= w_2)$ entfernt, und w_2 an die Enden von r angelegt ist. Da $r_1 = r$, so ist die Stromstärke im Stammstrom die gleiche wie vorhin; die Ablenkung α_2 des Galvanometers ist also bestimmt aus

$$G\,tg\,\alpha_2 = \frac{r i}{r + w_2} = \frac{r i}{w_1} \quad \ldots\ldots \quad 27)$$

Durch Division der beiden Gleichungen folgt:

$$r = n V \frac{tg\,\alpha_2}{tg\,\alpha_1} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 28)$$

Indem α_2 und α_1 möglichst nahe gleich gemacht werden, fallen alle Cor-

[1]) Berichte der Naturforschenden Ges. zu Freiburg i. B., Heft 1. (1886).

rectionen wegen Abhängigkeit der Galvanometerfunction von der Amplitude u. s. w. fort.

Da kleine Unterschiede zwischen r und r_1 sowie zwischen w_0 und w_2 keinen merklichen Einfluss ausüben, so sind nur wenige Grössen scharf zu bestimmen: n, V, α_2, α_1.

Wesentlich für die Methode ist die Voraussetzung, dass die von der Batterie erzeugte Stromstärke bei den beiden Anordnungen die gleiche ist, obwohl die Thätigkeit der Elemente im ersten Falle eine intermittirende, im zweiten eine continuirliche ist. Da im zweiten Falle eine etwaige Polarisation in den Elementen wahrscheinlich stärker hervortreten würde, so würde α_2 zu klein, also auch r zu klein und der Werth des *Ohm* zu gross ausfallen. Indessen kann der Einfluss dieser Fehlerquelle nur ein ganz unmerklicher gewesen sein Zunächst war der Widerstand des primären Kreises bedeutend, somit die Stromstärke gering (0,0008 bis 0,01 *Ampère*). Himstedt hat diesen Punkt wohl beachtet und verschiedene Batterien angewandt: 1) 1—4 Daniell-Elemente; 2) 4–6 Bunsenelemente, durch Drahtwiderstand geschlossen, mit Abzweigung des primären Stromes von geeigneten Punkten der Drahtleitung; 3) eine Thermosäule.

Besonders die Anordnung unter 2) scheint grosse Sicherheit zu bieten. In einem Falle waren dabei die 6 Bunsen durch 3000 S.-E. geschlossen und an den Enden von 400 S.-E. abgezweigt. Ein Unterschied der Ergebnisse für die verschiedenen Anordnungen lässt sich nicht erkennen.

Der Disjunctor war mit Hilfe eines phonischen Rades nach P. La Cour construirt und gab eine gleichmässige und genau messbare Rotationsgeschwindigkeit.

Dass nicht etwa der zum Betriebe des phonischen Rades erforderliche Strom eine Einwirkung auf den secundären Kreis ausübte, hat (nach einer Privatmittheilung an den Verfasser) Himstedt durch directe Versuche erwiesen, indem er die primäre Batterie entfernte oder Schliessungs- und Oeffnungsströme zugleich durch das Galvanometer gehen liess. In beiden Fällen trat keine Ablenkung ein.

Die primäre Rolle war ein Solenoid von 135,125 *cm* Länge und 11,6846 *cm* Radius mit 2864 Windungen; die secundäre Rolle umschloss dasselbe ziemlich eng nahe der Mitte und hatte 15 Abtheilungen, welche verschieden combinirt werden konnten.

Es ist:

$$V = 4\,\pi^2 R^2 k\, b\, (1 + 2a),$$

wo R der Radius des Solenoids,

k die Anzahl seiner Windungen für die Länge 1,

b die Anzahl der Windungen der secundären Rolle (überhaupt),

2a ein Correctionsfactor, dessen Werth 3% nicht erreicht.

Der Radius *R* wurde mit grosser Sorgfalt nach verschiedenen Methoden ermittelt:

1. durch ein besonders construirtes Sphärometer: $2R = 23{,}3252$ und 23,3244 *cm*,
2. durch Papierstreifen: 23,3227 und 23,3231,
3. durch Längenmessung des Drahtes (Messbahn 13 *m*) 23,3242,
4. nach der Wickelung mit Papierstreifen 23,3190, und nach Vollendung der ganzen Arbeit 23,3194,
5. mit Stahlband 23,3204.

Die Wärmeausdehnung wurde bestimmt; die Feuchtigkeit übte in den Grenzen 60—90% Sättigung keinen merklichen Einfluss auf den Durchmesser der Holzwalze aus. Die Anwendung von Holz hat also keinen Grund zu einer merklichen Unsicherheit gegeben.

Rayleigh[1]) hat darauf aufmerksam gemacht, dass sehr erhebliche Fehler in Folge der nicht ganz gleichmässigen Vertheilung der Windungen über die Länge der Rolle auftreten können.

Himstedt[2]) hat in Folge dessen nachträgliche Messungen über die Vertheilung der Windungen angestellt und sein Resultat danach corrigirt.

Die Isolation der Abtheilungen der secundären Rolle wurde auf galvanischem Wege geprüft und die einzige unzuverlässige Lage von der Benutzung ausgeschlossen.

Uebrigens ist Himstedt einer der wenigen Autoren, welche ihre Apparate auf Magnetismus untersucht haben. Eisenspuren konnten im Draht des Solenoides qualitativ gefunden werden auf chemischem Wege, doch scheint ihr Einfluss durch den Diamagnetismus des Kupfers ausgeglichen zu sein, da eine astatische Magnetnadel nicht abgelenkt wurde. Beiläufig sei bemerkt, dass verborgene Eisenstifte in der Holzwalze einen Einfluss im Sinne einer Vergrösserung des *Ohm* als Quecksilbersäule ausgeübt haben würden.

Eine besondere Erörterung verlangt die Frage, ob der primäre Strom durch den Disjunctor nicht unterbrochen wurde, ehe er seine volle Stärke erreichte, und ob andererseits der secundäre Strom Zeit zum vollständigen Ablauf hatte.

Da die Windungen des Solenoids nur eine Lage bilden, so ist seine Selbstinduction nicht erheblich, und ein Fehler ist eher wegen zu früher Unterbrechung der secundären Leitung zu erwarten, wo die Windungen in mehreren Lagen übereinander liegen.

---

[1]) Rayleigh, Phil. Mag. (V) 28, S. 10. (1886).

[2]) Himstedt, Wied. Ann. 28, S. 339. (1886).

Hier hat nun zunächst Himstedt immer die Vorsicht gebraucht, eine experimentelle Prüfung vorzunehmen (a. a. O. S. 19). Nachdem die Ablenkung beobachtet war, verstellte er die Contacte so, dass nun die Zeit für Ausbildung des secundären Stromes verkürzt wurde. Trat keine Verminderung der Ablenkung ein, so genügte selbst die verkürzte Zeit.

Ich selbst habe versucht, für die Coefficienten der Selbstinduction eine Schätzung zu gewinnen und so die Frage theoretisch zu entscheiden.

Für das Solenoid erhielt ich als obere Grenze des Coefficienten der Selbstinduction

$$P = 5{,}4 \,.\, 10^6 \; cm.$$

Da der Widerstand wenigstens 300 *Ohm* betragen haben wird, und die Dauer der Schliessung auf wenigstens $^1/_{30}$ Secunde zu schätzen ist, so wird in der bekannten Formel für die Stromstärke zur Zeit t nach Stromschluss

$$i = \frac{E}{w}\left[1 - e^{-\frac{w}{P}t}\right]$$

der zweite Theil in der Parenthese

$$e^{-1852},$$

also verschwindend gering.

In der secundären Rolle wurden, wie schon erwähnt, verschiedene Combinationen der Drahtlagen benutzt. Die grösste Zahl der Windungen findet sich in den Versuchen 16^a und 16^b; nehme ich diese 2020 Windungen in einem rechteckigen Raume der Breite 4 *cm* und der Höhe 1 *cm* (a. a. O. S. 14) gleichmässig vertheilt, so liefert die Formel bei Maxwell 2, Art. 706:

$$P = 1{,}7 \,.\, 10^9.$$

Hierzu kommt noch das Galvanometer; über dasselbe sind nähere Angaben nicht gemacht; ich setze für dasselbe ebensoviel an, also zusammen

$$P = 3{,}4 \,.\, 10^9.$$

Hier muss eine kleine Erörterung über den Ablauf des inducirten Stromes eingeschaltet werden.

Es sei

J die Intensität des primären Stromes,

i die des inducirten,

V der Coefficient der gegenseitigen Induction zwischen primärer und secundärer Rolle,

P der Coefficient der Selbstinduction der secundären Rolle.

P sei sehr gross gegen V, was in den vorliegenden Versuchen zutrifft.

Es gilt sodann für i die Gleichung:

$$wi = -V\frac{dJ}{dt} - P\frac{di}{dt} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 29)$$

J fällt sehr schnell ab (bez. erreicht sehr schnell seinen vollen Werth, wenn mit Schliessung gearbeitet wird (s. o. S. 332)).

Ich theile die Dauer des secundären Stromes in 2 Perioden: bis zum Ablauf von J (0 bis τ_1) und die darauf folgende Zeit. Ich multiplicire 29) mit dt und integrire über die Dauer der ersten Periode. In der so entstehenden Gleichung

$$w\int_{t_0}^{\tau_1} i\,dt = VJ - Pi_1$$

wird die linke Seite wegen der Kleinheit von τ_1 in erster Näherung fortgelassen werden können, woher

$$i_1 = \frac{VJ}{P}.$$

Für die folgende Zeit gilt nun

$$wi = -P\frac{di}{dt},$$

woraus (wenn jetzt t vom Beginn der zweiten Periode an gezählt wird, was praktisch gleichgültig ist):

$$i = i_1 e^{-\frac{w}{P}t} = J\frac{V}{P}e^{-\frac{w}{P}t}.$$

Berechnet man den Integralstrom für die zweite Periode (der für die erste ist verschwindend gering), so kommt:

$$q = \int_0^\infty i\,dt = J\frac{V}{P}\frac{P}{w} = J\frac{V}{w},$$

also der richtige Werth.

Mit Einführung von q wird

$$i = q\frac{w}{P}e^{-\frac{w}{P}t},$$

und der von einem Moment τ_2 bis $t = \infty$ noch ablaufende Betrag des Integralstromes:

$$\int_{\tau_2}^\infty i\,dt = qe^{-\frac{w}{P}\tau_2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 30)$$

Nach einer Privatmittheilung Himstedt's war bei den Versuchen 16ª und 16ᵇ der Widerstand etwa 510 *Ohm* $= 5{,}1 \cdot 10^{11}$ *cm* sec^{-1}. Weiter werde angenommen, dass τ_2 die Hälfte der Zwischenzeit zwischen zwei successiven Stromschliessungen, also nahe $1/(2 \cdot 8{,}4) = 1/16{,}8$ *sec* betragen habe. Mit

$$w = 5{,}1 \cdot 10^{11}\ cm\ sec^{-1}, \quad P = 3{,}4 \cdot 10^9\ cm, \quad \tau_2 = 1/16{,}8$$

folgt

$$\frac{w}{P}\tau_2 = 8{,}93, \quad e^{-8{,}93} = 0{,}00013.$$

Unter diesen Annahmen wäre der secundäre Strom bis auf einen unmerklichen Bruchtheil abgelaufen.

Hätte aber τ_2 nur $^2/_3$ des obigen Werthes betragen, so würde sich ergeben:

$$\frac{w}{p'}\,\tau_2 = 5{,}95, \quad e^{-5{,}95} = 0{,}0026,$$

sodass etwa $^1/_{400}$ des inducirten Stromes nicht zur Wirkung gelangt wäre.

Das herausgegriffene Beispiel ist allerdings eins der ungünstigsten; aber auch bei den Versuchen mit der geringsten Zahl von Windungen (18^a und 18^b) genügte es, die Schliessungsdauer des secundären Kreises τ_2 von dem wahrscheinlichen Werthe $^1/_{20}$ *sec* auf $^1/_{40}$ *sec* herabzusetzen, um für die Exponentialgrösse 0,0016 zu erhalten.

Himstedt erklärte den Werth $\tau_2 = {}^1/_{40}$ *sec* im vorliegenden Falle mit Rücksicht auf die Einrichtung des Disjunctors für ausgeschlossen und theilte mir noch mit, dass eine unzureichende Schliessungsdauer sich durch unregelmässige Bewegungen des Galvanometermagnets sofort bemerkbar mache.[1])

Hiernach ist es mir unwahrscheinlich geworden, dass in den hier erörterten Verhältnissen, wie ich früher meinte, der Grund für Himstedt's zu kleines Resultat zu suchen ist, [umsomehr als nach einer Mittheilung von Himstedt der Selbstinductionscoefficient des Galvanometers nur 0,98 10^9, also weniger als oben angesetzt, betrug.]

Es möge nun der Einfluss des im Galvanometermagnet inducirten Längs- und Quermomentes betrachtet werden.

Zunächst sei bemerkt, dass eine Schwächung des Längsmomentes durch das starke inducirte Quermoment bei der Anordnung von Himstedt weniger zu befürchten ist, als bei der ursprünglichen Methode von Kirchhoff. Denn die Intensität der einzelnen Inductionsströme ist bei Himstedt naturgemäss geringer. Dass eine Fehlerquelle von merklichem Einfluss hier nicht vorliegt, zeigen auch die vergleichenden Versuche von Himstedt, der (a. a. O. S. 20) mit Magneten von 6 *mm* Dicke und 1 *mm* Dicke gleiche Werthe erhielt.

In Himstedt's Galvanometer waren 2 bis 3 Magnete verwendet. Zur Untersuchung des Einflusses der inducirten Momente werde zunächst ein Magnet angenommen; an Stelle des wechselnden Stromverlaufs werde vorausgesetzt, dass während einer Zeit τ_1 ein Strom der gleichmässigen Stärke i_1 das Galvanometer durchfliesse, und darauf während τ_2 das Galvanometer stromlos sei. Diese Zustände mögen dauernd abwechseln; $\tau_1 + \tau_2$ sei so kurz, dass der Magnet eine stationäre Ablenkung erhält.

Für die Periode τ_1 habe ich ebenso wie S. 314:

[1]) Der Grund liegt darin, dass nicht alle Abschnitte des Disjunctors genau gleiche Länge haben, also verschiedene Theile des secundären Stroms unterdrückt werden, sobald dies überhaupt in merklichem Maasse geschieht.



$$K\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -H M_t \varphi + H M_q + G i_1 [M_t + M_q \varphi], \quad . \quad 31)$$

$$M_t = M + \gamma [H + G i_1 \varphi], \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 31a)$$

$$M_q = \alpha [H\varphi - G i_1], \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 31b)$$

woher für die erste Periode:

$$K\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -H\mathfrak{M}\varphi + G i_1 [\mathfrak{M} - (\gamma - \alpha)(H\varphi - G i_1)\varphi] \quad . \quad . \quad . \quad 31c)$$

$$[\mathfrak{M} = M + (\gamma - \alpha) H],$$

und für die zweite Periode

$$K\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -H\mathfrak{M}\varphi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 32)$$

Ich multiplicire beide Gleichungen 31c) und 32) mit dt und erhalte durch Integration, da ja stationäre Ablenkung eingetreten sein soll (und hiernach in beiden Perioden zusammen keine Aenderung der Winkelgeschwindigkeit erfolgen darf),

$$0 = -H\mathfrak{M}\varphi(\tau_1 + \tau_2) + G\mathfrak{M} i_1 \tau_1 - (\gamma - \alpha) G i_1 \varphi (H\varphi - G i_1) \tau_1.$$

Im letzten Term ersetze ich i_1 durch seinen Näherungswerth

$$i_1 = \frac{H\varphi(\tau_1 + \tau_2)}{G\tau_1},$$

so kommt:

$$0 = -H\mathfrak{M}\varphi(\tau_1 + \tau_2) + G\mathfrak{M} i_1 \tau_1 + (\gamma - \alpha) H^2 \varphi^3 \frac{\tau_2}{\tau_1}(\tau_1 + \tau_2),$$

also

$$\varphi = \frac{G}{H}\frac{i_1 \tau_1}{\tau_1 + \tau_2} + \frac{(\gamma - \alpha) H}{\mathfrak{M}} \varphi^3 \frac{\tau_2}{\tau_1} \quad . \quad . \quad . \quad 33)$$

Die Ablenkung beim Inductionsversuch würde hiernach zu gross ausfallen, und ebenso der Werth des *Ohm* als Quecksilbersäule.

Bei Himstedt war die Ablenkung etwa 400 *mm* bei 4000 *mm* Scalenabstand, somit

$$\varphi = \frac{400}{2.4000} = \frac{1}{20};$$

ferner mag $(\gamma - \alpha)\, H/\mathfrak{M}$ nach meinen Erfahrungen für einen guten Magnet etwa $^1/_{700}$ gesetzt werden; dann wäre der relative Einfluss auf φ:

$$\frac{(\gamma - \alpha) H\varphi^2}{\mathfrak{M}}\frac{\tau_2}{\tau_1} = \frac{1}{700}\frac{1}{20^2}\frac{\tau_2}{\tau_1} = \frac{1}{280000}\frac{\tau_2}{\tau_1}.$$

τ_2 mag $^1/_8$—$^1/_{13}$ Secunde betragen haben; nehme ich $^1/_{10}$ Sekunde, so folgt:

$$\frac{1}{2800000}\frac{1}{\tau_1}.$$

Um für die Grössenordnung von τ_1 eine Schätzung zu gewinnen, nehme ich dafür P/w (d. h. die Zeit, die ein Strom braucht, um nach Unterdrückung der elektromotorischen Kraft auf $^1/_e$ seines Betrages zu sinken). Für $P = 3{,}4 . 10^9$ und $w = 3{,}4 . 10^{11}$ (vgl S. 332) käme

$$\tau = \frac{P}{w} = \frac{1}{100},$$

und der Fehler $^1/_{28000}$.

Ich gehe nunmehr zu dem Falle eines **astatischen Nadelpaares** über. Bezeichne ich die auf den zweiten, ausserhalb der Windungen befindlichen, Magnet sich beziehenden Grössen mit ', so gelten die Gleichungen:

$$K\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -HM_l\varphi + HM_q + Gi_1\,(M_l + M_q\varphi)$$
$$-HM'_l\varphi + HM'_q - G'i_1\,(M'_l + M'_q\varphi)\,^{1)},$$
$$M_l = M + \gamma\,(H + Gi_1\varphi); \quad M'_l = -M' + \gamma'\,(H - G'i_1\varphi),$$
$$M_q = \alpha\,(H\varphi - Gi_1); \quad M'_q = \alpha'\,(H\varphi + G'i_1),$$

woraus:

$$K\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -H[\mathfrak{M} - \mathfrak{M}']\,\varphi + Gi_1\,[\mathfrak{M} - (\gamma - \alpha)\,(H\varphi - Gi_1)\,\varphi]$$
$$- G'i_1\,[-\mathfrak{M}' - (\gamma' - \alpha')\,(H\varphi + G'i_1)\,\varphi],$$

wenn

$$\mathfrak{M} = M + (\gamma - \alpha)\,H, \quad \mathfrak{M}' = M' + (\gamma' - \alpha')\,H.$$

Durch Integration über eine Periode τ_1 constanten Stroms i_1 und eine stromfreie Periode (s. o.) τ_2 folgt:

$$0 = -H[\mathfrak{M} - \mathfrak{M}']\,\varphi\,(\tau_1 + \tau_2) + Gi_1\tau_1\mathfrak{M} - (\gamma - \alpha)\;Gi_1\varphi\,(H\varphi - Gi_1)\,\tau_1$$
$$+ G'i_1\tau_1\mathfrak{M}' + (\gamma' - \alpha')\;G'i_1\varphi\,(H\varphi + G'i_1)\tau_1.$$

Es macht keine Schwierigkeit, hier im letzten Term i_1 durch einen Näherungswerth

$$i_1 = \frac{H\,(\mathfrak{M} - \mathfrak{M}')}{G\mathfrak{M} + G'\mathfrak{M}'}\,\varphi\,\frac{\tau_1 + \tau_2}{\tau_1}$$

zu ersetzen, wodurch erhalten wird:

$$0 = -H[\mathfrak{M} - \mathfrak{M}']\,\varphi + G\left(\frac{i_1\tau_1}{\tau_1 + \tau_2}\right)\mathfrak{M} - (\gamma - \alpha)\,G\,\varphi^2\,(H\varphi - G\,i_1)\,\frac{H\,(\mathfrak{M} - \mathfrak{M}')}{G\mathfrak{M} + G'\mathfrak{M}'}$$
$$+ G'\left(\frac{i_1\tau_1}{\tau_1 + \tau_2}\right)\mathfrak{M}' + (\gamma' - \alpha')\,G'\,\varphi^2\,(H\varphi + G'\,i_1)\,\frac{H\,(\mathfrak{M} - \mathfrak{M}')}{G\mathfrak{M} + G'\mathfrak{M}'}. \quad . \quad . \quad 34)$$

Da G' erheblich kleiner als G ist, und die beiden Magnete nicht viel unterschieden sind, ersetze ich im letzten Term $\gamma' - \alpha'$ durch $\gamma - \alpha$, und habe für die beiden Glieder zusammen:

$$-(\gamma - \alpha)\,\varphi^2\,(G - G')\,[H\varphi - (G + G')\,i_1]\,\frac{H\,(\mathfrak{M} - \mathfrak{M}')}{G\mathfrak{M} + G'\mathfrak{M}'}.$$

Indem ich ferner in dem Näherungswerthe für i_1 im Nenner $\mathfrak{M}'$ durch $\mathfrak{M}$ ersetze und damit in die Parenthese [ ] hineingehe, erhalte ich:

$$(\gamma - \alpha)\,\varphi^3\,H\,(G - G')\left[\frac{\mathfrak{M} - \mathfrak{M}'}{\mathfrak{M}}\,\frac{\tau_2}{\tau_1} - \frac{\mathfrak{M}'}{\mathfrak{M}}\right]\frac{H\,(\mathfrak{M} - \mathfrak{M}')}{G\mathfrak{M} + G'\mathfrak{M}'}$$

Das Verhältniss dieses Terms zu dem φ enthaltenden Gliede in 34) ist:

$$\frac{(\gamma - \alpha)\,H\,(G - G')}{G\mathfrak{M} + G'\mathfrak{M}'}\,\varphi\left[\frac{\mathfrak{M} - \mathfrak{M}'}{\mathfrak{M}}\,\frac{\tau_2}{\tau_1} - \frac{\mathfrak{M}'}{\mathfrak{M}}\right]. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 35)$$

Zur ersten Orientirung mag man noch G' gegen G fortlassen; dann wird das Verhältniss

$$\frac{(\gamma - \alpha)\,H}{\mathfrak{M}}\,\varphi^2\left[\frac{\mathfrak{M} - \mathfrak{M}'}{\mathfrak{M}}\,\frac{\tau_2}{\tau_1} - \frac{\mathfrak{M}'}{\mathfrak{M}}\right], \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 35a)$$

[1] Im letzten Term muss $-G'$ . . . geschrieben werden, da das Magnetfeld die entgegengesetzte Richtung hat wie innen.

also wird bei einem astatischen Nadelpaar der Einfluss des inducirten Magnetismus erheblich geringer als bei einem einfachen Magnet.

In Folge einer von Lord Rayleigh[1]) ausgegangenen Anregung hat Himstedt[2]) eine experimentelle Prüfung in der Weise vorgenommen, dass er das System der Galvanometermagnete durch einen Magnet ablenkte und nun Schliessungs- und Oeffnungsströme durch das Galvanometer sandte. Es trat keine Ablenkung ein, somit ist, wie man sich leicht überzeugt, zu schliessen, dass die in Rede stehende Fehlerquelle nicht merklich wirkt.

In seiner ersten Mittheilung giebt Himstedt als Endresultat

1 *Ohm* = 1,0598 *m Hg* (Siemens & Halske 1882/85).

Wied. Ann. 28, S. 353 corrigirt er diesen Werth unter Benutzung der genaueren Bestimmung des Inductionscoefficienten in

1 *Ohm* = 1,0601 *m Hg* (Siemens & Halske 1882/85).

Die von Himstedt zur Herstellung des Widerstandes r benutzten, von Siemens & Halske bezogenen Neusilberdrähte (No. 3618 und 3619) haben sich aber in der Zeit zwischen ihrer Verificirung bei Siemens & Halske (März 1885) und der Benutzung durch Himstedt (Juli 1885) geändert. Eine erneute Vergleichung mit den Quecksilbernormalen bei Siemens & Halske im Februar und April 1886 ergaben für No. 3619 eine Zunahme um 0,00152 Siemens-Einheiten, woraus durch Vergleichung für No 3618 eine Zunahme um 0,00144 Siemens-Einheiten folgte.

Da es unsicher bleibt, wann diese erhebliche Aenderung vorgegangen ist, so kann Himstedt als Resultat seiner Untersuchung nur hinstellen, dass aus ihr folgt:

1 *Ohm* zwischen 1,0601 S.-E. und 1,0616 S.-E.

[Herr Himstedt hatte die Freundlichkeit, mir das Manuskript einer noch ungedruckten Abhandlung[3]) zur Einsicht zu übersenden, in welcher die Ergebnisse einer neuen Ohmbestimmung nach seiner Methode niedergelegt sind.

Der primäre Draht war auf eine genau abgeschliffene Glasröhre von etwa 110 *cm* Länge und 23,3 *cm* Durchmesser unter Benutzung einer Theilmaschine sorgfältig aufgewunden. Der Draht war unbesponnen und erhielt einen Schellacküberzug, der während des Aufwindens successive aufgetragen wurde.

---

[1]) Rayleigh, Phil. Mag. (V) 21, S. 10 (1886).
[2]) Himstedt, Wied. Ann. 28, S. 338. (1886).
[3]) Seitdem erschienen: XXX. Ber. d. Oberhess. Ges. f. Natur- u. Heilk. (1894).

Der Radius der Walze wurde nach zwei Methoden bis auf ± 0,0002 *cm* übereinstimmend gefunden; die Gleichmässigkeit der Vertheilung der Windungen wurde besonders geprüft und war mehr als genügend.

Nach Ausführung einer Reihe von Beobachtungen wurde der Draht abgenommen und durch eine andere Wickelung von nur etwa ²/₃ der ersten Windungszahl ersetzt.

Die secundären Rollen (2 Stück in je 2 Abtheilungen) waren hergestellt durch Aufwinden eines doppelt mit Seide besponnenen Drahtes in der Nuth eines Glasringes. Dass kein Isolationsfehler vorlag, folgte aus der Uebereinstimmung der nach Kohlrausch auf elektromagnetischem Wege bestimmten Windungsfläche mit der aus den geometrischen Abmessungen hergeleiteten.

Alle Materialien, insbesondere Glas und Draht, waren schwach diamagnetisch.

Es fanden drei verschiedene Galvanometer Anwendung, welche keinen Unterschied gaben trotz der sehr verschiedenen Form und Dicke der Magnete. Auch wurde festgestellt, dass keine Stellungsänderung eintrat, wenn durch das Galvanometer, dessen Magnet um 4–5° abgelenkt war, Schliessungs- und Oeffnungsströme geleitet wurden.

Dass die Inductionsströme vollständig abliefen, wurde durch Rechnung und durch den Versuch nachgewiesen. Die Dauer des Contactes konnte auf ¹/₃ herabgesetzt werden ohne Aenderung der Ablenkung.

Der höchstens 0,01 *Ampère* erreichende Primärstrom wurde von Accumulatoren für 25 *Ampère* normalen Entladungsstrom geliefert, so dass eine Störung durch Polarisation ausgeschlossen ist.

Diejenigen Widerstände, deren Werth in absolutem Maasse bestimmt wurden, waren 3 Röhren von Passavant, von denen je eine mit den Normalen in Paris und Berlin verglichen war, ferner 2 verificirte Siemens'sche Drahtnormale. Zwölf Beobachtungen mit der ersten primären Wickelung gaben:

$$1 \; Ohm = 1{,}06271 \; m \; Hg \; \text{(Passavant)}, \quad \pm 15$$

25 Beobachtungen mit der zweiten:

$$1 \; Ohm = 1{,}06287 \; m \; Hg \; \text{(Passavant)}. \quad \pm 14$$

Das Hauptmittel ist

$$1 \; Ohm = 1{,}06282 \; m \; Hg \; \text{(Passavant)}.$$

Die Temperaturreduction an den *Hg*-Normalen ist nach der Formel von Kreichgauer und Jäger (vergl. S. 270) angebracht.

Dieselbe setzt voraus, dass die Temperaturmessung nach dem Wasserstoffthermometer erfolgt ist. Himstedt bediente sich eines Thermometers aus

Tonnelot'schem Hartglase, welches durch Guillaume und Chappuis auf das — vom Wasserstoffthermometer nur unbedeutend abweichende — Stickstoffthermometer bezogen war. Mit Rücksicht auf S. 282 folgt endlich aus dem Hauptmittel:

$$1\ Ohm = 1{,}06280\ m\ Hg\ \text{(Passavant-}D\text{)}.$$

Von besonderem Interesse ist noch die Beobachtung Himstedt's, dass eine mit merklich magnetischem Draht gewickelte secundäre Rolle etwa um 0,2 % grössere Werthe der *Hg*-Säule für das *Ohm* lieferte.

Was endlich den Grund für den zu niedrigen Werth der ersten Messungsreihe von 1885 betrifft, so hat Himstedt trotz eifrigen Suchens keine Fehlerquelle finden können. Er hat daher mir gegenüber brieflich die Vermuthung ausgesprochen, es möchten vielleicht die ihm gelieferten Siemens-Einheiten in Folge eines unglücklichen Zufalls von Anfang an nicht richtig bestimmt gewesen sein. Eine Stütze findet diese Vermuthung darin, dass drei Siemens-Einheiten, von denen die eine — Nr. 3194 — zu anderer Zeit geliefert worden war, sich um gleiche Beträge geändert haben sollten.]

d. Rôiti 1884.[1])

Im Princip ist das Verfahren dasselbe wie bei Himstedt, nur in der Ausführung treten Verschiedenheiten auf.

Rôiti betreibt seinen Disjunctor durch einen Schmid'schen Wassermotor, der aber lange nicht einen so regelmässigen Gang gehabt zu haben scheint, als das phonische Rad bei Himstedt.

Das Solenoid ist auf eine Walze von carrarischem Marmor aufgewunden; eine Prüfung auf eine gleichmässige Vertheilung der Windungen über seine Länge ist nicht erfolgt.

[Doch meint Heydweiller, dass der Einfluss einer Unregelmässigkeit jedenfalls nicht grösser, wahrscheinlich aber kleiner als bei Himstedt war ($^1/_{3000}$), da 1. auf regelmässige Wickelung ganz besondere Sorgfalt verwendet wurde, 2. die secundären Windungen von den primären beträchtlich weiter abstanden als bei Himstedt, 3. bei verschiedenen Lagen der secundären Spule — welche durch axiale Verschiebung erhalten wurden — merklich gleiche Ergebnisse erzielt wurden.

Auf Magnetismus ist die Marmorwalze sorgfältig untersucht und im Durchschnitt äusserst schwach magnetisch gefunden worden. Auch die andern Materialien wurden sehr sorgfältig in Bezug auf magnetische Eigenschaften ausgewählt und geprüft.

[1]) Rôiti, Nuovo Cimento (III), 15. (1884). [Briefliche Mittheilungen von Herrn Dr. Heydweiller, welcher s. Z. bei den Beobachtungen mitwirkte, boten eine willkommene Ergänzung der sehr kurz gehaltenen Veröffentlichung von Rôiti.]

Den Messungen, welche vom 12. Januar bis 30. März ausgeführt sind, liegen als Etalons zu Grunde 1 B. A. U. (am 21. November 1883 von Rayleigh verificirt), 1 Siemens-Einheit (2. November 1883) und 2 Neusilberdrähte von Strecker (13. bis 16. December 1883). Im Jahre 1889 wurden alle diese Drähte zu einer nochmaligen Prüfung nach Cambridge bez. Berlin und Würzburg gesandt. Die B. A. U. hatte ihr Verhältniss zu den Drähten von Cambridge nicht geändert; die Siemens-Einheit hatte um 0,00119, Strecker's Rolle Nr. 20 um 0,00021 an Widerstand zugenommen.[1])

Das Endresultat von Ròiti kann hierdurch also nur unwesentlich beeinflusst sein.

Ròiti theilt mit, dass seine Einzelresultate bis 0,4 % untereinander abweichen, was Himstedt und Heydweiller der Ungleichmässigkeit im Gange des Wassermotors zuschreiben.

Ich war anfänglich der Meinung, dass ein unvollständiger Ablauf der inducirten Ströme vorliege. Da aber nach Mittheilung von Heydweiller im secundären Kreise ein erheblicher Widerstand (500 bis 1000 *Ohm*) zugegeben wurde, und ferner verschiedene Unterbrechungszahlen keine Abweichung in bestimmtem Sinne für die Resultate verursachten, bin ich von dieser Ansicht zurückgekommen.

Den Grund für den wahrscheinlich zu kleinen Endwerth

$$1\ Ohm = 1{,}05896\ m\ Hg$$

vermag ich nicht anzugeben.]

e. Beobachtungen von Rowland und Kimball 1878/1884.

In der Elektrotechnischen Zeitschrift **6**, S. 441 (1885) finde ich folgendes Citat:

	1 *Ohm* =	
1878 Rowland	1,0616 *m Hg*	Methode Kirchhoff
1883 Kimball	1,0625 „	„ „
1884 Rowland und Kimball . .	1,0631 „	„ „ .

Ich habe nur die erste Arbeit von Rowland auffinden können[2]); über die anderen vermochten auch Collegen, welche mit der einschlägigen Literatur vertraut sind, mir nicht Auskunft zu geben.

Als Rowland die ersten Untersuchungen (1877 und 1878) anstellte, hatte er keine authentischen Copien der B. A. U. zur Verfügung und hat auch keine Versuche gemacht, Quecksilberwiderstände herzustellen.

[1]) Salvioni, Rendiconti Acc. Linc. 5, S. 145. (1889).
[2]) Rowland, Am. Journal of Science and Arts 15, S. 281. (1878)

Aus denjenigen B. A. U.-Copien, welche er für die sichersten hielt, leitet er als Resultat ab

$$1 \text{ B. A. U.} = 0{,}9911 \; Ohm.$$

Setze ich nach Rayleigh (umgerechnet *D.*)

$$1 \text{ B. A. U.} = 1/0{,}95378 \; m \; Hg,$$

so folgt

$$1 \; Ohm = 1{,}0579 \; m \; Hg.$$

Indessen ist es wahrscheinlich, dass die benutzten Copien der B. A. U. ihren Widerstand vergrössert hatten; ich vermuthe, dass Rowland später authentische Copien erhalten hat und auf diese sich die spätere Angabe 1,0616 gründet.[1])

Die Dimensionen der benutzten Inductionsrollen sind ziemlich klein (mittlerer Radius etwa 13,7 *cm*); man wird wegen Zusammenpressung der inneren Windungen durch die darüber angebrachten eine Ueberschätzung des Radius annehmen dürfen, was einen zu hohen Werth des Inductionscoefficienten, also einen zu kleinen Werth der das *Ohm* darstellenden Quecksilbersäule ergiebt.

Im entgegengesetzten Sinne würde eine Magnetisirbarkeit der recht massiven Messingcylinder wirken, auf welche der Draht der Inductionsrollen aufgewunden war.

Berechtigte Einwendungen wird man erheben können gegen die Messung des primären Stroms mit einer Tangentenbussole, deren Nadel auf einer Spitze sich bewegte, ferner gegen die Angaben der Dimensionen in Decimalstellen, bis zu denen die Genauigkeit der benutzten Hilfsmittel bei weitem nicht reicht.

Auf S. 430 findet sich z. B. ein mittlerer Radius bis auf Zehntausendtheile eines *mm* angegeben, und derartige Zahlen sind häufig.

So schätzbar die Arbeit von Rowland ihrer Zeit war, wird man gegenwärtig das Resultat nicht mehr verwerthen.

5. Weber's Methode der rotirenden Rolle.

Diese Methode zeichnet sich, so lange man von Correctionen absehen kann, durch eine grosse principielle Einfachheit aus, woher sie auch von dem *Committee* der *British Association* benutzt worden ist.

Eine Drahtrolle der Windungsfläche F rotire mit der Winkelgeschwindigkeit ω um eine verticale Axe. Die durch die Horizontalcomponente des

[1]) Er hatte 2 Drähte hergestellt, welche nahe gleich dem Widerstand seines secundären Stromkreises waren (35 *Ohm*), und diese waren also nach seinen Versuchen in absolutem Maasse bekannt.

Erdmagnetismus inducirten Ströme mögen eine im Centrum der Rolle befindliche Magnetnadel um den Winkel φ ablenken; sei G die Intensität des Magnetfeldes, welche ein Strom 1, die Rolle durchfliessend, am Orte des Magnets erzeugen würde, so ist der absolute Widerstand des Drahtes der Rolle:

$$R = \frac{1}{2} \frac{FG\omega}{tg\varphi}.$$

Indessen geht der erwähnte Vorzug principieller Einfachheit sofort verloren, sobald man die erforderlichen Correctionen einführt und zur experimentellen Durchführung schreitet.

Da der Magnet bei der Bewegung der Rolle inducirend wirkt, so muss man sich mit einem sehr kleinen Momente desselben begnügen Hierdurch wird seine Richtkraft sehr klein, und Störungen jeder Art, besonders in Folge der Rotation des schweren Rollensystems, gewinnen auf seine Stellung erheblichen Einfluss.

Die Selbstinduction in der Rolle, deren genaue Bestimmung aus den Dimensionen durch Rechnung oder durch directe Beobachtung keineswegs leicht ist, modificirt das Resultat erheblich, besonders bei höheren Rotationsgeschwindigkeiten.

Es ist gegenwärtig allgemein anerkannt, dass die Versuche des *Committee's* der *British Association*, welche zur Construction der B. A. U. geführt haben, mit einem Fehler von mehr als 1 Procent behaftet sind.

Ich brauche daher auf eine Kritik dieser Versuche nicht einzugehen, sondern wende mich zu den späteren Arbeiten.

a. Rayleigh und Schuster 1881.[1])

Diese Versuche, welche mit dem wenig abgeänderten Apparat des *British Association Committee* gemacht wurden, hatten den Zweck einer Orientirung.

Zunächst ist hervorzuheben, dass durch eine sinnreiche Vorrichtung von Rayleigh eine mehr als hinreichend genaue Bestimmung der Rotationsgeschwindigkeit ermöglicht wurde.

Der Magnet bestand aus vier kurzen Stäbchen, welche an den Kanten eines Würfels so angeordnet waren, dass „das System mit einem ∞ kurzen Magnet äquivalent war". Da (a. a. O. S. 124) zwar ihre Länge (0,5 *cm*), nicht aber die Würfelkante angegeben ist, so lässt sich nicht entscheiden, ob der Zweck erreicht war, oder ob noch eine Correction wegen der Nadellänge anzubringen gewesen wäre.

[1]) Rayleigh und Schuster, Proc. Royal. Soc. 32. (1881).

Der Spiegel befand sich dicht über dem Magnetsystem.

Die kleinsten Störungen, z. B. das Anstossen mit dem Fingernagel an die den Magnet umgebende Büchse, lenkten den Magnet ab. Rayleigh (a. a. O. S. 110) schreibt dies Luftströmungen zu und theilt einen Versuch mit, nach dem eine drehbare Scheibe sich senkrecht zu einem periodischen Luftstrom zu stellen strebt. Bei schnellerer Drehung der geöffneten Rolle traten heftige Schwankungen auf (a. a. O. S. 110). In der Rotation der Rolle ist ein Grund zu periodischen Erschütterungen gegeben; ob die verursachten Luftbewegungen die Ablenkung vergrössern oder verkleinern, lässt sich nicht sagen, da man nicht weiss, in welchem Sinne die Luftbewegungen hauptsächlich verlaufen, ob von vorn nach hinten oder von rechts nach links. Wie leicht ersichtlich, wird diese Fehlerquelle durch Combination von Versuchen mit entgegengesetzter Rotation nicht beseitigt. Mir scheint hier der hauptsächlichste Grund eines Bedenkens zu liegen.

Der Coefficient der Selbstinduction (a. a. O. S. 115—119) ergab sich durch Rechnung = 4,51448 . 10^7 *cm* und durch Versuche mit der Wheatstone'schen Brücke etwa = 4,50 . 10^7 *cm*, in guter Uebereinstimmung. Auch derjenige Werth, welcher am besten geeignet war, die mit verschiedenen Rotationsgeschwindigkeiten angestellten Versuche in Einklang zu bringen (4,54 . 10^7), unterschied sich von beiden nur wenig. Hiermit war diese Schwierigkeit in zufriedenstellender Weise erledigt.

Die rotirende Rolle ging nahe an dem Gestell vorbei, und es war zu befürchten, dass hierbei merkliche Ströme inducirt werden könnten, da das Gestell eine zusammenhängende Metallmasse von erheblichem Querschnitt bildete. Es wurden daher Isolirstücke eingesetzt, welche, um eine Probe auf den früher vorhandenen Einfluss zu machen, durch Contacte überbrückt werden konnten. Hierdurch wurde eine Aenderung von 0,86 auf 516 Scalentheile hervorgebracht.

Rayleigh erörtert noch, ob etwa durch den inducirten Magnetismus in dem Magnetsystem ein merklicher Fehler hätte entstehen können. Nach seiner Angabe würde eine „theoretisch weiche" Eisennadel sich ebenso einstellen, wie ein „theoretisch harter" Magnet (a. a. O. S. 121).

Ich habe meinerseits wenigstens den Einfluss einer Aenderung des longitudinalen Momentes verfolgt, und finde denselben im Verhältniss

$$1 : \frac{H\gamma}{M} \frac{L\omega\varphi}{R},$$

wo L den Coefficienten der Selbstinduction, γ das durch die magnetisirende Kraft 1 inducirte Längsmoment und M das natürliche Moment des Magnets bedeutet.

Der grösste Werth von ω war etwa 33,3 und dann φ nahe $= 0,1$ (absol.), $L = 4,5 \,.\, 10^7$ und $R = 4,5 \,.\, 10^9$. Setze ich noch $H\gamma / M = 0,0014$ (meinen Untersuchungen entsprechend), so ergiebt sich:

$$1 : 0,00005,$$

ist also zu vernachlässigen.

Die Continuität des Rahmens, auf welchen der Draht aufgewunden war, war durch je ein Isolirstück an den Enden eines horizontalen Durchmessers unterbrochen. Dies genügte in der That, um Ströme im Rahmen, welche bei Rotation hätten auftreten können, nicht in merklicher Weise zur Entwickelung gelangen zu lassen (a. a. O. S. 110).

Die Verfasser bestimmten den Umfang der Rolle für jede Lage beim Abwickeln. Nach ihrer Angabe (a. a. O. S. 127) war jedoch die Beschaffenheit der Drahtwindungen in Folge von Knicken im Draht mangelhaft, und sie vermuthen eine Unterschätzung des mittleren Rollendurchmessers. Ist a der mittlere Radius, so ist F in erster Näherung $n \pi a^2$ (n = Windungszahl), $G = 2 n \pi / a$; somit wäre R zu gross, der Werth des *Ohm* als *Hg*-Säule zu klein gefunden worden. In gleichem Sinne würde mangelhafte Isolation des Drahtes wirken.

Als Resultat wird angegeben:

1 B. A. U. = 0,9893 *Ohm*.

Setze ich nach meiner Umrechnung der Bestimmung von Rayleigh:

1 *m Hg* (Rayleigh-*D*) = 0,95378 B. A. U.,

so folgt:

1 *Ohm* = 1,0598 *m Hg* (Rayleigh-*D*).

Die Benutzung des Resultates von Glazebrook und Fitzpatrick

1 *m Hg* (Glazebrook und Fitzpatrick) = 0,95352 B. A. U.

würde führen auf:

1 *Ohm* = 1,0601 *m Hg* (Glazebrook und Fitzpatrick).

Wegen der möglichen Fehler in Folge von Luftströmungen, Unsicherheit des Radius und mangelhafter Isolation wird diesen Zahlen kein grosses Vertrauen geschenkt werden können.

b. Rayleigh 1882.[1])

Auf Grund der vorstehend besprochenen Arbeit liess Rayleigh einen im Verhältniss 3 : 2 vergrösserten Apparat construiren.

Die Ständer des Gestells blieben von der rotirenden Rolle weiter entfernt und waren mit Isolirstücken unterbrochen, so dass von Strömen im Gestell hier keine Störung zu befürchten war.

[1]) Rayleigh, Phil. Trans. **173**. (1882).

Das Moment des Magnetsystems konnte wegen der grösseren Drahtwindungen hier 6—7 mal grösser gemacht werden; ferner war eine günstigere Form des Spiegels (er war schmal) und eine weitere Büchse um das Magnetsystem gewählt. Hierdurch sind auch die Luftströmungen unschädlich gemacht.

Um grössere Stabilität der Drahtwindungen zu erreichen, wurde der Rahmen aus einem sehr massiven Messingringe gebildet, der nach einem horizontalen Durchmesser in zwei Theile geschnitten und nach Einfügung von Isolirmaterial wieder zusammengesetzt wurde. Die Vermehrung der Metallmasse hatte aber eine Ablenkung bei Drehung mit geöffnetem Multiplicator zur Folge. Dass hierbei nicht etwa eine mangelhafte Isolation des (dreifach mit Seide besponnenen) Drahtes betheiligt war, geht daraus hervor, dass nach Abnahme des Drahtes genau die gleichen Ablenkungen erhalten wurden (a. a. O. S. 695). Die Ströme im Metall verliefen nach einem besonderen Versuche (a. a. O. S. 663) zum weitaus überwiegenden Theile in einer zu den Drahtwindungen senkrechten Ebene, sollten also zu dem Strome in den Drahtwindungen „conjugirt" sein, d. h. es sollte keinerlei gegenseitige Beeinflussung durch Induction stattfinden. Rayleigh hat eine Theorie mit Berücksichtigung dieser „Ringströme" ausgearbeitet (a. a. O. S. 675 ff.).

Der Coefficient der Selbstinduction war nach den Dimensionen

$$L = 2{,}400 \;.\; 10^8 \; cm,$$

nach einer empirischen Bestimmung

$$L = 2{,}4028 \;.\; 10^8 \; cm.$$

Auch nach Einführung dieser gut übereinstimmenden Werthe und mit Berücksichtigung der Ringströme ergaben sich nach Anbringung aller Reductionen doch Werthe des absoluten Widerstandes, welche mit wachsender Geschwindigkeit zunahmen (von 23,619 bis 23,638).

Rayleigh erklärt dies daraus, dass die Ringströme nicht ganz conjugirt zu den Strömen in den Windungen gewesen seien, und giebt an, eine Theorie durchgeführt zu haben, nach welcher ein dem Quadrate der Geschwindigkeit proportionaler Einfluss folgt.

Ich habe diese Theorie auch meinerseits entwickelt und die Angabe von Rayleigh bestätigt gefunden.

Die Correction kann natürlich nur empirisch durch Vergleichung der Werthe für die verschiedenen Geschwindigkeiten erhalten werden; praktisch kommt dies auf eine Bestimmung des Coefficienten der Selbstinduction aus den Beobachtungen mit verschiedenen Geschwindigkeiten heraus.

Der corrigirte Werth sinkt hierdurch auf 23,612; die Resultate bei den verschiedenen Geschwindigkeiten stimmen nun sehr gut überein.

Bezüglich des inducirten Magnetismus sind hier die Verhältnisse noch etwas günstiger, als bei der orientirenden Untersuchung. Der Einfluss erreicht in maximo 0,00003 und wird bei jener oben erwähnten empirischen Eliminirung von Einflüssen, die mit ω^2 proportional sind, mit herausgeschafft.

Als mittlerer Radius wurde beim Aufwinden des Drahtes aus dem Umfang der einzelnen Lagen gefunden

	23,625 *cm*,
beim Abwickeln	23,616 *cm*,
in Rechnung gesetzt ist	23,619 *cm*.

Das Endresultat ist:

1 B. A. U. = 0,98651 *Ohm*,

woraus wie oben (S. 344)

1 *Ohm* = 1,06280 (*m Hg* Rayleigh-*D*)
1 *Ohm* = 1,06309 (*m Hg* Glazebrook und Fitzpatrick)
1 *Ohm* = †1,06316 (*m Hg* Glazebrook und Fitzpatrick-*D*).

Ich möchte aber hier hervorheben, dass es rationeller erscheint, die Messungen der Engländer aus dem Anfang der achtziger Jahre mit der zeitlich benachbarten Beziehung der B. A. U. durch Rayleigh zur Quecksilbereinheit zu combiniren.

c. Heinrich Weber 1882.[1])

Heinrich Weber legt die Rotationsaxe horizontal und dreht den ganzen Inductor während der Rotation so, dass die Rotationsaxe mit der Axe des abgelenkten Magnets merklich zusammenfällt.

Hierdurch wird der inducirende Einfluss des Magnets vermieden; doch hat Weber einen so grossen Magnet benutzt (10 *cm* lang), dass möglichenfalls schon das inducirte Quermoment zu Störungen Veranlassung giebt.

Der Ausdruck für den absoluten Widerstand des Inductors erhält nun die Tangente der erdmagnetischen Inclination als Factor.

Weber bestimmt dieselbe nicht jedesmal, sondern stellt gesondert von den Hauptbeobachtungen vier besondere Messungen mit Hilfe eines Erdinductors an, deren Resultate von 66° 40′ 35″ bis 66° 36′ 34″ schwanken.

Näheres wird über diese Beobachtungen nicht mitgetheilt; insbesondere auch nicht gesagt, dass die von K. Schering[2]) als nothwendig erkannte Correction wegen Veränderlichkeit der Galvanometerfunction des benutzten Multiplicators angebracht ist. Eine Vernachlässigung dieser Correction (und diese liegt jedenfalls vor) hat zur Folge, dass man die In-

[1]) Heinrich Weber, Der Rotationsinductor (1882).
[2]) Schering, Wied. Ann. 9, S. 452. (1880).

clination zu gross erhält, also ebenso R, woher der Werth des *Ohm* als Quecksilbersäule zu klein ausfällt. Nach den von Schering mitgetheilten Beispielen (a. a. O. S. 477 ff.) kann der Fehler 3' betragen haben, was das *Ohm* um 0,0024 seines Werthes zu klein herauskommen lässt.

Den Coefficienten der Selbstinduction berechnet Weber zu $2{,}8751 \cdot 10^8$ *mm* und giebt als Resultat seiner experimentellen Bestimmung $2{,}259 \cdot 10^8$ *mm*, welchen letzteren Werth er bei der Berechnung der Beobachtungen verwerthet. Stefan[1]) hat aber nachgewiesen, dass aus den Dimensionen folgt $2{,}077 \cdot 10^8$ *mm*, und dass eine richtige Berechnung der Versuche von Weber auf $2{,}149 \cdot 10^8$ *mm* führt.

Die jedenfalls vorliegende Ueberschätzung des Selbstinductionscoefficienten führt zu einem grossen Werthe des *Ohm*, compensirt also den vorigen Fehler zum Theil.

Der Widerstand des Inductors wurde mit einem B. A. U.-Etalon verglichen, über dessen Verification nichts mitgetheilt ist. Trotz der sehr erheblichen Selbstinduction des Inductors erfolgte die Vergleichung mit Hilfe eines Differentialgalvanometers und eines Magnetinductors als Stromquelle, wobei natürlich die Selbstinduction einen sehr erheblichen störenden Einfluss ausüben musste.

Die Rotation erfolgte mit der Hand und nur mit einer einzigen Geschwindigkeit, so dass jede Controle fehlt, ob die Correctionen in ausreichender Weise angebracht sind.

Das Ergebniss entgegengesetzter Drehungen unterschied sich etwa um $^1/_2$ Procent; die Ursache ist nicht aufgeklärt; auch die Mittel der vier Reihen schwanken von 0,9863 bis 0,9893, also um $^1/_3$ Procent.

Als Hauptmittel wird angegeben:

$$1 \text{ B. A. U.} = 0{,}9877 \; Ohm,$$

woraus (mit Benutzung von 1 *m Hg* (Rayleigh-*D*) = 0,95378 B. A. U.) folgen würde:

$$1 \; Ohm = 1{,}0615 \; m \; Hg \text{ (Rayleigh-}D\text{)}.$$

Mit Rücksicht auf die vorstehenden Erörterungen wird man diesem Resultate kein besonderes Gewicht beilegen.

6. Methode von Lippmann.[2])

Ausgeführt von Wuilleumier.[3])

Ich muss mich darauf beschränken, diejenigen Punkte hervorzuheben, welche zu Bedenken Veranlassung geben können.

---

[1]) Stefan, Sitzungsbericht der Wiener Acad. 88, II. Abth. (1883).
[2]) Lippmann, Comptes rendus, 95, S. 1348. (1882).
[3]) Wuilleumier, Journal de physique (II) 9, S. 220 (1890).

Die Schwingungsdauer der Stimmgabel wurde nach den eigentlichen Versuchen ermittelt, indem man dieselbe auf einem Marey'schen Pantographen ihre Schwingungen aufzeichnen liess.

Durch die Reibung könnte die Schwingung etwas verlangsamt sein; dies würde bedingen, dass der Werth des *Ohm* als Quecksilbersäule zu verkleinern wäre.

Als Temperaturcoefficient des Widerstandes des Quecksilbers ist der zu kleine Werth von Mascart, de Nerville und Benoît angesetzt worden. Welche Temperatur die Quecksilber-Widerstände bei der Vergleichung mit dem Neusilberband hatten, ist nicht ersichtlich; führt man den Werth von Guillaume (vergl. S. 270) ein, so wäre eine Vergrösserung der das *Ohm* darstellenden *Hg*-Säule um 0,000105 erforderlich, wenn bei 10° beobachtet wurde, und um 0,000197°, wenn die Temperatur 20° war.

Das Magnetfeld des Solenoids ist unter der Annahme genau gleichen Abstandes der Windungen berechnet, und dieser Abstand aus Abmessung von je 225 Windungen beiderseits von der Mitte bestimmt worden. Es bleibt hier der gelegentlich der Messungen von Lorenz erörterte Zweifel bestehen, da ja die Wirkung hauptsächlich von den mittleren Windungen abhängt.

Dass der von Brillouin erhobene Einwand wegen elektrischer Schwingungen in der rotirenden Rolle bedeutungslos ist, geht aus der Polemik zwischen Brillouin und Lippmann[1]) hervor.

Der Werth von Wuilleumier

$$1\ Ohm = 1{,}06267\ (m\ Hg\ \text{Benoît})$$

dürfte zu vergrössern sein, etwa auf 1,0628 bis 1,0629.

III. Zusammenfassung der Resultate.

Die Ergebnisse der vorstehenden Erörterungen sind in der Tabelle III zusammengefasst.

Betrachtet man die letzte Spalte der Tabelle III, so lässt sich eine Tendenz der einzelnen Beobachtungsmethoden, durchgängig Abweichungen in bestimmtem Sinne zu geben, kaum erkennen.

Bei der Dämpfungsmethode kommen kleinere Werthe vor, bei der Lorenz'schen Methode hohe Werthe. Dies hat vielleicht einen gemeinsamen Grund, nämlich den inducirten Magnetismus in den Apparaten.

Da die sonst mit guten Hilfsmitteln und sorgfältig ausgeführte Arbeit von Wild einen offenbar zu niedrigen Werth giebt, und hier ein starker Eisengehalt der Apparate vorlag, so liegt die Vermuthung nahe, dass für

[1]) Comptes rendus 98, 94.

die Dämpfungsmethode der Eisengehalt das Resultat herabsetzt (vergl. S. 295).

[Andererseits zeigt z. B. die Beobachtung von Himstedt S. 339, dass unter anderen Umständen zu hohe Werthe auftreten können.]

Isolationsfehler haben im allgemeinen ein Sinken des Endwerthes (*Ohm* als *Hg*-Säule) zur Folge; doch würde es voreilig sein, deswegen die hohen Werthe einseitig zu bevorzugen.

Leider knüpft sich gerade an einige der besten Messungen ein Zweifel. Die in Cambridge angestellten Untersuchungen geben zunächst den Werth der B. A. U., wie er im Anfang der achtziger Jahre war, in absolutem Maasse. Glazebrook hat gezeigt, dass der etwa gleichzeitig von Rayleigh gemachte Versuch, die Beziehung der B. A. U. zur Quecksilbereinheit festzustellen, einen Fehler wegen der von 0° abweichenden Temperatur in den Endgefässen enthält.

In England ist man geneigt, jetzt einfach den 1888 von Glazebrook und Fitzpatrick ermittelten Werth der B. A. U. mit jenen z. T. 6—7 Jahre zurückliegenden Beobachtungen zu combiniren. Dies involvirt eine durch nichts bewiesene Voraussetzung, dass nämlich die Drähte, deren Mittel die B. A. U. darstellt, in dieser Zeit ihren Widerstand nicht geändert haben.

Ich habe daher in Tabelle III die Umrechnung der Resultate einmal mit dem von mir verbesserten Werthe von Rayleigh und sodann mit dem Werthe von Glazebrook und Fitzpatrick ausgeführt. Die auf ersterem Wege gewonnenen Werthe halte ich für wahrscheinlicher.

Die beiden Beobachtungsreihen von Kohlrausch zeigen eine sehr erhebliche Differenz, und es kommt darauf an, welches Gewicht man der ersten gegenüber der zweiten beilegen will. Kohlrausch selbst schreibt mir: „ich hätte nichts dagegen, wenn Jemand die Gewichte 1 : 5 nehmen wollte". Aus früher erörterten Gründen möchte ich noch weiter gehen und die erste Reihe gegenüber der zweiten ganz unterdrücken.

Auf einen Umstand möchte ich noch zurückkommen: diejenigen Messungen, bei denen die höchste Sorgfalt auf Beseitigung magnetischer Einflüsse (Eisengehalt der Apparate) verwendet war, liefern etwas niedrigere Werthe (Kohlrausch, Dorn, Himstedt).

Ich schreite nun dazu, Mittelwerthe zu bilden. Hierbei will ich allen Beobachtungen gleiches Gewicht beilegen, ausser solchen, deren Minderwerthigkeit auf der Hand liegt, und die ich mit halbem Gewichte in Rechnung setze. Hierzu rechne ich die Beobachtungen von Wild (wegen des Eisengehaltes im Multiplicator), Duncan, Hutchinson und Wilkes, sowie Mascart, de Nerville, Benoît (wegen der grossen Abweichung der Einzelwerthe) und endlich setze ich hierher Kimball 1883.

Tabelle III.

Autor	Widerstands-Etalon	Resultat des Autors
		1. Methode der
a) Wild 1884	Siemens & Halske 1882/85	1 *Ohm* = 1,06027 *m Hg*
b) F. Kohlrausch 1888	Normalröhren Strecker-Kohlrausch	Reihe 1: 1,06405 *m Hg* „ 2: 1,06274 „ „
c) Dorn 1889	Normalröhren Strecker-Kohlrausch	1 *Ohm* = 1,06243 *m Hg*
		2. Erdinductor und Galvano-
Wiedemann 1885	Siemens & Halske 1882/85 und eigene Normalröhre	1 *Ohm* = 1,06265 *m Hg*
		3. Methode
a) Lorenz 1885	Normalröhren Lorenz	1 *Ohm* = 1,0593 *m Hg*
b) Rayleigh & Sidgwick 1883	B. A. U.	1 B. A. U. = 0,98677 *Ohm* 1 *Ohm* = 1,06214 *m Hg* (Rayleigh)
c) Rowland, Kimball, Duncan 1884	.	.
Rowland 1887	.	1 *Ohm* = 1,0632 *m Hg* (Rowland)
d) Duncan, Wilkes, Hutchinson 1889	Normalröhren von Hutchinson & Wilkes	1 B. A. U. = 0,9863 *Ohm* 1 *Ohm* = 1,0634 *m Hg* (Hutchinson & Wilkes)
e) Jones 1890	Quecksilbertrog von Jones	1 *Ohm* = 1,06307 *m Hg*

Tabelle III.

1 *Ohm* = *m/mm² Hg* 0°	Correctionen und Fehlerquellen	Corrigirtes Endergebniss
Dämpfung (Weber III).		
1,06027 (Siemens & Halske 1882/85)	+ 0,00165 (bez. 0,00149) inducirter Magnetismus. +? Starker Eisengehalt des Multiplicators.	1,06192 (1,06176) *m Hg* (Siemens & Halske 1882/85)
1,0632 (Kohlrausch)	Reihe 1: — ? Unsicherheit des log. Decrem. Beide Reihen: † — 0,00003 Masse des Quecksilbers in der Röhre.	† 1,06315 *m Hg* (Kohlrausch-*D*) 2 Reihe allein: † 1,06271
1,06243 (Kohlrausch)	† + 0,00015 Ausdehnung des Quecksilbers.	† 1,06245 *m Hg* (Kohlrausch-*D*)
meter grosser Dimension (Weber I).		
1,06265 (Siemens & Halske und Wiedemann)	— etwa 0,001 wegen Polabstand des Magnets. + ? wegen fehlerhafter Formel für Berücksichtigung der Dauer der Drehung des Inductors. ? verschiedene weitere Fehlerquellen. [Durch A. Peter unter meiner Mitwirkung neu berechnet.]	. 1,06249 *m Hg* (Siemens & Halske 1882/85 und Wiedemann).
von Lorenz.		
1,0593 (Lorenz)	+ ? mangelhafte Isolation!! ? Magnetismus der Apparate.	?
1,06214 (Rayleigh)	+ 0,00038 bez. † 0,00074 wegen Beziehung der B. A. U. zur Quecksilbereinheit. + 0,00003 wegen Inductionscoefficient. ? Magnetismus der Apparate.	1,06255 *m Hg* (Rayleigh-*D*) † 1,06291 *m Hg* (Glazebrook u. Fitzpatrick-*D*)
1,0629 (—)	.	* 1,0629
1,0632 (Rowland)	.	* 1,0632 *m Hg* (Rowland)
1,0634 (Hutchinson & Wilkes)	+ 0,00012 wegen Quecksilbereinheit. ? Magnetismus der Apparate. ? Geringe Uebereinstimmung der Einzelbeobachtungen.	1,06352 *m Hg* (Hutchinson & Wilkes-*D*)
1,06307 (Jones)	[+ 0,00021 wegen Temperaturcoefficient.] ? Formänderung des Quecksilbertroges. Wahrscheinlicher die 3 ersten Reihen.	[1,06328 *m Hg* (Jones) 1,06302 *m Hg* (Jones)]

Tabelle III.

Autor	Widerstands-Etalon	Resultat des Autors
		4. Methode
a) Glazebrook, Dodds, Sargant 1883	B. A. U.	1 B. A. U. = 0,98665
b) Mascart, de Nerville, Benoit 1884	Normalröhren Mascart, de Nerville, Benoit B. A. U.	1 *Ohm* = 1,0630 *m Hg*
c) Himstedt 1886	Siemens & Halske 1885/89	1 *Ohm* zwischen 1,0601 u. 1,0616 Siemens-Einheiten
1894	Normalröhren von Passavant	1 *Ohm* = 1,06282 *m Hg* (Passavant)
d) Röiti 1884	B. A. U. Siemens & Halske Strecker	1 *Ohm* = 1,05896 (*m Hg* ?)
e) Rowland 1878	B. A. U.	1 B A. U. = 0,9911 *Ohm*
Kimball 1883	?	1 *Ohm* = 1,0625 *m Hg*
Rowland & Kimball 1884	?	1 *Ohm* = 1,0631 *m Hg*
		5. Weber's Methode
a) Rayleigh & Schuster 1881	B. A. U.	1 B. A. U. = 0,9893 *Ohm*
b) Rayleigh 1882	B. A. U.	1 B. A. U. = 0,98651 *Ohm*
c) H. Weber 1882	B. A. U.	1 B. A. U = 0,9877 *Ohm*
		6. Methode
Wuilleumier 1890	Normale von Benoit	1 *Ohm* = 1,06267 *m Hg*

Es bedeutet + ?, dass der Werth des *Ohm* als Quecksilbersäule um einen nicht näher angebbaren Betrag zu vergrössern, — ?: zu verkleinern ist. ? bedeutet eine wahrscheinlich vorhandene Fehlerquelle, für welche der Sinn des Einflusses sich nicht feststellen lässt.

Tabelle III.

1 *Ohm* = *m*/*mm*² *Hg* 0°	Correctionen und Fehlerquellen	Corrigirtes Endergebniss
von Kirchhoff.		
.	— ? Magnetismus der Apparate.	1,06265 *m Hg* (Rayleigh-*D*) † 1,06301 *m Hg* (Glazebrook & Fitzpatrick-*D*)
1 *Ohm* = 1,0630 *m Hg* (Mascart, de Nerville, Benoit)	— ? wegen Unterschätzung der Drahtlänge. ? Widerstandsverhältniss der Stromverzweigung. — 0,00007 wegen Quecksilbereinheit. Die Einzelbeobachtungen differiren sehr stark! (Die nach Weber's Methode angestellten Beobachtungen werden von den Verfassern selbst verworfen.)	1,06293 *m Hg* (Mascart, de Nerville, Benoit-*D*)
1 *Ohm* = 1,0601 bis 1,0616 *m Hg* (Siemens & Halske 1885/89)	+ ? wegen Unsicherheit der Siemens'schen Doseneinheiten.	?
1,06282 *m Hg* (Passavant)	— 0,00002 wegen Quecksilbereinheit.	1,06280 *m Hg* (Passavant-*D*)
1,05896 *m Hg*?	[? unbekannte Fehlerquelle.]	?
.	+ ? wegen Mangels einer authentischen B. A. U. (Spätere Angabe 1 *Ohm* = 1,0616 *m Hg*).	?
.	.	* 1,0625 *m Hg*
.	.	* 1,0631 *m Hg*
der rotirenden Rolle.		
1,0598 (*m Hg* Rayleigh-*D*) 1,0601 *m Hg* (Glazebrook & Fitzpatrick)	? Luftströmungen im Magnetgehäuse. + ? Ueberschätzung des mittleren Rollendurchmessers. + ? Mangelhafte Isolation?	?
1,06280 *m Hg* (Rayleigh-*D*) ,06316 *m Hg* (Glazebrook & Fitzpatrick-*D*)	? Magnetismus der Apparate.	1,06280 *m Hg* (Rayleigh-*D*) † 1,06316 *m Hg* (Glazebrook & Fitzpatrick-*D*)
1,0615 *m Hg* (Rayleigh-*D*)	+ ? wegen mangelhafter Bestimmung der Inclination. — ? wegen fehlerhaften Coefficienten der Selbstinduction. (Der erstere Fehler dürfte ca. 0,002 betragen und daher überwiegen).	?
on Lippmann.		
1,06267 *m Hg* (Benoit)	— ? wegen Schwingungsdauer der Stimmgabel. + ? wegen Temperaturcoefficienten des *Hg*-Widerstandes. ? Ungleichmässigkeit der Solenoidwindungen.	etwa 1,06285 *m Hg* (Benoit)

? in der letzten Spalte besagt, dass die Unsicherheit zu erheblich ist, um einen Werth als wahrscheinlich zeichnen zu können.

* in der letzten Spalte bedeutet, dass mir das Original nicht zugänglich ist.

Den Arbeiten von Rowland, ausser der ersten, lege ich, obwohl ich sie mir nicht habe verschaffen können, volles Gewicht bei

Die Beobachtungen mit halbem Gewicht liefern:

Wild	1,06192
Duncan, Wilkes, Hutchinson	1,06352
Mascart, de Nerville, Benoit	1,06293
Kimball (1883)	1,06250
Mittel	1,06272

Bei der Zusammenstellung der Resultate mit vollem Gewicht nehme ich in den unentschiedenen Fällen (Beobachtungen in Cambridge, Jones, Wuilleumier) zunächst die kleineren Werthe:

Kohlrausch	† 1,06271
Dorn	† 1,06245
Rayleigh und Sidgwick . . .	1,06255
Rowland, Kimball, Duncan .	1,06290
Rowland 1887	1,06320
Jones	† 1,06302
Glazebrook, Dodds, Sargant .	1,06265
Himstedt	† 1,06280
Rowland und Kimball . . .	1,06310
Rayleigh	1,06280
Wuilleumier	1,06267
Mittel	† 1,06280

Als Hauptmittel ergiebt sich mit Berücksichtigung der Gewichte:

$$1{,}06279 \pm 0{,}00023.$$

Wenn ich andererseits die höheren Werthe ansetze, so ergiebt sich die Zusammenstellung:

Kohlrausch	† 1,06271
Dorn	† 1,06245
Rayleigh uud Sidgwick . . .	† 1,06291
Rowland, Kimball, Duncan .	1,06290
Rowland 1887	1,06320
Jones	† 1,06328
Glazebrook, Dodds, Sargant .	† 1,06301
Himstedt	† 1,06280
Rowland, Kimball	1,06310
Rayleigh	† 1,06316
Wuilleumier	1,06285
Mittel	† 1,06294

Unter Hinzunahme der Beobachtungen mit halbem Gewicht folgt das Hauptmittel

$$† 1,06290 \pm 0,00024.$$

Es ist schwer zu entscheiden, welchem Werthe man die grössere Wahrscheinlichkeit zusprechen soll.

Man wird einstweilen

$$† 1,0628_5$$

als dem wahren Werthe sehr nahe kommend ansehen dürfen, und, wenn es sich um die Wahl zwischen 1,062 und 1,063 handelt, jedenfalls

1,063

vorziehen.[1])

Die Untersuchungen von H. F. Weber (Zürich 1877 u. 1884).

In der gegebenen Zusammenstellung sind die Untersuchungen von H. F. Weber in Zürich, welche weit abweichende Werthe liefern, noch nicht berücksichtigt.

In seiner ersten Arbeit (a. a. O. S. 46) giebt H. F. Weber an:

1 S.-E. = 0,9545 *Ohm* (Magnetoinduction)
= 0,9554 „ (Voltainduction)
= 0,9550 „ (Stromwärme)
Mittel: 0,9550 *Ohm*.

Er sagt dann: „Das allgemeine Mittel

$$1 \text{ S.-E.} = 0,9550 \times 10^{10} \ (mm/sec)$$

ist nur um ½ Procent grösser als das von den Hrn. Maxwell, Jenkin und Stewart gefundene Resultat". In der zweiten Veröffentlichung erfolgt aber eine Correctur der Zahl 0,9550 in 0,9529 (a. a. O. S. 9).

Weitere Messungen nach Kirchhoff's Methode aus den Jahren 1880/82 führen auf 0,9500, und endlich wird 1883/84 mit einem in grossen Dimensionen ausgeführten Apparate nach derselben Methode 0,9496 erhalten.

Hiernach wäre

$$1 \ Ohm = 1,0531 \ m \ Hg,$$

also um nahe 1 Procent von dem wahrscheinlichsten Werthe anderer Messungen abweichend.

In den sämmtlichen Mittheilungen Weber's sind fast nur Resultate gegeben, und es ist daher keine Möglichkeit einer eingehenden Prüfung seiner Messungen vorhanden.

Ich habe mir viele Mühe gegeben, auf Grund der spärlichen gebotenen Anhaltspunkte die Ursache der Differenz aufzuklären, aber vergeblich. Ein-

[1]) [Der Inhalt einer früher hierher gesetzten Anmerkung ist bereits S. 280 ff. verwerthet. Im ersten Abdruck waren die Mittel der Werthe mit vollem Gewicht 1,06275 bez. 1,06292, die Hauptmittel 1,06274 bez. 1,06289.]

zelne Inductionscoefficienten habe ich nach anderer Methode nachgerechnet und richtig gefunden.

Da dasselbe Resultat bei Weber für verschiedene Apparate folgt, so möchte man einen Fehler in den gemeinsamen Operationen, z. B. in der Beziehung der Widerstände auf die Etalons vermuthen. Zu einer Prüfung dieser Vermuthung liegt aber kein Material vor.

Einen Punkt möchte ich aber noch hervorheben: Die Uebereinstimmung des aus der Stromwärme gefundenen Werthes mit den übrigen spricht gegen die Richtigkeit von Weber's Messungen. Denn, wie Dieterici treffend hervorgehoben hat, besitzt ein stromdurchflossener Draht eine höhere Temperatur als die Flüssigkeit, in welche er eingetaucht ist, so dass man einen zu hohen Werth des absoluten Widerstandes, also eine zu kurze Quecksilbersäule für das *Ohm* erhält.

Die calorimetrischen Messungen für das Arbeitsäquivalent der Wärme besitzen lange nicht die Genauigkeit der elektrischen Messungen, man wird daher nicht das *Ohm* aus dem Arbeitsäquivalent der Wärme, sondern umgekehrt dieses aus dem Ohm bestimmen. Ich habe deswegen auch auf die Untersuchungen von Joule in meiner obigen Zusammenstellung keinen Bezug genommen.

Man wird Weber's Untersuchungen so lange unberücksichtigt lassen müssen, bis eine ausführliche Mittheilung vorliegt, zu welcher das abweichende Ergebniss eine um so dringendere Veranlassung bieten sollte.

Schlussbemerkung.

Die Uebereinstimmung derjenigen Resultate für das *Ohm*, welche nach meiner Kritik zu erheblichen Einwänden nicht Veranlassung geben, muss eine ziemlich befriedigende genannt werden.

Die Differenzen übersteigen nicht das Maass dessen, was nach den Beobachtungsfehlern und in Folge bekannter störender Ursachen (Magnetismus der Apparate z. B.) erwartet werden darf.

Wir werden darin eine Gewähr dafür erblicken dürfen, dass die für das vorliegende Gebiet maassgebenden Naturgesetze uns hinreichend bekannt sind. Dies wird auch von dem weiteren, insbesondere durch Hertz uns erschlossenen Standpunkte aus wahrscheinlich.

ZUR BESTIMMUNG

DER

CALIBERCORRECTION

FÜR

ELEKTRISCHE WIDERSTANDSROHRE

EINE KRITISCHE STUDIE

VON

A. LEMAN

Fasst man den lichten Querschnitt eines annähernd cylindrischen Rohres als Function seiner Entfernung x von einem beliebig gewählten Anfangspunkte auf und bezeichnet ihn dementsprechend mit $q(x)$, ferner mit $V(x)$ und $W(x)$ das Volumen, bez. den absoluten Widerstand zwischen den beiden Querschnitten $q(0)$ und $q(x)$, so ist

$$V(x) = \int_0^x q(x)\, d x, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 1)$$

und unter der Voraussetzung, dass die Veränderlichkeit des Querschnittes hinreichend gering ist, um ihn stets als Niveaufläche ansehen zu können,

$$W(x) = \int_0^x \frac{d x}{q(x)}. \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 2)$$

Sei nunmehr $\frac{v}{\lambda}$ ein Bruch von zunächst noch unbestimmtem, aber constantem Werthe, über dessen Zähler und Nenner später in geeigneter Weise verfügt werden wird, und

$$\varphi(x) = x - \frac{\lambda}{v} V(x), \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 3)$$

$$\psi(x) = \frac{v}{\lambda} W(x) - \big(x + \varphi(x)\big), \quad \ldots \ldots \ldots \quad 4)$$

so erhält man durch Elimination von $\frac{v}{\lambda}$ aus 3) und 4)

$$W(x) = \frac{x^2}{V(x)} \left\{ 1 + \frac{\psi(x)}{x} - \frac{\varphi(x)}{x} \left(\frac{\varphi(x)}{x} + \frac{\psi(x)}{x} \right) \right\}.$$

Legt man jetzt den Ursprung der x in den Querschnitt durch eine Marke in der Nähe der einen Endfläche, nennt den Abstand zwischen dieser Marke und einer entsprechenden in der Nähe der anderen Endfläche L und bezeichnet zur Abkürzung mit V, W, μ und ν die Werthe, welche $V(x)$, $W(x)$ durch Erstreckung der in 1) und 2) angedeuteten Integrationen bis $x = L$ erhalten, bez. $\frac{\varphi(x)}{x}$ und $\frac{\psi(x)}{x}$ für $x = L$ annehmen, so wird

$$W = \frac{L^2}{V} \left\{ 1 + \nu - \mu(\mu + \nu) \right\}.$$

Nun ist $\frac{L^2}{V}$ der absolute Widerstand, den das Rohr für die Länge L und das Volumen V zwischen den beiden Marken besitzen würde, wenn es vollständig cylindrisch, sein Querschnitt also unveränderlich wäre; nennt man denselben W_0, so wird

$$W = W_0 (1 + C),$$

wo

$$C = \nu - \mu(\mu + \nu) = \nu - \mu^2 - \nu\mu \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 5)$$

gewöhnlich als die Calibercorrection bezeichnet zu werden pflegt.

Es sei jetzt $v(x)$ das veränderliche Volumen zwischen zwei Querschnitten, deren Entfernungen vom Anfangspunkte bez. $x - \frac{\lambda}{2}$ und $x + \frac{\lambda}{2}$ sind, so ist

$$\varphi(x + \tfrac{\lambda}{2}) = x + \tfrac{\lambda}{2} - \tfrac{\lambda}{v} V(x + \tfrac{\lambda}{2}),$$

$$\varphi(x - \tfrac{\lambda}{2}) = x - \tfrac{\lambda}{2} - \tfrac{\lambda}{v} V(x - \tfrac{\lambda}{2}),$$

daher

$$\varphi(x + \tfrac{\lambda}{2}) - \varphi(x - \tfrac{\lambda}{2}) = \lambda - \tfrac{\lambda}{v} v(x).$$

Setzt man jetzt

$$\frac{\varphi(x + \frac{\lambda}{2}) - \varphi(x - \frac{\lambda}{2})}{\lambda} = \varphi'_\lambda(x),$$

so folgt

$$\varphi'_\lambda(x) = 1 - \frac{v(x)}{v}. \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 6)$$

Die durch $\varphi'_\lambda(x)$ definirte Function besitzt mit der durch Differentiation von $\varphi(x)$ derivirten

$$\varphi'(x) = \frac{d\,\varphi(x)}{d\,x}$$

augenscheinlich eine nahe Verwandtschaft, die sich auch geometrisch leicht deuten lässt. Mit abnehmendem Werthe des Incrementes λ geht sie allmälig in $\varphi'(x)$ über, daher wird der Unterschied der Werthe beider Functionen für ein bestimmtes Argument x auch für endliche Grösse von λ, falls dieselbe eine gewisse Grenze nicht übersteigt, nur gering sein. Auf diesen Umstand gründet sich das im Folgenden entwickelte Verfahren, die obige Grösse C numerisch zu bestimmen.

Man denke sich die ganze Länge L durch eine Reihe von Theilpunkten, welche von dem einen zum anderen Ende fortlaufend gezählt werden sollen, in z gleiche Theile zerlegt, und bezeichne zur Abkürzung die Länge eines solchen Abschnittes $\frac{L}{z}$ mit ω. Dann kann man durch Beobachtung diejenigen speciellen Werthe numerisch bestimmen, welche die als mechanische Derivirte zu bezeichnende Function $\varphi'_\lambda(x)$ für $x = 0, \omega, 2\omega \ldots, z\omega = L$ annimmt, und daraus unter der für das vorliegende Problem selbstverständlichen Voraussetzung, dass $\varphi(x)$ über die ganze Länge des Rohres stetig und endlich

bleibt, wenn ω hinreichend klein gewählt wird, um eine genügende Definition der Function $\varphi(x)$ zu gewähren, auf dem von Hansen[1]) angegebenen Wege die entsprechenden numerischen Werthe der wirklichen mathematischen Derivirten $\varphi'(x = n\omega)$ für $n = 0, 1 \ldots s$ herleiten.

Differentiirt man 3) und 4) und setzt $n\omega$ für x, so kommt

$$\varphi'(n\omega) = 1 - \frac{\lambda}{v}\, q(n\omega), \quad \ldots \ldots \ldots \quad 7)$$

$$\psi'(n\omega) = \frac{v}{\lambda\, q(n\omega)} - \bigl(1 + \varphi'(n\omega)\bigr) = \frac{1}{1 - \varphi'(n\omega)} - \bigl(1 + \varphi'(n\omega)\bigr)$$

$$= \bigl(\varphi'(n\omega)\bigr)^2 + \bigl(\varphi'(n\omega)\bigr)^3 + \ldots, \quad \ldots \ldots \quad 8)$$

wonach sich dann auch die numerischen Werthe von $\psi'(n\omega)$ berechnen lassen.

Durch mechanische Quadratur findet man alsdann $\varphi(n\omega)$ und $\psi(n\omega)$ bez. nach Erstreckung derselben über das Intervall von 0 bis L die Werthe μ und ν, und daraus durch 5) die Calibercorrection C.

Die Ermittelung der numerischen Werthe $\varphi'_\lambda(n\omega)$ wird am bequemsten, wenn man λ mit $r\omega$ identificirt, wo r eine ganze Zahl bedeutet, so dass also jetzt $v(x = n\omega)$ das veränderliche Volumen zwischen den Theilpunkten $n - \frac{r}{2}$ und $n + \frac{r}{2}$ darstellt. Verfügt man endlich über v so, dass diese Grösse das unveränderliche Volumen bedeutet, welches aus dem Lumen des Rohres durch zwei, die Kuppen eines in letzterem beweglichen Quecksilberfadens tangirende Querschnitte herausgetrennt wird, so ist dadurch die eingangs eingeführte Constante $\frac{\lambda}{v}$ vollständig bestimmt.

Der Quecksilberfaden, dessen mittlere Länge man zweckmässig nahe gleich $r\omega$ wählt, wird von einem Ende des Rohres zum andern um je ω fortschreitend, symmetrisch zu je zwei das Intervall $r\omega$ einschliessenden Theilpunkten eingestellt, und jedesmal der Betrag a gemessen, um welchen seine veränderliche Länge dieses Intervall über- oder unterschreitet. Nimmt dieselbe den Werth l_n an, wenn die Enden des Fadens bei den Theilpunkten $n - \frac{r}{2}$ und $n + \frac{r}{2}$ liegen, so wird

$$a_n = l_n - r\omega \quad \ldots \ldots \ldots \quad 9)$$

eine positive oder negative Grösse sein, welche bei annähernd gleichmässigem Caliber des Rohres stets als ziemlich klein im Verhältniss zu $\lambda = r\omega$ vorausgesetzt werden kann.

Nun sei noch q_n die mittlere Querschnittsgrösse des Volumens v bei der betrachteten Stellung des Fadens, so dass also

$$v = l_n\, q_n. \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 10)$$

[1]) Abh. der Kgl. Sächsischen Academie der Wissenschaften, 7.

Da die Grösse a_n bei der Einstellung des Fadens gegen die beiden in Betracht kommenden Theilpunkte auf beide Enden nahe gleichmässig vertheilt wird, so ist bei ihrer Kleinheit und der angenähert cylindrischen Form des Lumens meist ohne merklichen Fehler, jedenfalls aber als erste Annäherung, zu setzen

$$v(n\omega) = v - \frac{a_n}{2}\left(q_{n-\frac{r}{2}} + q_{n+\frac{r}{2}}\right); \quad \ldots \ldots \ldots \quad 11)$$

nach 10) aber ist

$$q_{n\pm\frac{r}{2}} = \frac{v}{l_{n\pm\frac{r}{2}}} = \frac{v}{\lambda + a_{n\pm\frac{r}{2}}}.$$

Daher wird

$$q_{n-\frac{r}{2}} + q_{n+\frac{r}{2}} = v\left\{\frac{1}{\lambda + a_{n-\frac{r}{2}}} + \frac{1}{\lambda + a_{n+\frac{r}{2}}}\right\},$$

und somit, wenn man die Brüche in der Klammer nach Potenzen von $\frac{a_{n\pm\frac{r}{2}}}{\lambda}$ entwickelt und setzt

$$\left.\begin{aligned} b_n &= \frac{1}{2}\left(a_{n-\frac{r}{2}} + a_{n+\frac{r}{2}}\right) \\ c_n &= \frac{1}{2}\left(a^2_{n-\frac{r}{2}} + a^2_{n+\frac{r}{2}}\right) \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \quad 12)$$

u. s. w.

$$v(n\omega) = v\left\{1 - \frac{a_n}{\lambda}\left(1 - \frac{b_n}{\lambda} + \frac{c_n}{\lambda^2} - \ldots\right)\right\},$$

folglich

$$\varphi'_\lambda(n\omega) = 1 - \frac{v(n\omega)}{v} = \frac{a_n}{\lambda} - \frac{a_n b_n}{\lambda^2} + \frac{a_n c_n}{\lambda^3} - \ldots \quad \ldots \quad 13)$$

Bei der praktischen Anwendung dieser Formeln ist jedoch zu unterscheiden, ob r eine gerade oder ungerade Zahl ist. Nach der eingeführten Bezeichnungsweise bedeutet n die Entfernung der Mitte des betrachteten Intervalles vom Anfangspunkte der Zählung; da nun $n \pm \frac{r}{2}$ stets als Ordnungsnummer bestimmter Theilpunkte, also als ganze Zahl aufgefasst wurde, so wird im ersten Falle, r gerade, auch n eine ganze Zahl und wieder als Ordnungsnummer eines Theilpunktes anzusehen sein. Im anderen Falle ist aber unter n eine um $^1/_2$ vermehrte ganze Zahl zu verstehen; will man, was des Folgenden wegen als zweckmässig erscheint, ihre Bedeutung als Ordnungsnummer nicht aufgeben, so muss sie als zur Mitte zwischen dem n^{ten} und dem $n \pm 1^{\text{ten}}$ Theilpunkte gehörend betrachtet werden.

Der principielle Unterschied beider Fälle liegt somit darin, dass im ersten alle durch den Index n bezeichneten Grössen zu den Theilpunkten selbst, im zweiten zu den Mitten der Intervalle gehören. Man kann dann

aber auch hier n wieder den Charakter einer ganzen Zahl verleihen, indem man überall $n + \frac{1}{2}$ für n schreibt, ein Hilfsmittel, von dem an späterer Stelle aus Gründen der Anschaulichkeit Gebrauch gemacht werden wird, das für jetzt aber noch entbehrlich ist. In beiden Fällen bleibt die Rechnung nach Formel 13) vollkommen gleichartig, eine kleine Verschiedenheit tritt nur in der Bestimmung der Werthe $b_n, c_n \ldots$ nach 12) ein. Während nämlich die hier vorkommenden Grössen $a_{n \pm \frac{r}{2}}$ im ersten Falle sich unmittelbar unter den gemessenen Grössen a_n vorfinden, da diese den Theilpunkten selbst entsprechen, trifft dies im zweiten, wo die a_n den Mitten der Intervalle angehören, nicht mehr zu. Man hätte somit zunächst noch eine Interpolation in die Mitte vorzunehmen. Für die praktische Rechnung genügt es indessen, da das Product $\frac{a_n b_n}{\lambda^2}$ eine Grösse zweiter Ordnung darstellt, vollkommen, einfach das arithmetische Mittel zu nehmen, also

$$a_{n \pm \frac{r}{2}} = \frac{1}{2}\left(a_{n \pm \frac{r}{2} - \frac{1}{2}} + a_{n \pm \frac{r}{2} + \frac{1}{2}}\right) \quad \ldots \ldots \quad 14)$$

zu setzen.

Bildet man die Reihe der Differenzen zwischen je zwei aufeinander folgenden Werthen $\varphi'_\lambda(n\,\omega)$, indem man immer den vorangehenden vom folgenden subtrahirt, und setzt

$$\varphi''_\lambda\left(\left(n + \frac{1}{2}\right)\omega\right) = \frac{\varphi'_\lambda\left((n+1)\,\omega\right) - \varphi'_\lambda(n\,\omega)}{\omega},$$

und analog

$$\varphi'''_\lambda(n\,\omega) = \frac{\varphi''_\lambda\left(\left(n + \frac{1}{2}\right)\omega\right) - \varphi''_\lambda\left(\left(n - \frac{1}{2}\right)\omega\right)}{\omega}$$

u. s. w.,

so findet das Theorem statt

$$\varphi'(n\,\omega) = A'_r\,\varphi'_\lambda(n\,\omega) + A'''_r\,\omega^2\,\varphi'''_\lambda(n\,\omega) + A^{\mathrm{v}}_r\,\omega^4\,\varphi^{\mathrm{v}}_\lambda(n\,\omega)$$
$$+ \ldots A^{(\alpha)}_r\,\omega^{\alpha-1}\,\varphi^{(\alpha)}_\lambda(n\,\omega) + \ldots \text{ in inf.}, \quad \ldots \ldots \quad 15)$$

worin die $A^{(\alpha)}_r$ Zahlencoefficienten sind, welche bestimmtem Bildungsgesetz in Bezug auf r und α folgen. Sie convergiren mit wachsendem α gegen Null, und zwar um so rascher, je kleiner r ist. Hansen hat in der oben citirten Arbeit, freilich nur für $r = 1$ und $r = 2$, verschiedene bequeme Methoden angegeben, diese und verwandte Entwickelungscoefficienten für die bei praktischen Anwendungen ausreichenden niederen Werthe von α numerisch zu berechnen, dann aber auch das allgemeine Bildungsgesetz in Bezug auf α eingehend untersucht und gezeigt, dass sich $A^{(\alpha)}_1$ und $A^{(\alpha)}_2$ sowohl als Verbindungen Bernoulli'scher Zahlen als auch durch bestimmte Integrale darstellen lassen. Für höhere Werthe von r fehlen die entsprechenden Untersuchungen allerdings; es gelingt jedoch, die numerischen Werthe dieser Coefficienten, soweit sie für den hier vorliegenden Zweck in Betracht kommen können, durch Recursionsformeln aus den bekannten $A^{(\alpha)}_1$ bez. $A^{(\alpha)}_2$ herzuleiten.

Folgende Tafel enthält die für alle praktisch vorkommenden Fälle zureichenden Werthe $A_r^{(\alpha)}$ für $r = 1$ bis 5 und $\alpha = \mathrm{I}$ bis VII.

$A_r^{(\alpha)}$

α	$r=1$	$r=2$	$r=3$	$r=4$	$r=5$
I	$+1$	$+1$	$+1$	$+1$	$+1$
III	$-\frac{1}{24}$	$-\frac{1}{6}$	$-\frac{3}{8}$	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{25}{24}$
V	$+\frac{3}{640}$	$+\frac{1}{30}$	$+\frac{83}{640}$	$+\frac{11}{30}$	$+\frac{325}{384}$
VII	$-\frac{5}{7168}$	$-\frac{1}{140}$	$-\frac{4723}{107520}$	$-\frac{4}{21}$	$-\frac{13735}{21504}$

Diese Zusammenstellung lässt bereits erkennen, dass mit steigendem α die Coefficienten für $r = 1$ eine sehr starke Convergenz besitzen, die aber schon für $r = 2$ erheblich sinkt und für grössere Werthe von r sogar einem anfänglichen Anwachsen Platz macht.

Dieser Uebelstand wird indessen dadurch compensirt, dass bei gleich bleibender mittlerer Fadenlänge eine Vergrösserung von r gleichzeitig eine Herabsetzung von ω bedingt, wodurch die Convergenz der Reihe 15) wieder verstärkt wird. Welcher Werth von r im gegebenen Falle der zweckmässigste ist, muss dem Urtheile des Beobachters überlassen bleiben, wobei noch in Betracht zu ziehen ist, dass für gleiches λ Beobachtungs- und Rechenarbeit ungefähr proportional mit r, d. h. mit z wachsen, der wahrscheinliche Fehler des Endresultates dafür aber, wenn auch nur im Verhältnisse $\frac{1}{\sqrt{z}}$ abnimmt.

Die so erlangten Werthe von $\varphi'(n\omega)$ stellen, in Folge des Umstandes, dass die ihrer Entwickelung zu Grunde liegende Gleichung 11) nicht völlig streng ist, nur eine erste Annäherung dar. Sie können nun unter Berücksichtigung von 7) dazu dienen, zunächst die $\varphi'_\lambda(n\omega)$ zu verbessern und so eine zweite Näherung zu bewirken. Hierauf braucht jedoch nicht näher eingegangen zu werden, weil einerseits das Verfahren bei der praktischen Rechnung sich ganz von selbst ergiebt, andererseits der Fall wohl kaum jemals eintreten wird, dass eine weitere Annäherung erforderlich scheint.

Ehe zur Besprechung der jetzt vorzunehmenden mechanischen Quadratur der auf dem angegebenen Wege berechneten $\varphi'(n\omega)$ und der daraus nach 8) abgeleiteten $\psi'(n\omega)$ übergegangen wird, soll zunächst noch ein rechnerischer Kunstgriff allgemein erläutert werden, welcher in manchen Fällen zur Vereinfachung der weiteren Rechenarbeit Verwendung finden kann.

Es seien für ein beliebiges r die Werthe φ'_λ berechnet. Fasst man dann immer diejenigen m der letzteren zusammen, welche in Abständen von je $r\omega$ zwischen den Theilpunkten $n - \frac{r}{2}(m-1)$ und $n + \frac{r}{2}(m-1)$ einschliesslich

enthalten sind, so stellen nach der durch 6) gegebenen Definition für φ'_k die so gebildeten Summen das $m$fache derjenigen Werthe dar, welche erhalten worden wären, wenn man die Calibrirung mit einem Faden von $m$fachem Volumen ausgeführt hätte, die also mit $\varphi'_{m r \omega}(n\omega)$ zu bezeichnen gewesen wären. Es findet somit die Beziehung statt

$$\varphi'_{m r \omega}(n\omega) = \frac{1}{m}\Big\{\varphi'_{r\omega}\Big(\Big(n - r\frac{m-1}{2}\Big)\omega\Big) + \varphi'_{r\omega}\Big(\Big(n - r\Big(\frac{m-1}{2}+1\Big)\Big)\omega\Big) + \cdots \varphi'_{r\omega}\Big(\Big(n + r\frac{m-1}{2}\Big)\omega\Big)\Big\}.$$

Weitere $m-1$ von einander unabhängige Gleichungen zwischen den m Werthen $\varphi'_{r\omega}$ auf der rechten Seite der vorigen lassen sich dann unter Heranziehung der abgeleiteten Differenzen $\varphi''_{m r \omega}$ u. s. f. aufstellen, deren Entwickelung hier indessen allzuweit führen würde und auch entbehrlich scheint, da es sich zunächst nur um Begründung der angedeuteten Hilfsoperation handelt. Die so erlangten m Gleichungen reichen nunmehr dazu aus, auch umgekehrt die Werthe $\varphi'_{r\omega}$ aus den ursprünglich bestimmten $\varphi'_{m r \omega}$ zu berechnen. Hat man dies für r aufeinanderfolgende n gethan, so folgen die für alle übrigen n giltigen $\varphi_{r\omega}$ durch blosse Subtraction und Addition.

Dieses Verfahren wird besonders einfach und gewährt gleichzeitig noch einen bei der praktischen Rechnung hervortretenden Nebenvortheil in dem Falle, der durch $m=2$ und $r=1$ charakterisirt ist. Für diesen wird

$$\varphi'_{2\omega}(n\omega) = \frac{1}{2}\Big\{\varphi'_{\omega}\Big(\Big(n+\frac{1}{2}\Big)\omega\Big) + \varphi'_{\omega}\Big(\Big(n-\frac{1}{2}\Big)\omega\Big)\Big\}, \quad \ldots\ldots \quad 16)$$

und die zweite, noch erforderliche Gleichung lautet

$$\frac{\omega}{2}\Big\{\varphi''_{2r\omega}\Big(\Big(n-\frac{1}{2}\Big)\omega\Big) + \varphi''_{2r\omega}\Big(\Big(n+\frac{1}{2}\Big)\omega\Big)\Big\} - \frac{\omega^3}{8}\Big\{\varphi^{IV}_{2r\omega}\Big(\Big(n-\frac{1}{2}\Big)\omega\Big) + \varphi^{IV}_{2r\omega}\Big(\Big(n+\frac{1}{2}\Big)\omega\Big)\Big\}$$
$$+ \frac{\omega^5}{32}\Big\{\varphi^{VI}_{2r\omega}\Big(\Big(n-\frac{1}{2}\Big)\omega\Big) + \varphi^{VI}_{2r\omega}\Big(\Big(n+\frac{1}{2}\Big)\omega\Big)\Big\} - \cdots\cdots$$
$$= \omega\,\varphi''_{\omega}(n\omega) = \varphi'_{\omega}\Big(\Big(n+\frac{1}{2}\Big)\omega\Big) - \varphi'_{\omega}\Big(\Big(n-\frac{1}{2}\Big)\omega\Big). \quad \ldots\ldots \quad 17)$$

Bei der mechanischen Quadratur muss in etwas verschiedener Weise verfahren werden, je nachdem r gerade oder ungerade ist, und es erscheint zweckmässig, auch in der Erläuterung beide Fälle getrennt zu behandeln. Im letzteren bezogen sich die berechneten Werthe φ' auf die Mitten zwischen zwei Theilpunkten und sollen dementsprechend jetzt mit $\varphi'\Big(\Big(n+\frac{1}{2}\Big)\omega\Big)$ bezeichnet werden. Man bilde daraus einerseits entsprechend dem Früheren die verschiedenen aufeinander folgenden Differenzreihen, indem man setzt

$$\varphi''_{\omega}(n\omega) = \frac{\varphi'\Big(\Big(n+\frac{1}{2}\Big)\omega\Big) - \varphi'\Big(\Big(n-\frac{1}{2}\Big)\omega\Big)}{\omega},$$

$$\varphi'''_{\omega}\Big(\Big(n+\frac{1}{2}\Big)\omega\Big) = \frac{\varphi''_{\omega}\big((n+1)\omega\big) - \varphi''_{\omega}(n\omega)}{\omega}$$

u. s. f.,

wobei wieder der dem Functionszeichen angehängte Index ω zur Unterscheidung von den wirklichen Derivationen dient, in welche diese Werthe für unendlich kleines ω übergehen würden. (Es braucht wohl kaum darauf hingewiesen zu werden, dass $\varphi''_\omega(n\omega)$ u s. w. nicht mit $\varphi''_i(n\omega)$ für $r = 1$ zu verwechseln ist.)

Andererseits aber verfahre man auch nach der Vorschrift

$$\varphi'\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\omega\right) = \frac{\varphi_\omega((n+1)\omega) - \varphi_\omega(n\omega)}{\omega},$$

indem man einen beliebigen Werth $\frac{\varphi_\omega(n\omega)}{\omega}$ willkürlich annimmt und daraus die übrigen durch successives Ansummiren der entsprechenden $\varphi'\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\omega\right)$ herstellt. Dann wird

$$\int\limits_c^{n\omega} \varphi'(x)\,dx = \varphi(n\omega) + c' = \omega\left\{\frac{1}{\omega}\varphi_\omega(n\omega) + \frac{1}{24}\,\omega\,\varphi''_\omega(n\omega) - \frac{17}{5760}\omega^3\varphi^{IV}_\omega(n\omega) + \cdots\right\}, \quad 18)$$

wobei die dem Integralzeichen als untere Grenze hinzugefügte Constante c ebenso wie c' dem bei der Summation gewählten willkürlichen Ausgangswerthe entsprechen mögen.

Zur Bestimmung des thatsächlich gebrauchten Werthes des Integrales zwischen den Grenzen 0 und $z\omega$ berechnet man $\int\limits_c^{n\omega}\varphi'(x)\,dx$ für $n = z$ und $n = 0$ und subtrahirt letzteren Werth von ersterem, wobei die willkürliche Constante herausgeht. Natürlich braucht man für die Praxis auch nur die diesen Grenzen entsprechenden Differenzwerthe $\varphi''(n\omega)$ u. s. w. zu bilden.

Wenn r gerade ist, beziehen sich die Werthe $\varphi'(n\omega)$ auf die Theilpunkte selbst, und man findet daher durch die Differenzenbildung

$$\varphi''_\omega\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\omega\right) = \frac{\varphi'((n+1)\omega) - \varphi'(n\omega)}{\omega},$$

$$\varphi'''_\omega(n\omega) = \frac{\varphi''_\omega\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\omega\right) - \varphi''_\omega\left(\left(n-\frac{1}{2}\right)\omega\right)}{\omega},$$

u. s. f.

und entsprechend durch die Summation nach der Formel

$$\varphi'(n\omega) = \frac{\varphi_\omega\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\omega\right) - \varphi_\omega\left(\left(n-\frac{1}{2}\right)\omega\right)}{\omega}$$

zunächst die für die Mitten der Intervalle giltigen Werthe $\frac{1}{\omega}\varphi_\omega\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\omega\right)$. Hieraus würde bei Anwendung der obigen Integralformel $\int\limits_c^{(n+\frac{1}{2})\omega}\varphi'(x)\,dx$ hervorgehen, was keinen unmittelbaren Uebergang auf die Grenzen $z\omega$ und 0 gestatten würde. Man könnte denselben dann allerdings indirect durch Inter-

polation in die Mitte bewirken; dieses Verfahren ist indessen etwas umständlich; bequemer kommt man zum Ziele, wenn man setzt

$$\left.\begin{aligned} \varphi_{(\omega)}(n\,\omega) &= \frac{1}{2}\left\{\varphi_\omega\left(\left(n-\frac{1}{2}\right)\omega\right)+\varphi_\omega\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\omega\right)\right\} \\ \varphi''_{(\omega)}(n\,\omega) &= \frac{1}{2}\left\{\varphi''_\omega\left(\left(n-\frac{1}{2}\right)\omega\right)+\varphi''_\omega\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\omega\right)\right\} \end{aligned}\right| \quad \ldots\ldots \quad 19)$$

u. s. f.

Man erhält dann als Integrationsformel

$$\int_c^{n\omega}\varphi'(x)\,d\,x=\varphi(n\,\omega)+c'=\omega\left\{\frac{1}{\omega}\varphi_{(\omega)}(n\,\omega)-\frac{1}{12}\omega\,\varphi''_{(\omega)}(n\,\omega)+\frac{11}{720}\omega^3\,\varphi^{\text{IV}}_{(\omega)}(n\,\omega)-\cdots\right\}, \qquad 20)$$

mit welcher ganz ebenso zu verfahren ist, wie im ersten Falle.

In analoger Weise ist dann auch die mechanische Quadratur für die Function $\psi'(x)$ durchzuführen.

Wie aus dem später folgenden Zahlenbeispiel ersichtlich, ist die Ausführung der besprochenen Rechenoperationen, weil darin überall nur kleine Grössen vorkommen, eine höchst einfache und bequeme, wenn auch ihre mathematische Begründung für Leser, welche mit der Symbolik der einen Zweig der Astronomie bildenden wissenschaftlichen Rechenkunst nicht näher vertraut sind, etwas schwerfällig erscheinen mag.

Wenn die Untersuchung des Rohres vorgenommen wird, nachdem dasselbe bereits auf die vorgeschriebene Länge L abgeschliffen ist, so können die für die engere Nachbarschaft der Grenzen giltigen Werthe der Function $\varphi'_\lambda(n\,\omega)$ und ihrer mechanischen Derivirten nicht mehr direct bestimmt werden, weil die Verschiebung des Quecksilberfadens um die ensprechende Anzahl von ω über die Grenzen hinaus unmöglich ist. Man muss dann diese Werthe durch Extrapolation ergänzen, wobei eine Unsicherheit eingeführt wird, deren Einfluss auf das Endresultat allerdings, wenigstens bei erträglicher Gleichmässigkeit des Calibers in der Nähe der Enden, gering bleibt, seinem Betrage nach sich aber nur schwer beurtheilen lässt. Dieser Uebelstand ist in der Natur der Sache begründet und kann deshalb nicht beseitigt werden, ohne einen anderen Nachtheil auftreten zu lassen; indessen erscheint unter Umständen doch der letztere weniger misslich. Der bei der Extrapolation begangene Fehler wirkt hauptsächlich nur auf den Werth des Integrales $\int_0^L\varphi'(x)\,d\,x$, während er den des anderen, $\int_0^L\psi'(x)\,d\,x$, in viel geringerem, praktisch ganz zu vernachlässigendem Grade beeinflusst. Das erstere Integral kann aber bei passender Disposition der Beobachtungen statt durch die obige Integrationsformel noch auf anderem Wege erhalten werden, wobei eine Extrapolation nicht erfordert wird. Wählt man nämlich r und z so, dass ersteres ein Factor von letzterem ist, und addirt alle diejenigen Werthe

$\varphi'_\lambda(n\omega)$, für welche $n = (p - \frac{1}{2})\, r$ ist, wo p alle ganzen Zahlen von 1 bis $\frac{r}{z}$ durchläuft, so ist, wie eine einfache Ueberlegung lehrt,

$$\int_0^L \varphi'(x)\, dx = \lambda \sum_{1}^{r/z}{}_p\; \varphi'_\lambda\left((p - \tfrac{1}{2})\, r\, \omega\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 21)$$

Die Anwendung dieser Formel würde jedoch ausser für $r = 1$ nur in dem besprochenen Falle zu empfehlen sein, da sie den theoretischen Nachtheil mit sich bringt, dass zur Bestimmung der gesuchten Grösse nicht alle Beobachtungen verwerthet werden, und demzufolge der Einfluss der unvermeidlichen Beobachtungsfehler auch nicht auf das durch das erstbeschriebene Verfahren erreichbare Minimum sinkt, wenn nicht, wie sich später zeigen wird, der Umstand hinzukäme, dass der bei der Bestimmung dieser Grösse begangene Fehler überhaupt ohne merklichen Einfluss auf das Endergebniss bleibt.

In dem nun folgenden Zahlenbeispiel, welches der in der Abtheilung II der Reichsanstalt ausgeführten Untersuchung eines von der Firma Siemens und Halske zur Untersuchung eingesendeten, schon auf vorgeschriebene Länge abgeschliffenen Rohres entnommen wurde, ist L sehr nahe gleich 1000 mm; z wurde gleich 40, $r = 2$ gewählt, also ist $\omega = 25$ mm, $\lambda = r\,\omega = 50$ mm. Diese Wahl erfolgte mit Berücksichtigung des Umstandes, dass auf dem Rohre die Länge L bereits durch Theilstriche in 20 gleiche Theile zerlegt war. Die Richtigkeit der Theilung wurde jedoch, da sie bei dem hier beschriebenen Verfahren nicht in Frage kommt, nicht untersucht und die vorhandenen Striche nur zur Orientirung während der Beobachtung benutzt.

Die erste, mit s_n überschriebene Spalte der folgenden tabellenartig angelegten Rechnung enthält, ausgedrückt in Trommeltheilen der Mikrometerschraube, denjenigen Betrag, um welchen der unveränderliche Abstand e der Axen zweier fest miteinander verbundenen Mikroskope vermehrt werden müsste, um der Länge l_n des Quecksilberfadens von Kuppe zu Kuppe gleich zu werden, jedoch aus Nebenrücksichten verdoppelt, so dass also

$$l_n = e + \frac{s_n}{2}.$$

Die Entfernung e wurde mit mehreren Intervallen zwischen den auf dem Rohre vorhandenen Theilstrichen verglichen, und es ergab sich daraus im Mittel

$$e = \frac{L}{20} - 2100 \text{ Trommeltheile},$$

daher wird

$$l_n = \frac{L}{20} + \left(\frac{s_n}{2} - 2100\right) \text{ Trommeltheile},$$

und somit, da $\frac{L}{20} = r\,\omega$ ist,

$$2\,a_n = 2\,(l_n - r\,\omega) = s_n - 4200 \text{ Trommeltheile.}$$

Diese Werthe sind in der zweiten, mit $2\,a_n$ überschriebenen Spalte enthalten; darunter stehen die aus einer Hilfstafel entnommenen Correctionen, welche noch hinzuzufügen sind, um die Trommeltheile in Mikron zu verwandeln. Alle folgenden Spalten sowie die sich daran knüpfende Schlussrechnung beziehen sich nun auf Einheiten der fünften Decimalstelle, und zwar enthält die vierte Spalte die Werthe $\frac{a_n}{\lambda} = \frac{2a_n}{100}$, aus denen die in der dritten Spalte enthaltenen $\frac{b_n}{\lambda}$ nach 12) abgeleitet sind. (Einfache Mittelbildung.) Darauf folgt in Spalte (5) das Product $-\frac{a_n\,b_n}{\lambda^2}$, das sich mit Rücksicht auf seine Kleinheit und den geringen Unterschied zwischen a_n und b_n mit Hilfe einer Tafel der Quadratzahlen leicht bilden und fast immer genau genug mit dem Argumente $\frac{1}{2}\left(\frac{a_n}{\lambda} + \frac{b_n}{\lambda}\right)$ direct entnehmen lässt. Darunter stehen die Werthe $+\frac{a_n\,c_n}{\lambda^3}$, einer Tafel der Cuben mit dem Argumente $\frac{a_n}{\lambda}$ entnommen, was augenscheinlich ohne merklichen Fehler zulässig ist, da das Glied schon so klein ist, dass es ruhig hätte ganz vernachlässigt werden dürfen.

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)
n	s_n	$2\,a_n$	$\frac{b_n}{\lambda}$	$\frac{a_n}{\lambda}$	$-(3).(4)$ $+(4)^3$	$\varphi'_{2\omega}$	φ'_{ω}	$\omega\varphi''_{\omega}$	$\omega^2\varphi'''_{\omega}$	$\omega^3\varphi^{IV}_{\omega}$	$\omega^4\varphi^{V}_{\omega}$	$(\varphi'(\omega))^2$ $(\varphi'(\omega))^3$	$\psi'(\omega)$	$\frac{1}{\omega}\psi(\omega)$
10	+ 1872	− 2328 − 31	− 2503	− 2359	− 59 − 1	− 2419		+ 540		+ 236				+ 1748
							− 2149 (+ 4)		− 178 (+ 87)		− 770	+ 46,2 − 1,0	+ 45	
11	+ 2301	− 1900 − 26	− 2140	− 1926	− 41 − 1	− 1968		+ 362		− 534				+ 1793
							− 1787 (+ 36)		− 712 (− 136)		+ 1210	+ 30,7 − 0,5	+ 30	
12	+ 2304	− 1896 − 25	− 2103	− 1921	− 40 − 1	− 1962		− 350		+ 676				+ 1823
							− 2137 (+ 1)		− 36 (+ 10)		− 88	+ 45,6 − 1,0	+ 45	
13	+ 1950	− 2250 − 30	− 2156	− 2280	− 49 − 1	− 2330		− 386		+ 588				+ 1868
							− 2523 (− 26)		+ 552 (+ 37)		− 326	+ 64,9 − 1,8	+ 63	
14	+ 1842	− 2358 − 32	− 2058	− 2390	− 49 − 1	− 2440		+ 166		+ 262				+ 1931
							− 2357 (− 30)		+ 814 (+ 126)		− 1096	+ 57,4 − 1,4	+ 56	
15	+ 2388	− 1812 − 24	− 1639	− 1836	− 30 − 1	− 1867		+ 980		− 834				+ 1987

Die algebraische Summe der in den Spalten (4) und (5) enthaltenen Zahlen liefert die unter (6) aufgeführten $\varphi'_{\lambda}(n\,\omega) = \varphi'_{2\omega}(n\,\omega)$. Diese sind zunächst auf dem durch die Formeln 16) und 17) vorgeschriebenen Wege in die unter (7) enthaltenen $\varphi'_{\omega}\left(\left(n + \frac{1}{2}\right)\omega\right)$ übergeführt, und aus letzteren die Differenzen $\omega\,\varphi''_{\omega}(n\,\omega)$, $\omega^2\,\varphi'''_{\omega}\left(\left(n + \frac{1}{2}\right)\omega\right)$ u. s. w. gebildet.

Da man es nunmehr mit dem Falle $r = 1$ zu thun hat, ist für die jetzt vorzunehmende Berechnung von $\varphi'(n\omega)$ die Formel

$$\varphi'\left(\left(n+\tfrac{1}{2}\right)\omega\right) = \varphi'_{\omega}\left(\left(n+\tfrac{1}{2}\right)\omega\right) - \tfrac{1}{24}\,\omega^2\varphi'''_{\omega}\left(\left(n+\tfrac{1}{2}\right)\omega\right) + \tfrac{3}{640}\,\omega^4\varphi^{V}_{\omega}\left(\left(n+\tfrac{1}{2}\right)\omega\right)$$
$$-\tfrac{5}{7168}\,\omega^6\varphi^{VII}_{\omega}\left(\left(n+\tfrac{1}{2}\right)\omega\right) + \ldots$$

in Anwendung zu bringen. Zur wirklichen Rechnung wird dieselbe bequemer in der Form geschrieben:

$$\varphi'\left(\left(n+\tfrac{1}{2}\right)\omega\right) =$$
$$\varphi'_{\omega}\left(\left(n+\tfrac{1}{2}\right)\omega\right) - \tfrac{1}{24}\left\{\omega^2\varphi'''_{\omega}\left(\left(n+\tfrac{1}{2}\right)\omega\right) - \tfrac{9}{80}\left\{\omega^4\varphi^{V}_{\omega}\left(\left(n+\tfrac{1}{2}\right)\omega\right) - \tfrac{25}{168}\left\{\ldots\right\}\right\}\right\},$$

nach welcher die in den Spalten (7) und (9) in Klammern enthaltenen Zahlen verständlich werden. Jede der in (7) in Klammern stehenden Zahlen ist mit umgekehrtem Vorzeichen der 24ste Theil der algebraischen Summe der beiden zur selben Zeile gehörigen Zahlen in (9). Ebenso ist jeder der in (9) eingeklammerten Werthe gleich $-\frac{9}{80}$ der entsprechenden in (11). Eigentlich hätten auch wieder in (11) die Werthe in Klammern hinzugefügt werden sollen, welche durch Multiplication der nächsten auf gleicher Zeile stehenden Differenz $\omega^6\varphi^{VII}_{\omega}\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\omega\right)$ mit $-\frac{25}{168}$ hervorgegangen wären. Diese sind jedoch in ihrem Einflusse auf Spalte (7) bereits klein genug, um vernachlässigt werden zu dürfen.

Die Werthe $\varphi'\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\omega\right)$, welche durch Verbesserung der in (7) enthaltenen $\varphi'_{\omega}\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\omega\right)$ um die darunter eingeklammerten Beträge hervorgehen, sind, da es vorgezogen wurde, ihre Quadratur nach Formel 21) zu bewirken, nicht selbst aufgeführt, sondern sogleich ihre Quadrate und Cuben in (12) zur Berechnung von $\psi'\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\omega\right)$ nach Formel 8) eingetragen.

Zur Bestimmung von $\int_0^L \varphi'(x)\,dx$ nach 21) können die in Spalte (6) enthaltenen $\varphi'_{2\omega}(n\omega)$ benutzt werden. Indem man unter Berücksichtigung, dass hier noch $r = 2$ ist, alle zu den ungeraden Zahlen n gehörigen, durch fetteren Druck hervorgehobenen Werthe addirte, erhielt man -42017.

Es wird also

$$\int_0^L \varphi'(x)\,dx = \varphi(L) = -\lambda\,42017,$$

daher

$$\mu = \frac{\varphi(L)}{L} = -\frac{\lambda}{z\omega}\,42017 = -\frac{1}{20}\,42017 = -2100{,}9.$$

Derselbe Werth folgt natürlich auch durch Addition sämmtlicher $\varphi'_{\omega}\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\omega\right)$ in (7) und Multiplication mit $\frac{\omega}{z\omega} = \frac{1}{40}$.

Spalte (13) enthält die Werthe $\psi'\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\omega\right)$, (14) die daraus durch successives Ausummiren hervorgegangenen $\frac{1}{\omega}\,\psi_{\omega}(n\omega)$, wobei als Ausgangs-

werth $\psi_\omega(0) = 0$ gewählt und damit $\frac{1}{\omega}\psi_\omega(40\,\omega) = +2711$ erhalten wurde. Durch Extrapolation von $\varphi'\left(\left(n+\frac{1}{2}\right)\omega\right)$ für $n = -1$ und $n = 41$ wurden noch $\psi'\left(-\frac{1}{2}\,\omega\right)$ und $\psi'\left(\left(40+\frac{1}{2}\right)\omega\right)$ gebildet und daraus erhalten

$$\omega\,\psi''_\omega(0) = +6 \qquad\qquad \omega\,\psi''_\omega(40\,\omega) = +14.$$

Schon diese Beträge sind so klein, dass sie bei der Bestimmung des Integralwerthes nach 18) ganz vernachlässigt werden könnten, weshalb von der Berechnung der Glieder noch höherer Ordnung Abstand zu nehmen ist. Jetzt wird

$$\int_c^{40\,\omega} \psi'(x)\,dx = \omega\left(+2711 + \frac{1}{24}\,14\ldots.\right) = +2711{,}6\,\omega,$$

$$\int_c^{0} \psi'(x)\,dx = \omega\left(0 + \frac{1}{24}\,6\ldots.\right) = +0{,}2\,\omega,$$

daher

$$\int_0^{40\,\omega} \psi'(x)\,dx = \psi(L) = +2711{,}4\,\omega.$$

Daraus folgt

$$\nu = \frac{\psi(L)}{L} = \frac{\omega}{40\,\omega}\,2711{,}4 = +67{,}78$$

$$-\mu^2 \qquad\qquad = -44{,}13$$

$$-\mu\,\nu \qquad\qquad = +\ \ 1{,}42$$

Somit nach 5)

$$C \qquad\qquad = +25{,}07$$

Die hier erörterte Methode besitzt ausser dem Vorzuge, auf rein wissenschaftlichen Ueberlegungen zu beruhen und frei von jeder vorangängigen, mehr oder weniger gezwungenen und stets auf logische Widersprüche führenden Hypothese über den Verlauf der Schwankungen der Grösse des Querschnittes zu sein, noch den gewichtigen Vortheil, a priori eine Bestimmung der Genauigkeit ihrer Ergebnisse zu ermöglichen. Dies aber ist wiederum eine Folge des bereits hervorgehobenen Umstandes, dass zur Ermittelung der kleinen Grösse C nur Werthe verwendet werden, welche derselben oder höchstens höheren Grössenordnungen angehören, als C selbst.

Bezeichnet nämlich δa den wahrscheinlichen, aus verschiedenartigen Quellen fliessenden Fehler der Messung eines der Werthe a_n, über deren Grösse sich jederzeit ein Urtheil bilden lässt, so ist es möglich, daraus, wenn auch nicht vollkommen streng, doch mit mehr als hinreichender Annäherung den wahrscheinlichen Fehler δC der Bestimmung von C abzuleiten.

Aus 5) folgt zunächst durch Differentiation

$$d\,C = d\,\nu - 2\,\mu\,d\,\mu - \mu\,d\,\nu - \nu\,d\,\mu;$$

sind also $\delta\,\mu$ und $\delta\,\nu$ die w. F. der Werthe μ und ν, so wird

$$\delta\,C = \sqrt{\left\{(\delta\,\nu)^2 + 4\,\mu^2\,(\delta\,\mu)^2 + \mu^2\,(\delta\,\nu)^2 + \nu^2\,(\delta\,\mu)^2\right\}} = \delta\,\nu\sqrt{\left\{(1+\mu^2) + (4\,\mu^2+\nu^2)\left(\frac{\delta\,\mu}{\delta\,\nu}\right)^2\right\}} \ldots \alpha)$$

Dieser Ausdruck vereinfacht sich aber sehr erheblich durch folgende Ueberlegung. Bei einer kleinen Veränderung des Volumens des zur Calibrirung benutzten Fadens ändern sich die Werthe μ und ν, während C natürlich ungeändert bleiben muss, und auch, wenn nur sonst die Messungen in derselben Art und mit der gleichen Genauigkeit ausgeführt gedacht werden, mit derselben Unsicherheit behaftet sein wird. Nun könnte man sich es aber durch Probiren dahin gebracht denken, dass μ vollkommen gleich Null wird. In diesem Falle würde zwar einfach $C = \nu$ erhalten werden, da aber μ und ν dieselben w. F. behalten, so wird nicht unmittelbar auch $\delta\,C = \delta\,\nu$, sondern man erhält $\delta\,C$ aus α), indem man darin $\mu = 0$ setzt, also

$$\delta\,C = \delta\,\nu\sqrt{\left\{1 + \left(\nu\,\frac{\delta\,\mu}{\delta\,\nu}\right)^2\right\}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad \beta)$$

Der wahrscheinliche Fehler eines der Werthe $\varphi_\lambda'(n\,\omega)$ unterscheidet sich nur durch Abrundungsunsicherheiten, die als Grössen zweiter Ordnung anzusehen sind, von $\frac{\delta\,a}{\lambda}$. Ferner wird derjenige von $\varphi'(n\,\omega)$ gleich $\gamma\frac{\delta\,a}{\lambda}$ gesetzt werden können, worin γ einen Factor bedeutet, über dessen Grösse man in folgender Weise Aufschluss erhält.

Denkt man sich die einzelnen Werthe $\varphi_\lambda'(n\,\omega)$ der Reihe nach abwechselnd mit dem Fehler $+\frac{\delta\,a}{\lambda}$ und $-\frac{\delta\,a}{\lambda}$ behaftet, so werden dadurch auch die Werthe in den Differenzenreihen abwechselnd gleiche und entgegengesetzte Fehler aufweisen, und zwar, wenn wieder wie früher α die Ordnungszahl der Reihe bedeutet, im Betrage $2^{\alpha-1}\frac{\delta\,a}{\lambda}$. Dabei wechseln, wie das folgende Schema zeigt, auch die auf gleicher Zeile stehenden regelmässig das Vorzeichen

$\alpha =$ 1	2	3	4	5
$-\delta$				
	$+2\delta$			
$+\delta$		-4δ		
	-2δ		$+8\delta$	
$-\delta$		$+4\delta$		-16δ
	$+2\delta$		-8δ	
$+\delta$		-4δ		
	-2δ			
$-\delta$				

Mit Rücksicht auf Formel 15) wird daher $\varphi'(n\,\omega)$ in diesem augenscheinlich ungünstigsten Falle mit dem Fehler $\gamma_{max.} \frac{d\,a}{\lambda}$ behaftet, worin

$$\gamma_{max.} = A_r^{I} - 4\,A_r^{III} + 16\,A_r^{V} - 64\,A_r^{VII} \ldots.$$

Die Convergenz dieser Reihe lässt sich für $r = 1$ und $r = 2$ unmittelbar erweisen; der Quotient der absoluten Beträge zweier aufeinander folgender Glieder wird von einem bestimmten derselben ab beständig kleiner als Eins. Für die grösseren Werthe von r freilich steht die Convergenz in Frage; sie ist aber für die praktische Rechnung thatsächlich nicht erforderlich. Indem man nämlich die aufeinander folgenden Differenzreihen bildet, nehmen die in denselben enthaltenen Werthe anfänglich im Allgemeinen rasch ab, beginnen dann aber an einzelnen Stellen wieder in sehr unregelmässiger Weise, und zwar der Regel nach unter Zeichenwechsel, zu wachsen. Für den geübten Rechner ist dies das Anzeichen, dass nunmehr der Einfluss der Fehler in Folge ungünstiger Gruppirung den eigentlichen Werth der Differenzen zu überwuchern beginnt und dass deshalb mit der Bildung der Reihen abzubrechen ist.

Je höher bei gleicher mittlerer Länge des Fadens der Werth r gewählt wird, d. h. um je kleinere Strecken die Verschiebungen erfolgen, um so kleiner werden die Unterschiede zweier consecutiven Werthe $\varphi'_\lambda(n\,\omega)$ sein, und um so rascher werden alsdann auch in den folgenden Differenzenreihen die Werthe abnehmen. Man wird deshalb schon bei den niederen Werthen α abbrechen können und müssen. — In dem obigen, durch die angegebene Hilfsoperation auf den Fall $r = 1$ reducirten Beispiele übte noch die vierte Differenzenreihe ($\alpha = 5$) einen geringen Einfluss aus. Die ziemlich unregelmässige Beschaffenheit eines anderen Rohres bot dazu Veranlassung, bei der gleichen mittleren Fadenlänge von etwa 50 mm (wie in dem obigen Beispiele) für r den Werth 5 zu wählen, also den Faden von je 10 zu 10 mm zu verschieben. Hier war es bei der Rechnung kaum noch erforderlich, die zweite Differenzenreihe, $\alpha = 3$, zu berücksichtigen.

Hieraus geht hervor, dass der Maximalwerth von γ im Falle $r = 1$, selbst wenn man noch die Reihe $\alpha = 7$ benutzt, auf 1,3, im Falle $r = 5$, beim Abbrechen bei $\alpha = 3$, dagegen auf etwa 2 steigt. — Den Minimalwerth nimmt γ an, wenn die einzelnen Werthe von $\varphi'_\lambda(n\,\omega)$ sämmtlich mit den gleichen Fehlern $\frac{da}{\lambda}$ ohne Zeichenwechsel behaftet gedacht werden; derselbe ist dann für jeden Werth von r gleich 1. Beide Extreme sind gleich wahrscheinlich, daher wird der mittlere Werth von γ

$$\text{für } r = 1 \text{ mit } \tfrac{1}{2}\,(1 + 1{,}3) = 1{,}2,$$

$$\text{für } r = 5 \text{ mit } \tfrac{1}{2}\,(1 + 2) \quad = 1{,}5$$

anzusetzen sein, in keinem Falle also 1,5 erheblich übersteigen können.

Fasst man jetzt die Integrationsformel 18) näher ins Auge, so ergiebt sich, dass der Werth μ sich nur um Glieder höherer Ordnung vom arithmetischen Mittel der sämmtlichen z Werthe $\varphi'(n\omega)$ unterscheidet. Demzufolge wird unmittelbar

$$\delta\mu = \frac{1}{\sqrt{z}}\,\gamma\,\frac{da}{\lambda}.$$

Um sodann $\delta\nu$ zu finden, ist zunächst der w. F. eines der Werthe $\psi'(n\omega)$ zu suchen.

Aus

$$\psi'(n\omega) = (\varphi'(n\omega))^2 + (\varphi'(n\omega))^3 + \ldots$$

folgt

$$d\,\psi'(n\omega) = d\,(\varphi'(n\omega)).\left\{2\,\varphi'(n\omega) + 3\,(\varphi'(n\omega))^2 + \ldots\right\},$$

und es wird daher, da die Potenzen von $\varphi'(n\omega)$ als Grössen höherer Ordnungen zu betrachten sind,

$$\delta\psi'(n\omega) = 2\,\varphi'(n\omega)\;\delta\varphi'(n\omega).$$

Unter Berücksichtigung des Umstandes also, dass wieder ν sich vom arithmetischen Mittel sämmtlicher z Werthe $\psi'(n\omega)$ nur um Grössen höherer Ordnung unterscheidet, erhält man

$$\delta\nu = \frac{1}{z}\sqrt{\sum_1^z{}_n(\delta\psi'(n\omega))^2} = \frac{2\,\delta\,\varphi'(n\omega)}{z}\sqrt{\sum_1^z{}_n(\varphi'(n\omega))^2} \quad . \quad . \quad \gamma)$$

Der Werth der letzten Summe kann aber wieder unter Vernachlässigung von Gliedern höherer Ordnung gleich $z\nu$ gesetzt werden, und es wird somit unter Einführung des Werthes $\gamma\frac{da}{\lambda}$ für $\delta\varphi'(n\omega)$

$$\delta\nu = \frac{1}{\sqrt{z}}\,2\gamma\,\frac{da}{\lambda}\sqrt{\nu},$$

folglich

$$\frac{\delta\mu}{\delta\nu} = \frac{2}{\sqrt{\nu}},$$

$$\left(\nu\,\frac{\delta\mu}{\delta\nu}\right)^2 = 4\,\nu$$

und somit nach β)

$$\delta C = 2\gamma\,\frac{da}{\lambda}\,\sqrt{\frac{\nu}{z}}\,(1+4\nu).$$

Das zweite Glied in der Klammer ist nun, was in Formel β) nicht unmittelbar ersichtlich war, eine Grösse zweiter Ordnung, daher ergiebt sich, indem man für γ den Werth 1,5 setzt und mit Rücksicht darauf, dass ν die Bedeutung von C hat,

$$\delta C \leq 3\,\frac{da}{\lambda}\sqrt{\frac{C}{z}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \delta)$$

Diese Formel führt nunmehr zu Schlussfolgerungen, welche einerseits dazu beitragen können, die Disposition der Beobachtungen von vorn-

herein möglichst vortheilhaft zu gestalten, andererseits noch wichtige Fingerzeige bezüglich der Oekonomie der Rechnung bieten. Die ersteren haben dann, da die vorangegangenen Erörterungen doch im Wesentlichen nur das Ziel verfolgten, ein vollkommen rationelles und dabei äusserst bequemes Rechnungsverfahren zu begründen, dessen eigentliche Grundlage jedoch durch die stets in gleicher Weise zur Anwendung kommende Art der Beobachtungen gegeben ist, auch ganz allgemeine Gültigkeit.

Zunächst bestätigt die Formel die auf S. 364 gemachte vorgreifende Bemerkung, dass die Genauigkeit des Ergebnisses proportional mit $\sqrt{z}$ wächst, was allerdings auch von vornherein ziemlich auf der Hand lag. Sie zeigt aber ferner, dass die Ungenauigkeit mit der Grösse der Calibercorrection C selbst zunimmt, günstigerweise nur proportional der Quadratwurzel. Es folgt daraus, dass um so höhere Sorgfalt auf die Bestimmung zu verwenden ist, je mehr der Verlauf des Querschnittes im Ganzen sich ändert. Bei gleicher Anordnung und Genauigkeit der eigentlichen Messungen wird also beispielsweise die Unsicherheit für ein merklich conisches Rohr, selbst wenn dasselbe sehr gleichförmig ist, doch erheblich grösser ausfallen, als für ein im Ganzen mehr cylindrisches, welches nur verhältnissmässig kurz verlaufende Schwankungen des Querschnittes aufweist.

Endlich ist die Unsicherheit direct proportional mit $\frac{\delta a}{\lambda}$. Daraus würde, wenn δa lediglich den als constant zu betrachtenden wahrscheinlichen Fehler einer Längenmessung bedeutete, die Forderung hervorgehen, zur Calibrirung einen recht langen Faden zu benutzen. Dem stellt sich jedoch praktisch folgender Umstand entgegen. Die ganze Theorie der Calibrirung beruht jederzeit auf der Voraussetzung, dass die jedesmalige Verschiebung des Fadens, d. h. die hier mit ω bezeichnete Grösse, klein genug ist, um eine hinreichende Definition der Function $\varphi(x)$ zu gewähren, dass sie also eine der Beschaffenheit des Rohres anzupassende Grenze nicht überschreiten darf. Nun umfasst die Länge des Fadens eine Anzahl r solcher Strecken ω; man würde sich also genöthigt sehen, selbst für die grössten zulässig erscheinenden Werthe ω bereits zu höheren Werthen von r überzugehen, was nach den obigen Betrachtungen, da man für diese grösseren Werthe von ω bei Anwendung der Formel 15) auch nicht mehr bei niederen Werthen von α stehen bleiben darf, den Factor γ weit über die oben ermittelte Grenze hinaus und damit die Unsicherheit von C wieder stark vergrössern würde. Hierzu tritt aber noch ein anderer Uebelstand, der verschiedenartig wirkt, je nachdem die Rohre schon auf vorgeschriebene Länge abgeschliffen sind, oder nicht. Bei solchen erster Art nimmt nicht allein die Anzahl der Theilpunkte in der Nähe der Enden, für welche die Werthe $\varphi'(n\omega)$ nur noch durch Extrapolation gefunden werden können, zu, sondern es wächst damit auch

gleichzeitig die Unsicherheit dieser Werthe progressiv an; bei Rohren der anderen Art kann dies zwar vermieden werden, aber nur durch Fortsetzung der Beobachtungen weit über die nachherigen Enden hinaus, was insofern misslich ist, als die hierbei ermittelten Zahlenwerthe durch das Durchschneiden ihre Controlirbarkeit verlieren.

Endlich ist aber in der Grösse δa auch noch die Unsicherheit enthalten, welche aus der — wegen der geringen Wärmeleitungsfähigkeit des Glases — namentlich bei etwas starkwandigen Rohren ziemlich mangelhaften Kenntniss der Temperatur des Fadens, bez. deren Veränderungen entspringt. Diese Unsicherheit wächst proportional der Länge des letzteren; das Verhältniss $\frac{\delta a}{\lambda}$ wird daher durch Vergrösserung des Nenners von einem gewissen Betrage des letzteren ab nicht mehr wesentlich verkleinert; es wächst aber auch wieder mit der für die Ausführung der Beobachtungen erforderlichen Zeit, d. h. mit z bez. r. Dieser Umstand würde allerdings erst bei einigermassen grossen Fadenlängen merkliche Bedeutung gewinnen; jedenfalls ergiebt sich jedoch aus der Zusammenfassung dieser Ueberlegungen, dass eine gewisse Länge des Fadens als die vortheilhafteste anzusehen und daher auch von einer Wiederholung der Calibrirung mit verschieden langen Fäden — in der Art, wie sie bei der Untersuchung von Thermometerrohren angewendet wird, um der Accumulation der Fehler zu begegnen, — die Erfüllung eines analogen Zweckes hier nicht zu gewärtigen ist. Besonders deutlich tritt dies hervor, wenn man bedenkt, dass die Formel 11), welche ganz allgemein eine wesentliche Stütze der Theorie bildet, um so mehr an Strenge einbüsst, je grösser die Länge des Fadens wird. Die Natur des Problemes ist eben hier im Princip wesentlich anders als dort, wo es lediglich darauf ankommt, die Veränderlichkeit des Volumens als Function einer Länge, d. h. den Verlauf des Integrales $\int_0^x q(x)dx$ mit möglichster Genauigkeit zu bestimmen, während hier, wie gezeigt, die Unsicherheit gerade dieses Integrales ganz ohne merklichen Einfluss bleibt.

Was die günstigste Länge des Fadens anlangt, so lässt sich über dieselbe ein allgemein giltiges Urtheil nicht wohl bilden; sie hängt von einer Menge specieller Umstände, der Beschaffenheit des Rohres, den mikrometrischen Einrichtungen für die Messung der Fadenlänge, auch von der Grösse und Form des Querschnittes selbst ab, weil diese beiden auf die mehr oder minder regelmässige Ausbildung der Kuppen von Einfluss sind. Nach den von mir gemachten Erfahrungen scheint dieselbe aber, wenigstens für bereits abgeschliffene Rohre, in ziemlich enge Grenzen eingeschlossen zu sein. Die in dem mitgetheilten Beispiel gewählte Länge von 50 mm erscheint wohl etwas knapp, eine doppelt so grosse aber entschieden schon zu gross.

Sehr günstige Verhältnisse dürften dagegen mit $\lambda = 60$ mm in Verbindung mit $r = 3$ erreicht werden.

Die Ableitung der Formel δ) setzt voraus, dass bei der Bildung der Werthe $\psi'(n\omega)$, auf die es doch eigentlich allein ankommt, mit der genügenden Strenge, d. h. so verfahren worden ist, dass die bei der praktischen Rechnung unvermeidlichen Abrundungen den theoretisch in Betracht kommenden wahrscheinlichen Fehler dieser Werthe nicht merklich vergrössern. Ein Kriterium, ob diese Bedingung erfüllt ist, bietet sich leicht in der Benutzung der linken Hälfte der Doppelgleichung γ) und kann auch umgekehrt dazu dienen, die Erfüllung der Voraussetzung zu sichern. Indem man nämlich unter Abschätzung des Betrages $\frac{\delta a}{\lambda}$ und unter Annahme eines etwa angemessenen Werthes für die noch unbekannte Grösse C zunächst aus δ) einen angenäherten Werth für δC bestimmt, kann alsdann die Rechnung jederzeit so geführt werden, dass der w. F. des arithmetischen Mittels der abgerundeten Werthe $\psi'(n\omega)$ jenen Werth nicht übersteigt.

Bei dem obigen Beispiele konnte die Unsicherheit der Messung einer Fadenlänge, d. h. eines Werthes $2a_n$ bis auf durchschnittlich höchstens etwa 0,02 mm veranschlagt werden. Daraus folgt, da $\lambda = 50$ mm war, $\frac{\delta a}{\lambda} = 20$ Einheiten der fünften Decimalstelle. Indem man für C den sich thatsächlich später ergebenden, immerhin schon etwas kleinen Werth 0,00025 annimmt, folgt nach δ)

$$\delta C = 3 \, . \, 20 \sqrt{\frac{0{,}00025}{40}} = 0{,}15 \text{ Einh. der fünften Decimale.}$$

Die Rechnung ist nunmehr so geführt, dass jeder der auf Einheiten der fünften Decimale abgerundeten Werthe $\psi'(n\omega)$ höchstens um eine halbe Einheit unsicher sein kann, also

$$\delta \nu = \frac{0{,}5}{\sqrt{40}} = 0{,}08 \text{ Einh. der fünften Decimale}$$

erhalten wird; sie wäre also auch noch ausreichend streng gewesen, wenn sich der wirkliche Werth C nur gleich dem vierten Theile des angenommenen ergeben hätte.

DIE

QUECKSILBER-NORMALE

DER

PHYSIKALISCH-TECHNISCHEN REICHSANSTALT

FÜR DAS OHM

VON

WILHELM JAEGER

INHALTSVERZEICHNISS.

Einleitung.

Vorbemerkungen. — Der grösste Theil der im Folgenden veröffentlichten Untersuchungen wurde unter Leitung und Mitwirkung von Dr. Kreichgauer, ehemaligem Mitgliede der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt, ausgeführt. Nachdem derselbe Mitte November 1892 die Anstalt verlassen hatte, wurde der Verfasser mit der Fortführung der Arbeiten betraut. Ein weiterer Theil der Untersuchungen wurde später von Dr. Jaeger und Dr. Wachsmuth gemeinschaftlich ausgeführt und soll nach Abschluss derselben in einer späteren Veröffentlichung mitgetheilt werden.

Nachstehende Arbeit behandelt die Herstellung von Quecksilber-Normalen zum Zweck der gesetzlichen Festlegung der Einheit des elektrischen Widerstandes für Deutschland.

In den Vorschlägen des Curatoriums der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt[1]) ist das gesetzliche Ohm definirt als „der elektrische Widerstand einer Quecksilbersäule von der Temperatur des schmelzenden Eises, deren Länge bei durchweg gleichem Querschnitt 106,3 cm und deren Masse 14,452 *g* beträgt, was einem Quadratmillimeter Querschnitt der Säule gleich geachtet werden darf".[2])

Die Herstellung der so definirten Widerstandsnormale liegt der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt ob, welche eine Anzahl Glasröhren aufzubewahren hat, deren Werthe in Ohm durch Calibrirung und Längenmessung der Rohre, sowie durch Auswägung ihrer Quecksilberfüllung ermittelt sind und von Zeit zu Zeit in gleicher Weise controlirt werden.

---

[1]) „Vorschläge zu gesetzlichen Bestimmungen über elektrische Maasseinheiten", entworfen durch das Curatorium der Physik.-Techn. Reichsanstalt; Beiheft zur Zeitschr. für Instrk. 13; 1893. (Vergl. hierzu die Anm. S. 412.)

[2]) Diese Definition des „Internationalen Ohm" durch Länge und Masse ist im Herbst 1893 auf dem internationalen Congresse zu Chicago allgemein angenommen worden. Durch Einführung der Masse an Stelle des Querschnitts macht man sich von dem nicht genau bekannten Verhältnisse zwischen Kilogramm und Liter unabhängig; es bleibt dann bei einer Neubestimmung dieses Verhältnisses die Einheit des Widerstandes ungeändert. (Vergl. Näheres hierüber in den erwähnten „Gesetzesvorschlägen", und R. Wachsmuth, Zur Frage der Legalisirung elektrischer Maasseinheiten, Elektrotechn. Zeitschr. 14, S 353; 1893.)

Für die amtliche Beglaubigung der in den Verkehr gelangenden Widerstände werden Normale aus geeigneten Metallverbindungen verwendet, deren Widerstandswerth in Ohm durch Anschluss an die Quecksilbernormale ermittelt und durch alljährlich wenigstens einmal zu wiederholende Vergleichungen mit denselben sicher gestellt wird.[1])

Wollte man die Einheit des elektrischen Widerstandes in analoger Weise verkörpern, wie dies bei der Längen- und der Gewichtseinheit durch die vom Bureau international des Poids et Mesures im Pavillon de Breteuil aufbewahrten Prototype des Meters und des Kilogramms der Fall ist, so hätte man ein Glasrohr mit seiner Quecksilberfüllung unverändert aufheben und diese Füllung als Einheit betrachten müssen. Da jedoch jede Füllung mit einem, die Messungsfehler übersteigenden, individuellen Fehler behaftet ist, so hat als Widerstand des Rohres das Mittel aus mehreren Füllungen zu gelten, so dass die Einheit in diesem Sinne stets neu reproducirt werden muss. Ausserdem beschränkt man sich wegen der Zerbrechlichkeit des Glases nicht auf ein Normalrohr, sondern stellt deren mehrere her und nimmt den Mittelwerth derselben als Einheit des Widerstandes an. Allerdings ist diese Einheit dann weniger genau, als die Messmethoden, denn die elektrischen Messungen lassen sich bis auf ein Milliontel des Werthes sicher ausführen, während bei den Reproductionen der elektrischen Einheit die Genauigkeit höchstens ein Hunderttausendtel beträgt. Diese Genauigkeit reicht übrigens für alle Anwendungen vollständig aus; bei den Messungen der Spannung und der Stromstärke ist schon die vorhergehende Decimale unsicher.

Die Unveränderlichkeit der Einheit konnte man dadurch prüfen, dass zahlreiche Copien (theils Quecksilber-, theils Drahtcopien) angefertigt und wiederholt unter sich und mit den Quecksilbernormalen verglichen wurden.

Die Gesammtheit derselben (einschliesslich der Quecksilbernormale) repräsentirt eine von zufälligen Aenderungen unabhängige Einheit. Die (S. 437 beschriebenen) Quecksilbercopien wurden wie die Quecksilbernormale bei 0° verglichen, blieben aber stets mit Quecksilber gefüllt. Sie lassen sich auf etwa ein Milliontel ihres Werthes vergleichen und haben sich auch in der Mehrzahl bis auf einige Milliontel während zweier Jahre unverändert er-

[1]) Bis zur Herstellung dieser Quecksilbernormale von Seiten der I. Abtheilung der Reichsanstalt wurden den amtlichen Beglaubigungen eingesandter Widerstände in der II. (technischen) Abtheilung die Drahtcopien dreier daselbst hergestellter Quecksilberwiderstände zu Grunde gelegt (Vergl. St. Lindeck, Zeitschr. für Instrk., 11, S. 173 ff; 1891.) Die directe Vergleichung dieser letzteren mit den hier beschriebenen Normalen bei 0° und unter Anwendung der auf S. 415 beschriebenen Endgefässe sowie der hier benutzten Beobachtungsmethode ergab eine Uebereinstimmung bis auf etwa 1/[illegible] Ohm. Diese Messungen sollen in einer späteren Veröffentlichung im Zusammenhang mit anderen Vergleichungen mitgetheilt werden. Hinsichtlich der erwähnten Drahtcopien vergl. die folgende Arbeit von Feussner u. Lindeck (Wiss. Abh. der P. T. R., 2, S. 501).

halten. Als Drahtcopien eignen sich die von der zweiten Abtheilung der Reichsanstalt in die Wissenschaft und Technik eingeführten Manganinwiderstände[1]) besonders gut. Es hat sich herausgestellt, dass sich dieselben im Lauf der Zeit sehr wenig ändern (innerhalb zweier Jahre nur um wenige Hunderttausendtel). Ausserdem lassen sie wegen des kleinen Temperaturcoefficienten (durchschnittlich 1—2 Hunderttausendtel pro Grad bei Zimmertemperatur) sehr genaue Messungen zu.

Jedenfalls darf, wie sich aus den folgenden Untersuchungen ergiebt, mit Sicherheit behauptet werden, dass die durch Quecksilbernormale, Quecksilbercopien und Drahtwiderstände der ersten Abtheilung festgelegte Einheit während zweier Jahre innerhalb ein bis zwei Hunderttausendtel constant geblieben ist und es auch voraussichtlich auf die Dauer bleiben wird.

Quecksilbernormale. — Da der Definition der Einheit des elektrischen Widerstandes eine Temperatur von 0° zu Grunde gelegt ist, so erschien es trotz mannigfacher technischer Schwierigkeiten rathsam, sowohl die elektrische Vergleichung, wie auch die Längenmessung und Auswägung der Rohre direct bei 0° vorzunehmen. Man vermeidet dadurch alle sonst durch Reduction von einer höheren Temperatur auf 0° entstehenden Fehler-

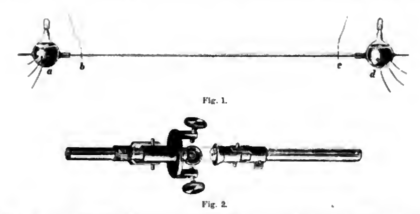


Fig. 1.

Fig. 2.

quellen, welche besonders bei der elektrischen Vergleichung sehr bedeutend werden können. (Vergl. S. 414.) Ausserdem bietet die Temperatur von 0° durch ihre Constanz und leichte Reproducirbarkeit bedeutende Vortheile.

Die Correction wegen der Ausbreitung des Stromes an den Enden der Rohre beabsichtigte man dadurch zu umgehen, dass man das Rohr ($b\,c$) in der aus Fig. 1 und 2 ersichtlichen Weise wieder mit den abgeschnittenen Endstücken $a\,b$ und $c\,d$ zusammensetzte und den Strom durch die Endgefässe a

[1]) K. Feussner, Construct. der elektrischen Normale der P. T. R. Zeitschr. f. Instrk. **10**, S. 6 u. 425; 1890. — K. Feussner und St. Lindeck, Metall-Legirungen für elektrische Widerstände; Zeitschr. f. Instrk. **9**, S. 233; 1889; ferner: Die Normalwiderstände der Physikal.-Techn. Reichsanstalt; diese Abhandl. l. c.

und d zuleitete. Es entsteht dann ein gleichmässiges Potentialgefälle zwischen a und d, und an den Schnittflächen b und c findet keine Ausbreitung des Stromes statt. Das Potentialgefälle zwischen b und c kann man durch eine Compensationsmethode einem anderen Potentialgefälle gleich machen und auf diese Weise die Widerstände vergleichen. Bei b und c werden als Galvanometerzuleitungen äusserst dünne Platinbleche benutzt.

Misst man ausserdem denselben Widerstand auch auf die gewöhnliche Weise, so dass die Endgefässe bei b und c angesetzt werden, so findet eine Ausbreitung des Stromes an diesen Punkten statt, und man kann somit den Ausbreitungswiderstand als Differenz bestimmen.[1])

Da jedoch, besonders bei der Füllung der zusammengesetzten Rohre im Vacuum, grössere Schwierigkeiten auftraten, so wurde von der Fortführung der Messungen nach dieser Methode zunächst Abstand genommen und der Widerstand der Rohre in der Weise gemessen, dass bei b und c Endgefässe übergeschoben wurden.

Zu Normalen des elektrischen Widerstandes waren anfänglich nur die beiden Rohre No. XI und No. XIV aus Jenaer Glas 16^{III} bestimmt, an welche auch die Quecksilber- und Drahtcopien angeschlossen wurden. Die Untersuchung dieser Rohre ist im Folgenden mitgetheilt.

Zur Controle wählte man jedoch später aus einer neuen grösseren Sendung Jenaer Glases 16^{III} noch drei andere Normalrohre No. 106, 114, 131 aus, deren Untersuchung noch nicht vollständig durchgeführt werden konnte. Da es nicht ausgeschlossen ist, dass die Grösse der inneren Oberfläche eines Rohres auf den Widerstand der Quecksilberfüllung von Einfluss ist, so wählte man die Querschnitte der letzteren Rohre innerhalb zweckmässiger Grenzen möglichst verschieden (Querschnittsverhältniss ungefähr $^1/_2$: 1 : 2 bei einem Widerstand von 2, 1, $^1/_2$ Ohm). Ueber diese Rohre und ihre Vergleichung mit den Normalen No. XI und No. XIV soll in einer späteren Veröffentlichung berichtet werden.

A. Geometrische Auswerthung des Widerstandes der Quecksilbernormale No. XI und No. XIV.

Die geometrische Auswerthung eines Rohres setzt sich zusammen 1. aus der Calibrirung, 2. aus der Längenmessung des Rohres und 3. aus der Wägung der Quecksilbermasse, welche dasselbe bei 0° ausfüllt.

[1]) Der theoretische Ausbreitungsfactor 0,80 bis 0,82, welcher auch experimentell bestätigt ist (vergl. W. Shrader, Wied. Ann. 44, S. 222; 1891) bezieht sich auf eine Ausbreitung des Stromes in einem unbegrenzten Raum; die Art der Ausbreitung in den gebräuchlichen Endgefässen kann hiervon beträchtlich abweichen.

I. Calibrirung der Normalrohre No. XI und No. XIV.

Die zur Calibrirung erforderliche Theilung wurde auf den Rohren selbst angebracht, damit die berechneten Calibercorrectionen für fest bestimmte Punkte gelten. Ferner kann man dann die Stellen, an welchen das Rohr durchgeschnitten wird, mit grosser Schärfe bestimmen und dadurch den Caliberfactor genauer berechnen, als dies sonst der Fall wäre. Auch wird hierdurch später eine leichtere Controle des Calibers ermöglicht.

Zur Herstellung der Theilung, welche in der Reichsanstalt selbst ausgeführt wurde, diente eine dem damaligen Mitgliede der Reichsanstalt, Herrn Pernet, gehörige Theilmaschine (von Brauer in Petersburg), die eine sehr gute Schraube von 89 cm Länge besitzt.[1])

Die beiden Rohre wurden nicht in Millimeter, sondern in Schraubenumdrehungen getheilt ($1^{a} = 1{,}01$ mm).

1. Untersuchung der Theilung.

Die Correctionen der Theilung bestimmte man in der Weise, dass man zunächst mittels constanter Hilfsintervalle die Correctionen der Hauptpunkte von 100^{a} zu 100^{a} festlegte und sodann die einzelnen Striche des Rohres auf der Theilmaschine durchmass.

Zur Ausführung der Messungen wurden die Rohre möglichst gerade gestreckt, auf einer Metallschiene mit Klebwachs befestigt und auf dem Support der Theilmaschine parallel zur Schraube ausgerichtet.

Auf dem Schlitten dieser Theilmaschine konnten in beliebigem Abstand von einander zwei Mikroskope angebracht werden, von denen das eine ein festes Fadenkreuz, das andere ein Mikrometer-Ocular besass. Das durch die optischen Axen dieser Mikroskope gebildete constante Intervall diente zur Ausmessung der verschiedenen Intervalle der Theilung, wobei die kleinen Differenzen der letzteren mit Hilfe des Mikrometers ermittelt wurden.

Zur Bestimmung der Correctionen von 100^{a} zu 100^{a} benutzte man fünf Hilfsintervalle; zunächst ermittelte man mittels der Intervalle von 100^{a}, 200^{a}, 300^{a} und 400^{a} die Correctionen in den Unterabtheilungen $[0^{a}:500^{a}]$ und $[500^{a}:1000^{a}]$[2]), indem die Correctionen der Endpunkte 0^{a}, 500^{a} und 1000^{a} gleich Null gesetzt wurden; sodann bezog man mittels des Intervalls von 500^{a} die beiden Unterabtheilungen auf einander.

Im Anhang sind auf Seite 452 und 460 die mit den verschiedenen Intervallen erhaltenen Messungsergebnisse, sowie die daraus berechneten Cor-

[1]) Vergl. diese Abhandl. 1, S. 19 ff.

[2]) Bei dem Rohr No. XIV wurden aus Zweckmässigkeitsgründen an Stelle der Striche 0^{a}, 100^{a}, 200^{a} . . . . die Striche -5^{a}, 95^{a}, 195^{a} . . . 995^{a} als Hauptpunkte gewählt.

rectionen mitgetheilt; die in der Spalte „Ueberschuss" angeführten Zahlen sind die in „σ" umgerechneten Mikrometerlesungen (hierbei entsprechen grösseren Ablesungen an der Trommel des Mikrometers kleinere Intervalle). Um den Einfluss der Temperatur möglichst unschädlich zu machen, wurden zwei Beobachtungsserien angestellt, bei denen die Reihenfolge der Beobachtungen entgegengesetzt war; die angegebenen Zahlen sind die Mittel aus diesen beiden Reihen.

Die vier Fünftheilungen der Intervalle $[0^\sigma : 500^\sigma]$ und $[500^\sigma : 1000^\sigma]$ mit je 14 Beobachtungsgleichungen für 8 Unbekannte (4 Correctionen und 4 Intervalle) wurden nach der Thiesen'schen Methode[1]) ausgeglichen; die hierbei erhaltenen Correctionen x_0, x_{100} . . . . sind im Anhang angegeben, ebenso die nach Einsetzen derselben in die Beobachtungsgleichungen übrigbleibenden Fehler v (in $0{,}001^\sigma$ bezw. μ) und endlich die wahrscheinlichen Fehler einer Beobachtung r_μ. Die Beobachtungsfehler überschreiten nicht einige Tausendtel σ.

Aus den Correctionen x der Theilsysteme $[0^\sigma : 500^\sigma]$ und $[500^\sigma : 1000^\sigma]$ und den Beobachtungen mit einem constanten Intervall von 500^σ in den Stellungen $0^\sigma : 500^\sigma$, $100^\sigma : 600^\sigma$ . . . 500^σ $1 : 000^\sigma$ (siehe III. Intervall S. 452 u. 460) wurden sodann die Correctionen der Mitten der Rohre (y_{500} bezw. y_{490}) nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet, und auf diese die Correctionen der Theilsysteme transformirt.

So erhält man z. B. für Rohr No. XI aus den Beobachtungen mit dem Intervall von 500^σ die folgenden Gleichungen, in denen l die mittlere Länge der beobachteten Intervalle und m den Abstand der Mikrometeraxen bedeutet:[2])

	Beobachtet	Berechnet	v $^1/_{1000}{}^\sigma$
$l + y_{500} + x_{500} - x_0 = m$	$- 0{,}0438^\sigma$	$- 0{,}0441^\sigma$	$+ 0_3$
$l + {}^3/_5\, y_{500} + x_{600} - x_{100} = m$	0	$+ 0{,}0002$	$- 0_2$
$l + {}^1/_5\, y_{500} + x_{700} - x_{200} = m$	$- 0{,}0118$	$- 0{,}0115$	$- 0_3$
$l - {}^1/_5\, y_{500} + x_{800} - x_{300} = m$	$- 0{,}0422$	$- 0{,}0409$	$- 1_3$
$l - {}^3/_5\, y_{500} + x_{900} - x_{400} = m$	$- 0{,}0421$	$- 0{,}0416$	$- 0_5$
$l - y_{500} + x_{1000} - x_{500} = m$	$- 0{,}0520$	$- 0{,}0539$	$+ 1_9$

[1]) M. Thiesen, Carl's Rep. 15, S. 285 und 677; 1879. — Vergl. auch Pernet, Jaeger, Gumlich, Thermometrische Arbeiten u. s. w., diese Abhandl. 1, S. 49 ff. 1894, und Zeitschr. f. Instrk. 15, Heft 1 bis 4; 1895.

[2]) Aus den Correctionen x der Theilsysteme $[0^\sigma : 500^\sigma]$ und $[500^\sigma : 1000^\sigma]$ und der Correction y_{500} des Punktes 500^σ erhält man für die Correctionen y des Intervalls $[0^\sigma : 1000^\sigma]$ durch lineare Transformation z. B. die Gleichungen

$$y_{600} = {}^4/_5\, y_{500} + x_{600}, \quad y_{100} = {}^1/_5\, y_{500} + x_{100}\,;$$

andererseits ist $l + y_{600} - y_{100} = m +$ *beobachtete Differenz*. Hieraus ergiebt sich die zweite der obigen Gleichungen etc.

Hierin ist unbekannt die Constante $(l-m)$ und die Grösse y_{500}, während die Correctionen x_0, x_{100}.. den Theilsystemen zu entnehmen sind. (Vergl. folgende Zusammenstellung Spalte x). Nach der Methode der kleinsten Quadrate erhält man hieraus die Werthe

$$l - m = -0{,}0490^{\circ}$$
$$y_{500} = +0{,}0049^{\circ};$$

der wahrscheinliche Fehler einer Beobachtung ist

$$r_{B} = \pm 0{,}001^{\circ}.$$

In analoger Weise findet man für Rohr No. XIV

$$l - m = -0{,}0473^{\circ}$$
$$y_{495} = -0{,}0195^{\circ}$$
$$r_{B} = \pm 0{,}002^{\circ}.$$

In der folgenden Tabelle sind für beide Rohre die Correctionen x sowie die endgültigen, auf die Endpunkte $0^{\circ} : 1000^{\circ}$ bezw. $-5^{\circ} : 995^{\circ}$ transformirten Correctionen y zusammengestellt.

Correctionen der Theilungsfehler von 100° zu 100°.

Einheit 1° = 1,01 mm.

(S. 452 u. 460.)

Rohr No. XI.			Rohr No. XIV.		
	Correctionen			Correctionen	
Strich	x im Theilsystem	y transformirt	Strich	x im Theilsystem	y transformirt
0°	0°	0°	−5°	0°	0°
100	−0,030	−0,029	95	−0,033	−0,037
200	−0,019	−0,017	195	−0,014	−0,022
300	−0,002	+0,001	295	+0,007	−0,005
400	−0,002	+0,002	395	−0,017	−0,032
500	0	+0,005	495	0	−0,019
600	+0,016	+0,020	595	+0,019	+0,003
700	+0,017	+0,020	695	+0,025	+0,013
800	+0,007	+0,009	795	+0,013	+0,005
900	+0,009	+0,010	895	+0,015	+0,012
1000	0	0	995	0	0

Zum Durchmessen der Theilung von Strich zu Strich mit Hülfe der Schraube der Theilmaschine wurde ein Mikroskop mit festem Fadenkreuz auf dem Schlitten angebracht, und die Einstellung desselben auf die Striche des Rohres an der Schraubentrommel abgelesen. Aus diesen Messungen berechnete man von 20° zu 20°, sowie für diejenigen Striche, welche bei der Calibrirung zur Verwendung kamen, die Correctionen nach der Gay-Lussac-

schen Methode[1]) und bezog dieselben sodann auf die Hauptpunkte von 100$^{\sigma}$ zu 100$^{\sigma}$. Im Anhange sind nur die Resultate dieser Messungen zusammengestellt; der Sinn der Correctionen ist der, dass durch Addition derselben zu den nominellen Lesungen die richtigen, auf dieselbe Einheit bezogenen Längen erhalten werden. Wie man sieht, überschreiten die Correctionen nicht die Grösse von einigen Hundertel σ, doch wurden sie bei der Calibrirung noch berücksichtigt.

2. Calibrirung
mit mehreren Fäden.

Die Calibrirung wird am zweckmässigsten nach den bewährten, bei den Thermometern gebräuchlichen Methoden ausgeführt, für welche auch die Berechnungsweise vollständig ausgebildet ist. Es wurden daher zunächst die Calibercorrectionen bestimmt, aus denen sich ohne Weiteres die relativen Querschnitte ergeben.

Die Querschnitte des Rohres müssen an möglichst vielen Stellen ermittelt werden, sodass man zur Berechnung des Widerstandes keine Annahme mehr über den Verlauf der Querschnittscurve zu machen braucht. Das Endresultat muss das gleiche bleiben, ob man die kleinsten Intervalle als Kegel oder als Cylinder berechnet. Ist dies nicht der Fall, so sind möglicherweise beide Resultate falsch, und die Querschnitte müssen dann an noch mehr Stellen bestimmt werden.

Die Rohre No. XI und No. XIV sind auf eine Länge von 1000$^{\sigma}$ getheilt, und auch die Calibrirung wurde auf dieses Intervall ausgedehnt, so dass der Verlauf der Querschnittscurve auch über die später abgeschnittenen Enden hinaus bekannt ist.[2]) Der Caliberfactor, welcher zunächst auf die ganze getheilte Länge bezogen ist, muss dann später für das abgeschnittene Stück neuberechnet werden.

Der kleinste bei der Calibrirung verwandte Faden hatte eine Länge von ca. 2 cm; da sich jedoch bei dem Aneinandersetzen so kurzer Fäden die Beobachtungsfehler häufen und dadurch das Resultat gefälscht werden kann, so wurden noch die Correctionen der Hauptpunkte von 100$^{\sigma}$ zu 100$^{\sigma}$ mit mehreren Fäden festgelegt.

Hierbei untersuchte man das etwas kegelförmige Rohr No. XI eingehender, um zu ermitteln, welchen Einfluss die verschiedenen Fehlerquellen auf das Endresultat haben. Es konnte dadurch für die anderen Rohre eine schnell zu sicheren Werthen führende Calibrirungsmethode aufgestellt werden.

[1]) Diese Abhandl. 1, S. 48; 1894.
[2]) Die Rohrlänge nach dem Abschneiden beträgt ca. 70–80 cm

Bei den Fäden von 20^σ Länge macht sich der Einfluss der Quecksilberkuppe schon recht bemerklich. Die Kuppenhöhe betrug bei einem Durchmesser der Capillare von etwa 1 mm durchschnittlich ca. 0,25 mm, so dass das Volumen der Kuppen rund 1 % der Fadenmasse ausmacht. Es wäre daher unzweckmässig gewesen, noch kürzere Fäden zu verwenden; auch zeigte es sich, dass eine Calibrirung von 2 cm zu 2 cm ausreichend genaue Resultate liefert (S. 400). Die Kuppenhöhe wurde stets bestimmt, um den durch die Aenderung derselben bewirkten Fehlern Rechnung tragen zu können. Zur Controle wurden ferner alle Fäden gewogen.

Bei der Calibrirung befestigte man die Rohre in der S. 385 beschriebenen Weise auf der Theilmaschine; das Verschieben der Fäden erfolgte mit Hilfe von Gummischläuchen, die über die Enden der Glasrohre geschoben waren und in denen die Luft durch Druck mit dem Finger comprimirt wurde.

Zur Bestimmung der Länge der Quecksilberfäden dienten ein bezw. (bei langen Fäden) zwei Mikroskope, deren Fadenkreuze man auf die beiden, den Enden des Quecksilberfadens benachbarten Theilstriche (vergl. Fig. 3 und Beispiel weiter unten), sowie auf Basis und Scheitel der Kuppe einstellte. Die sicherste Einstellung ermöglicht die Basis der Kuppen, da sich dieselbe bei gut gereinigten Röhren scharf an der Rohrwandung abgrenzt. Daher wurde die Länge der Fäden von Basis zu Basis ermittelt und sodann eine Correction wegen der Kuppe zugefügt. Da die Rohre mit derselben Schraube getheilt sind, die zur mikrometrischen Ablesung gebraucht wurde, so sind diese Lesungen ohne weitere Reduction verwendbar.[1])

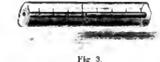


Fig. 3.

Rohr No. XIV.

Faden von 20^σ in der Stellung $[-5^\sigma : +15^\sigma]$.

(Vergl. auch Fig. 3.)

Bezeichnung			Theilungsfehler	Schraubenlesung	Kuppenhöhe	Einstellung der Basis	Fadenlänge	
Unteres Ende	Strich	-5^σ	0^σ	$1{,}521^\sigma$				
	Fadenende	Scheitel		1,144	$0{,}243^\sigma$	$-4{,}370^\sigma$		
		Basis		0,901				
	Strich	-4^σ		0,531			$19{,}803^\sigma$	
							+ 255	Correction wegen Kuppenhöhe
Oberes Ende	Strich	$+15^\sigma$	− 28	1,509			− 28	Theilungsfehler
	Fadenende	Basis		1,076	0,229	+ 15,433	$20{,}030^\sigma$	Corrigirte Fadenlänge
		Scheitel		0,847				
	Strich	$+16^\sigma$		0,510				

Kuppenhöhe Mittel 0,236.

[1]) Alle Grössen sind also zunächst in σ ($1^\sigma = 1{,}01$ mm) ausgedrückt.

Als Beispiel einer vollständigen Messung möge die vorstehende Einstellung des Fadens von 2 cm Länge zwischen den Theilstrichen -5^σ und $+15^\sigma$ des Rohres No. XIV dienen. (Im Anhang sind für jede Messung nur die fettgedruckten Zahlen angegeben und zwar auf eine Decimale weniger abgerundet.)

Man erhält also zunächst aus der Einstellung der Basis des unteren Fadenendes ($-4{,}370^\sigma$) und derjenigen des oberen Endes ($+15{,}433^\sigma$) die uncorrigirte Länge von $19{,}803^\sigma$, an welcher noch eine Correction wegen der Theilungsfehler, wegen der Kuppenhöhe und ev. wegen der Temperatur anzubringen ist.

Der Inhalt i einer Kuppe von der Höhe h berechnet sich angenähert nach der Formel

$$i = \frac{h}{2}\left(1 + \frac{1}{3}\frac{h^2}{\varrho^2}\right) q,$$

wenn ϱ den Halbmesser und q den Querschnitt des Rohres an der betreffenden Stelle bedeutet. Die Correction, welche man für jede Kuppe der von Basis zu Basis gemessenen Länge hinzufügen muss, ist also

$$x = \frac{i}{q} = \frac{h}{2}\left(1 + \frac{1}{3}\frac{h^2}{\varrho^2}\right)$$

(Der Klammerfactor beträgt im vorliegenden Falle etwa 1,08.)

Bei der Aufstellung der obigen Formel ist angenommen, dass die Kuppe ein Kugelsegment von der gemessenen Höhe h und dem Basishalbmesser ϱ bildet. Der wirkliche Inhalt unterscheidet sich nur ganz unwesentlich von dem so berechneten.

In dem betrachteten Beispiel beträgt der Mittelwerth der beiden Kuppenhöhen $0{,}236^\sigma$, und man erhält demnach als Correction $2x = 0{,}236^\sigma + 0{,}019^\sigma = 0{,}255^\sigma$. Berücksichtigt man ausserdem noch die Theilungsfehler, so findet man als corrigirte Fadenlänge $20{,}030^\sigma$.

Für beide Normalrohre No. XI und No. XIV wurden in dieser Weise je zwei Messungsreihen mit einem Faden von 20^σ angestellt, deren Resultate zu einem Mittelwerth vereinigt wurden (vgl. Rohr No. XI, Spalte 6, 11 und 13; S. 453, und Rohr No. XIV, Spalte 5, 9 und 11; S. 461). Die Temperaturen für den Anfang und das Ende jeder Messungsreihe sind ebenfalls im Anhang angegeben.

Spalte 12 S. 453 enthält die Abweichungen der Fadenlängen beider Serien des Fadens von 20^σ vom Mittel, abzüglich einer Constante $0{,}58^\sigma$[1]; die Resultate beider Reihen stimmen bis auf einige Hundertel mm bezw. σ überein.

[1]) Der Faden von 20^σ ging nach der ersten Serie verloren, und derjenige der zweiten Serie war um ca. $1{,}15^\sigma$ länger; aus diesem Grunde unterscheiden sich die beiden Serien um die oben angegebene Constante.

Das Rohr No XIV befand sich bei der zweiten Messungsreihe nicht wie gewöhnlich, in Luft, sondern in einer Flüssigkeit, deren Brechungscoefficient gleich demjenigen des Glases war (Gemisch von 2 Theilen Anilin und 1 Theil Terpentinöl mit etwas Alkohol.) Man wollte nämlich untersuchen, ob die Unregelmässigkeiten der Glasoberfläche Brechungen hervorrufen, welche die Messungen beeinflussen könnten. Wie aber die gute Uebereinstimmung der beiden Reihen zeigt (Spalte 10, S. 461; die Abweichungen bleiben, wie bei Rohr No. XI, in den Grenzen von wenigen Hundertel Millimetern), ist ein solcher schädlicher Einfluss nicht vorhanden.

Aus den reducirten Mittelwerthen (Sp. 13, S. 453 und Sp. 11, S. 461) sind die Calibercorrectionen von 20° zu 20° nach der Methode von Gay-Lussac berechnet und in einer Curve aufgetragen worden (Sp. 14, S. 453 und Fig. 4).

Diese Correctionen sind aber nur eine erste Annäherung, da die Einstellungen der Fadenenden nicht mit den Strichen zusammenfallen, für die man die Correctionen erhalten will.[1]) Man muss daher diese Einstellungen mit Hilfe der graphischen Calibercurve (Fig. 4), corrigiren, und erhält auf diese Weise eine zweite Annäherung (Sp. 15, S 453).

Für das Rohr No. XIV ist im Anhang nur die 2. Annäherung mitgetheilt (Sp. 12, S. 461 und Fig. 5). Auf S. 453 und 461 des Anhangs sind ferner die Gewichte der Fäden, sowie ihre mittleren Längen in dem Intervall [0° : 1000°] resp. [—5° : 995°] angegeben.

Zur Bestimmung der Calibercorrectionen der Hauptpunkte von 100° zu 100° wurden beide Rohre verschieden behandelt. (S. 454, 455, 462).

Rohr No. XI: Man ermittelte zunächst, wie bei der Bestimmung der Theilungsfehler, die Correctionen in den Unterabtheilungen [0° : 500°] und [500° : 1000°] mit Fäden von 100°, 200°, 300° und 400° Länge, und verband die beiden Abtheilungen sodann durch Beobachtung mit einem Faden von 500°.

Im Anhang finden sich wiederum die Einstellungen der Fäden (Basis unten und oben), sowie die Gewichte der Fäden und die Temperaturen angegeben. Die Correction wegen der Kuppenhöhen, deren Veränderung bei den langen Fäden relativ wenig ausmacht, ist am Endresultat angebracht, um aus Länge und Gewicht der Fäden eine Controle für die Richtigkeit der Messungen und Reductionen zu erhalten (vergl. S. 398).

Die in der Spalte „Corrigirte Fadenlängen“ S. 454 und 455 (im Anhang) mitgetheilten Zahlen sind bereits auf 21° unter Berücksichtigung der Theilungsfehler und der Einstellung corrigirt. Um die letztere Correction ausführen zu können, muss man die mit dem Faden von 20° erhaltenen Calibercorrectionen auf die Theilsysteme [0° : 500°] und [500° : 1000°] transformiren und aus der so erhaltenen

[1]) Vergl. diese Abhandlungen 1, S. 50 und 59; 1894.

Curve (Fig. 4, Curve No. 2) die Correctionen entnehmen. Bei dem Faden von 500" dagegen, welcher auf das Intervall [0": 1000"] bezogen ist, hat man die Correctionen der Curve No. 1 zu entnehmen. Diese Correctionen sind in den Spalten „Correction wegen der Einstellung" S. 454 zusammengestellt.

Normalrohr No. XI.

Calibercorrectionen.

1. —o— Erste Annäherung mit einem Faden von 20" allein.

2. —□— Correctionen in den Theilsystemen [0": 500"] und [500": 1000"].

3. —△— Definitive Correctionen im Hauptsystem [0": 1000"].

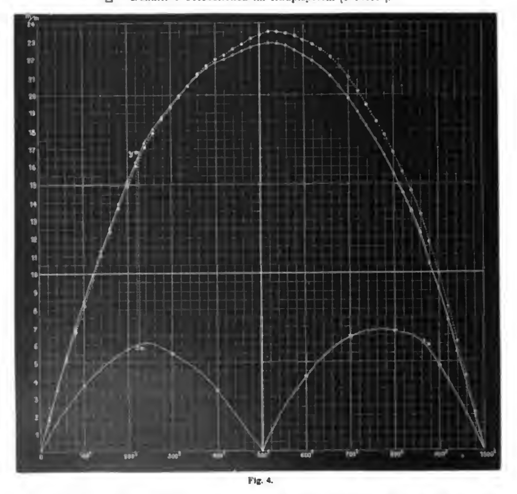


Fig. 4.

Für jeden Faden beobachtete man wieder zwei Serien, die zu einem Mittelwerthe vereinigt wurden und deren Abweichungen in denselben Grenzen bleiben, wie bei dem Faden von 20".

Normalrohr No. XIV.

Calibercorrectionen.

1. —o— Erste Annäherung mit einem Faden von 20° allein.
2. ---o--- Zweite „ „ „ „ 20° „
3. —△— Definitive Correctionen.

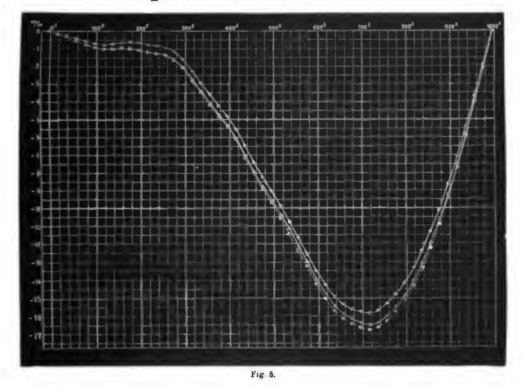


Fig. 5.

Für die Fünftheilungen der Intervalle [0°:500°] und [500°:1000°] sind je 14 Gleichungen mit 8 Unbekannten vorhanden, welche nach der Thiesen-schen Methode berechnet wurden. Es ergeben sich so die **mittleren Fadenlängen** in den Theilsystemen (vergl. letzte Spalte, S. 454), sowie die Correctionen x für dieselben Systeme (S. 455 Mitte).

Die nach dem Einsetzen der letzteren in die Beobachtungsgleichungen übrigbleibenden Fehler sind unter v in $^1/_{100}$° (mm) angegeben. Die wahrscheinlichen Fehler einer Beobachtung (r_B) überschreiten nicht 0,02°.

Zur Berechnung der Correction y_{500} des Striches 500° aus den Beobachtungen mit einem Faden von 500° Länge muss man in folgender Weise verfahren:[1])

[1]) Wegen der Grösse der Correctionen muss man hier auf die strenge Transformationsformel

$$y_m = y_a + x_m + (m + x_m - a)\,\frac{y_b - y_a}{b - a}$$

(Forts. a. d. nächsten Seite)

Sind die Correctionen der Theilsysteme $[0^p:500^p]$ und $[500^p:1000^p]$ $x_0, x_{100} \ldots$, diejenigen des Hauptsystems $[0^p:1000^p]$ $y_0, y_{100} \ldots$ (Fig. 4), bezeichnet man ferner mit l_1, l_2 die abgelesenen Ueberschüsse des Fadens von 500^p über den nominellen Betrag und mit c eine Constante, so ist zunächst

$$y_{500} - y_0 \;\; + c = l_1\,,$$
$$y_{600} - y_{100} + c = l_2\,,$$

ferner nach der Formel S. 394, Anm. ($a = 500^p$, $m = 600^p$, $b = 1000^p$ etc.)

$$y_{600} = y_{500} + x_{600} - \frac{y_{500}}{500}\,[100 + x_{600}]$$
$$y_{100} = y_0 \;\; + x_{100} + \frac{y_{500}}{500}\,[100 + x_{100}]$$

$$l_2 = y_{600} - y_{100} + c = {}^3/_5\, y_{500} + x_{600} - x_{100} - [x_{600} + x_{100}]\,\frac{y_{500}}{500} + c$$

oder, da man in dem Ausdruck $[x_{600} + x_{100}]\,\frac{y_{500}}{500}$ die Grösse y_{500} angenähert der Sp. 15, S. 453 (aus dem Faden von 20^p berechnet) entnehmen kann,

$$l_2 = {}^3/_5\, y_{500} + 0{,}10^p + c = +\,11{,}54^p\text{, vergl. S. 455.}$$

Auf diese Weise ergeben sich die folgenden Gleichungen:

	Beobachtet	Berechnet	v $^1/_{100}{}^p$
1)	$y_{500} \qquad\qquad + c = +\,20{,}56^p$	$+\,20{,}56^p$	0
2)	${}^3/_5\, y_{500} + 0{,}10^p + c = +\,11{,}54$	$+\,11{,}53$	-1
3)	${}^1/_5\, y_{500} + 0{,}11 \;\; + c = +\;\; 2{,}40$	$+\;\; 2{,}41$	$+1$
4)	$-{}^1/_5\, y_{500} + 0{,}72 \;\; + c = -\;\; 6{,}12$	$-\;\; 6{,}11$	$+1$
5)	$-{}^3/_5\, y_{500} + 1{,}00 \;\; + c = -\,14{,}96$	$-\,14{,}96$	0
6)	$-\;\; y_{500} \qquad\qquad + c = -\,25{,}08$	$-\,25{,}09$	-1

Hieraus findet man

$$y_{500} = +\,22{,}825^p$$
$$c \;\; = -\;\; 2{,}265^p$$
$$r_B \;\; = \pm\;\; 0{,}000_5{}^p.$$

Nach dem Einsetzen dieser Werthe y_{500} und c in die Beobachtungsgleichungen erhält man die unter „Berechnet" aufgeführten Zahlen, die nur um 0,01 mm (bezw. σ) von den beobachteten abweichen.

Es erübrigt nun noch, die Correctionen x der Theilsysteme unter Benutzung des obigen Werthes von y_{500} auf das System $[0^p:1000^p]$ zu trans-

---

zurückgehen (diese Abhandl. I, S. 61; 1894). Hier sind y_a und y_b die Correctionen der Endpunkte a und b des neuen Systems (diejenigen des alten Systems sind 0), y_m ist die gesuchte Correction des Punktes m des neuen Systems, x_m die entsprechende des alten Systems (vergl. auch Fig. 4).

formiren, wodurch man die auf S. 455 Mitte angegebenen definitiven Correctionen y der Hauptpunkte von 100° zu 100° erhält. Schliesslich hat man noch die mit dem Faden von 20° gefundenen Correctionen (Spalte 15) auf diese Hauptpunkte zu beziehen (vergl. Spalte 16, S. 453 und Fig. 4). Dies sind die definitiven Calibercorrectionen von 20° zu 20°, welche zur Berechnung der Querschnitte und des Widerstandes verwandt werden. Der Sinn der Correctionen ist derart, dass durch Addition derselben zu den Einstellungen der Fadenenden diejenige Länge erhalten wird, welche der Faden in einem cylindrischen Rohr haben würde.

Durch die Zerlegung in Theilsysteme wird in Folge der mehrfachen Transformationen die Berechnung der Correctionen etwas umständlich, und es lässt sich an der Hand des Beobachtungsmaterials leicht untersuchen, welche Vereinfachungen man eintreten lassen kann, ohne das Resultat zu ändern.

Zu diesem Zweck sind im Folgenden zunächst für die Hauptpunkte von 100° zu 100° die Calibercorrectionen zusammengestellt, welche man erhält A. unter Benutzung des 20° Fadens allein (Spalte 15), B. mit dem Faden von 100° allein (transformirt auf das definitive y_{500}), C. mit den definitiven Correctionen (Spalte 16 S. 453).

Rohr No. XI.

Calibercorrectionen nach verschiedener Berechnung.

Strich	A. Faden von 20°		B. Faden von 100°	C. Definitive Correction
	1. Annäherung	2. Annäherung	2. Annäherung	
0°	0°	0°	0°	0°
100	+ 8,24	+ 8,40	+ 8,45	+ 8,45
200	+ 14,95	+ 15,11	+ 15,21	+ 15,17
300	+ 19,32	+ 19,29	+ 19,47	+ 19,43
400	+ 21,99	+ 21,68	+ 21,84	+ 21,80
500	+ 23,31	+ 22,68	+ 22,82	+ 22,82
600	+ 23,10	+ 22,18	+ 22,23	+ 22,24
700	+ 20,98	+ 19,85	+ 19,84	+ 19,86
800	+ 16,77	+ 15,59	+ 15,58	+ 15,58
900	+ 9,96	+ 9,08	+ 9,11	+ 9,11
1000	0	0	0	0

Da die nominelle Fadenlänge = 100° ist, so ergeben sich hieraus die folgenden, für die Intervalle [0° : 100°], [100° : 200°] . . . geltenden Querschnitte, bezogen auf den mittleren Querschnitt des Intervalls [0° : 1000°] als Einheit (vgl. S. 398):

Rohr No. XI.

Relative Querschnitte s, berechnet aus:

Intervall	A. Faden von 20° [1])	B. Faden von 100°	C. Definitive Correction
[0° : 100°]	1,0840	1,0845	1,0845
[100 : 200]	1,0671	1,0676	1,0672
[200 : 300]	1,0418	1,0426	1,0426
[300 : 400]	1,0239	1,0237	1,0237
[400 : 500]	1,0100	1,0098	1,0102
[500 : 600]	0,9950	0,9941	0,9942
[600 : 700]	0,9767	0,9761	0,9762
[700 : 800]	0,9574	0,9574	0,9572
[800 : 900]	0,9349	0,9353	0,9353
[900 : 1000]	0,9092	0,9089	0,9089
Summe s	10,0000	10,0000	10,0000

Bildet man mit Hilfe der reciproken Querschnitte $1/s$ den Caliberfactor

$$C = \frac{\Sigma \frac{1}{s}}{n} \quad \text{(vergl S. 400)},$$

so findet man die folgenden Werthe:[2])

Caliberfactor
1. aus A (Faden von 20°, 2. Annäher.) . . 1,002911
2. „ B (Faden von 100°) 1,002936
3. „ C (definitive Correction) . . . . . 1,002933 [3]).

Hätte man also nur eine Calibrirung mit einem Faden von 20° ausgeführt und nicht noch die Hauptpunkte festgelegt, so wäre bei der Berechnung des Widerstandes ein Fehler von 2 Hunderttausendtel entstanden; da-

[1]) Zweite Annäherung.

[2]) Setzt man $s = 1 + \delta$, so ist $\sum_1^n s = n$, $\sum_1^n \delta = 0$, wenn s auf den mittleren Querschnitt des ganzen Intervalls $[0:n]$ bezogen ist, und $\sum_1^n \frac{1}{s} = n - \sum_1^n \delta + \sum_1^n \delta^2 \ldots$, also angenähert

$$\frac{\sum_1^n \frac{1}{s}}{n} = 1 + \frac{1}{n} \sum_1^n \delta^2.$$

Hat man zwei verschiedene Summen reciproker Querschnitte zu bilden, bei denen die Grössen δ der einzelnen Glieder nahe gleich sind, und bezeichnet man die Grössen der zweiten Reihe mit s_1, δ_1, wobei $\delta_1 = \delta + \Delta$ sein soll, so ergiebt sich als Differenz der Caliberfactoren näherungsweise

$$\frac{1}{n}\left[\sum_1^n \frac{1}{s_1} - \sum_1^n \frac{1}{s}\right] = \frac{1}{n} \sum_1^n 2\delta\Delta.$$

Je kleiner δ (also die Querschnittscorrection) ist, desto geringer ist im Allgemeinen diese Summe.

[3]) Es ist dies natürlich nicht der richtige Caliberfactor für das Intervall [0° : 1000°], dieser hat vielmehr den Werth 1,002980 (S. 400); weil es indessen hier nur auf den Unterschied der verschiedenen Factoren ankommt, so ist diese Berechnungsweise hier zulässig.

gegen zeigt es sich, dass man bei Anwendung nur eines Fadens von 100° für die Correctionen an den Hauptpunkten (B) dasselbe Resultat erhält, wie mit mehreren Fäden (C).

Bei den anderen Rohren wurde daher in der Weise verfahren, dass man eine Calibrirung von 20° zu 20° mit einem Faden von 20° Länge und von 100° zu 100° mit einem Faden von 100° Länge anstellte und schliesslich die Correction der Mitte des Rohres durch einen Faden von der halben Rohrlänge bestimmte. Es sind dann alle Grössen von vorn herein auf dasselbe Hauptintervall bezogen, so dass die umständliche Transformirung fortfällt. Die Correctionen wegen der Einstellung der Fäden werden aus der Calibercurve des 20°-Fadens entnommen, die Correctionen von 100° zu 100° auf diejenige der Rohrmitte bezogen und auf diese schliesslich die Resultate des 20°-Fadens umgerechnet. Der hieraus abgeleitete Caliberfactor ist dann nach dem Vorstehenden sicher auf wenige Milliontel des Werthes richtig.

Die Zusammenstellung für Rohr No. XIV auf Seite 462 des Anhangs ist nun ohne Weiteres verständlich; mit den Fäden von 100° und 500° sind je zwei Serien beobachtet worden, deren Resultate nur um wenige Hundertel Millimeter von einander abweichen.

Man findet die mittleren Fadenlängen (auf 19° reducirt) und die Gewichte der Fäden angegeben; die Correctionen der Hauptpunkte sind auf S. 462 unten zusammengestellt, die definitiven Calibercorrectionen von 20° zu 20° auf S. 461, Spalte 13.

Im Folgenden sind auch für Rohr No. XIV dieselben Berechnungen, wie oben ausgeführt.

Zunächst hat man folgende Calibercorrectionen von 100° zu 100°:

Rohr No. XIV.

Calibercorrectionen.

Strich	A Faden von 20° 2. Annäherung	B Definitive Correctionen
— 5°	0°	0°
+ 95	— 0,86°	— 0,89
195	— 1,02	— 1,02
295	— 2,07	— 2,03
395	— 5,38	— 5,32
495	— 9,65	— 9,51
595	— 14,15	— 13,92
695	— 16,56	— 16,32
795	— 15,08	— 14,84
895	— 9,36	— 9,21
995	0	0

Bildet man hieraus die relativen Querschnitte s und den Caliberfactor $C = \frac{\Sigma \frac{1}{s}}{n}$ (vergl. S. 396), so erhält man

Caliberfactor { A. Faden von 20° . . . 1,001726
B. Definitive Werthe . 1,001674[1])

Differenz = 0,000052.

Hier beträgt also der Fehler, den man bei der Calibrirung mit einem Faden von 20° allein begangen hätte, 5 Hunderttausendtel.

3. Controle der Calibrirung durch die Gewichte der Fäden.

Unter Anwendung der mittleren Fadenlängen für die Intervalle [0° : 1000°] bezw. [− 5° : 995°] und der durch Wägung bestimmten Masse der Fäden müsste man für alle Fäden desselben Rohres den gleichen mittleren Querschnitt für die ganze untersuchte Länge erhalten. Dies giebt eine Controle für die Richtigkeit der Calibrirung und der an den Fäden angebrachten Correctionen (wegen Kuppenhöhe, Temperatur u. s. w.)[2]). Auch mit dem Resultat der Auswägung der Rohre bei 0° nach dem Abschneiden derselben müssen die so berechneten Querschnitte in Einklang stehen. Auf Seite 455 und 463 des Anhangs sind die betreffenden Messungen und Resultate zusammengestellt.

Man findet für

Rohr No. XI: Mittlerer Querschnitt im Intervall [0° : 1000°] = 0,7678 mm²
„ „ XIV: „ „ „ „ [− 5° : 995°] = 0,7320 „
bei 20° C. (Vergl. auch S. 411).

4. Berechnung der relativen Querschnitte und ihrer Reciproken.

Bezeichnet man mit y_m und y_n die Calibercorrectionen an den Punkten m und n des Rohres, so erhält man als mittleren relativen Querschnitt s zwischen diesen beiden Punkten (bezogen auf den mittleren Querschnitt des ganzen Rohres als Einheit)[3])

$$s = \frac{m + y_m - (n + y_n)}{m - n} = 1 + \frac{y_m - y_n}{m - n};$$

es folgt dies ohne Weiteres aus der Bedeutung der Calibercorrectionen (S. 395).

Die relativen Querschnitte sind auf diese Weise von 20° zu 20° fortschreitend aus den endgültigen Calibercorrectionen berechnet; man hat zunächst die Differenzen je zweier auf einander folgenden Correctionen zu

[1]) Der richtige Caliberfactor für das Intervall [− 5° : 995°] ist 1,001731 (vergl. S. 400).

[2]) Die Fadenlängen müssen hierzu in mm umgerechnet werden.

[3]) Durch Multiplication von s mit einem constanten Factor Q erhält man den absoluten Querschnitt q an der betreffenden Stelle des Rohres; es ist also $s = \frac{q}{Q}$. (Vergl. S. 400.)

bilden (Spalte 16 S. 453 und Spalte 13 S. 461) und erhält so die unter 4. in Spalte 1 (S. 456 und 463) angegebenen Zahlen $20(s-1)$. Hieraus ist Spalte 2 für die relativen Querschnitte s abgeleitet (siehe Fig. 6 und Fig. 7), deren Summe je gleich 50 ist. Die zur Berechnung des Caliberfactors nöthigen Reciproken dieser Grössen ($^1/_s$) sind in Spalte 3 enthalten.

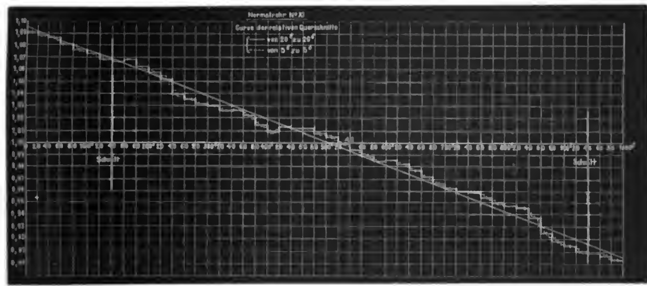


Fig. 6.

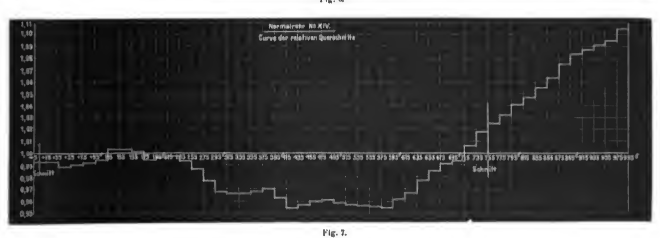


Fig. 7.

5. Caliberfactor für die ganze untersuchte Rohrlänge.

Wird der Widerstand W des ganzen Rohres für die Intervalle $[0^\circ : 1000^\circ]$ und $[-5^\circ : 995^\circ]$ so berechnet, dass man die kleinsten Intervalle von je 20° als Cylinder mit dem relativen Querschnitt s annimmt (bezogen auf den mittleren Querschnitt des ganzen Rohres als Einheit), und bezeichnet man den abso-

luten Querschnitt dieser Cylinder mit q, die ganze Rohrlänge mit L, das Volumen des Rohres mit V, die Anzahl der kleinen Cylinder mit n und die Länge eines Cylinders mit l, so ist (da $\sum_1^n s = n$ und $L = nl$) der Widerstand

$$W = l\Sigma\frac{1}{q} = \frac{L^2}{V}\left[\frac{\sum_1^n \frac{1}{s}}{n}\right],$$

also der Caliberfactor

$$C = \frac{1}{n}\sum_1^n \frac{1}{s}. \quad \text{(Vergl. S. 402.)}$$

Im Folgenden sind die Werthe n, $\sum_1^n \frac{1}{s}$ und C für beide Rohre zusammengestellt (vergl. S. 456 und 463):

Rohr	n	$\sum_1^n \frac{1}{s}$	C
Nr. XI	50	50,14900	1,002980 im Intervall [0°:1000°]
„ XIV	50	50,08653	1,001731 „ „ [−5°:995°]

Mit Hilfe der Calibercurve (Fig. 4) und der Querschnittscurve (Fig. 6) kann man die Strecke [0°:1000°] in noch kleinere Intervalle zerlegen, wobei aber stets in $\sum_1^n (s) = \sum_1^n [1+\delta]$ die Grösse $\sum_1^n \delta = 0$, also $\sum_1^n s = n$ bleiben muss. Ergiebt dies für den Caliberfactor nicht denselben Werth wie nach der obigen Berechnung, so war die Calibrirung nicht eng genug, und die Berechnung der kleinsten Intervalle als Cylinder unrichtig. Für Rohr No. XI wurden in der aus Fig. 6 ersichtlichen Weise die Intervalle von 20° nochmals in je vier Theile zerlegt, so dass nun $\sum_1^n s = 200$ ist; es ergab sich dann $\sum_1^n \frac{1}{s} = 200{,}59624$[1]), also der Caliberfactor

$$C = \frac{200{,}59624}{200} = 1{,}002981.$$

Dieser Werth unterscheidet sich von dem oben angegebenen nur um 1 Milliontel, so dass also bei diesem Rohr die Calibrirung von 20° zu 20° ausreichend ist, und die kleinsten Intervalle auch als Cylinder berechnet werden dürfen.[2])

[1]) Das Zahlenmaterial hierfür ist im Anhang nicht angegeben, da dies zu weit führen würde.

[2]) Bei den anderen Rohren ist das Caliber gleichmässiger, als bei No. XI, so dass bei diesen die obige Schlussfolgerung erst recht zutrifft.

6. Abschneiden der Rohre

und mikrometrische Bestimmung der Schnittstellen.

Für das Abschneiden der Rohre waren folgende Gesichtspunkte maassgebend:

1. Der Widerstand sollte einem Ohm möglichst nahe kommen.
2. An den durchschnittenen Stellen sollte das Rohr möglichst cylindrisch sein.
3. Die Schnittstellen sollten mit Hauptpunkten der Calibrirung möglichst zusammenfallen.

Die Schnittstellen lagen ungefähr

bei Rohr No. XI an der Stelle 140" und 940" (Diff. 800"),

„ „ „ XIV „ „ „ +5" „ 755" („ 750")

(vergl. Figur 6 und 7; und S. 456 und 463).

Das Durchschneiden der Rohre und Schleifen der Endflächen führte Herr Optiker Magen in Berlin aus; alle Endflächen wurden spiegelnd und möglichst eben polirt. Dies liess sich dadurch ermöglichen, dass man eine grössere Anzahl von Rohren zu einem Bündel vereinigte und auf einer ebenen Glasplatte vorsichtig hin und her bewegte. Um zu verhindern, dass hierbei aus der Capillare Stücke aussprangen, kittete man in dieselben kleine Glasstäbchen ein. Die Schnittflächen der Endstücke wurden in derselben Weise polirt und dabei darauf gesehen, dass möglichst wenig von dem Rohr abgeschliffen wurde, da später die Endstücke wieder mit dem Rohr zusammengesetzt werden sollten. (S. 383.)

Die Abstände der Schnittflächen von den nächsten Theilstrichen ermittelte man mikrometrisch (Anhang unter 5. S. 456 und 463), da diese Werthe zur Berechnung des Caliberfactors nöthig sind.

7. Berechnung des Caliberfactors für die zwischen den Schnittflächen liegende Rohrlänge.

Da die Schnittflächen nicht genau mit einem bei der Calibrirung benutzten Strich zusammenfallen, so müssen diese kleinen Bruchtheile eines Intervalls bei der Berechnung des Caliberfactors mit berücksichtigt werden.

Es sei L die ganze, zwischen den Schnittstellen gemessene Länge des Rohres bei 0°; dieselbe bestehe aus n Intervallen von der Länge l, sowie aus den Längen αl und βl an beiden Enden des Rohres, wo α und β ächte Brüche bedeuten.

Dann ist zunächst $L = l(\alpha + n + \beta)$, und das Gewicht G der Quecksilberfüllung des Rohres bei 0°

$$G = d\,l\left(\alpha\,q_\alpha + q_1 + \cdots q_n + \beta\,q_\beta\right),$$

wenn man mit d das specifische Gewicht des Quecksilbers bei 0° und mit q die Querschnitte der kleinen Theilintervalle bezeichnet.

Die auf S. 456 und 463 des Anhangs angegebenen relativen Querschnitte s beziehen sich auf den mittleren Querschnitt der ganzen untersuchten Rohrlänge als Einheit, während q auf den mittleren Querschnitt der Rohrlänge L zu beziehen ist; man muss dieselben daher mit einer gewissen Constanten Q multipliciren, um die Grössen q zu erhalten. Es ist also

$$\frac{1}{Q} = \frac{d\,l}{G}\left(\alpha s_\alpha + \sum_1^n s + \beta s_\beta\right).$$

Der Widerstand W des Rohres bei 0° (ohne Ausbreitungswiderstand) in Siemens-Einheiten ist

$$W = l\left\{\frac{\alpha}{q_\alpha} + \sum_1^n \frac{1}{q} + \frac{\beta}{q_\beta}\right\}$$

$$= \frac{l}{Q}\left\{\frac{\alpha}{s_\alpha} + \sum_1^n \frac{1}{s} + \frac{\beta}{s_\beta}\right\}.$$

Drückt man hierin $\frac{1}{Q}$ und l durch die obigen Werthe L und G aus (welche durch Ausmessung und Wägung bei 0° bestimmt werden), so findet man schliesslich

$$W = \frac{d\,L^2}{G}\cdot\frac{1}{(\alpha+n+\beta)^2}\left\{\frac{\alpha}{s_\alpha} + \sum_1^n \frac{1}{s} + \frac{\beta}{s_\beta}\right\}\left\{\alpha s_\alpha + \sum_1^n s + \beta s_\beta\right\};$$

demnach ist der Caliberfactor

$$C = \frac{1}{(\alpha+n+\beta)^2}\left\{\frac{\alpha}{s_\alpha} + \sum_1^n \frac{1}{s} + \frac{\beta}{s_\beta}\right\}\left\{\alpha s_\alpha + \sum_1^n s + \beta s_\beta\right\}.^{1)}$$

Für $\alpha = \beta = 0$ und $\sum_1^n s = n$ reducirt sich diese Formel auf die S. 400 angegebene.

Die Grössen s und $\frac{1}{s}$ sind durch Calibrirung, die Grössen α und β durch mikrometrische Messung bestimmt.

Mit dieser Formel erhält man nach S. 456 und 464 für

Rohr No. XI: $C = 1{,}001878$ im Intervall [139,94" : 939,86"],
" " XIV: $C = 1{,}000341$ " " [+ 5,15" : 755,01"],

während bei der Annahme, dass Rohr Nr. XI genau bei den Strichen 140" und 940", Rohr Nr. XIV bei 5" und 755" abgeschnitten wäre, die Zahlen

$C = 1{,}001879$ für Rohr No. XI,
$C = 1{,}000342$ " " " XIV

1) Hier ist aber nicht mehr $\sum_1^n s = n$, da die relativen Grössen s nicht auf das abgeschnittene Rohrstück, sondern auf die ursprüngliche Länge des Rohres als Einheit bezogen sind.

gefunden werden. Da α und β hier sehr klein sind, betragen die Correctionen wegen der Grössen α und β in diesem Fall nur 1 Milliontel.

Somit ist nachgewiesen, dass die nach der strengen Formel für den Caliberfactor berechneten Werthe sicher auf etwa 1 Milliontel des Werthes richtig sind.

II. Messung der Länge bei 0°.

Ausdehnungscoefficient des Glases 16III.

Die Längenmessung der Rohre bei 0° wurde in der II. Abtheilung der Reichsanstalt von Herrn Leman und Herrn Göpel ausgeführt. Durch Beobachtungen bei verschiedenen Temperaturen sollte auch der lineare Ausdehnungscoefficient des Jenaer Glases 16^{III} bestimmt werden, mittels dessen man die in der Nähe bei 0° ausgeführten Messungen genau auf 0° reduciren konnte.

Die gerade gestreckten Rohre befanden sich bei den Messungen in einem Wasserbad, aus dem die Rohrenden nur etwa 1 mm herausragten; dabei wurde das Bad durch einen Wasserstrom auf constanter Temperatur erhalten. Zur Bestimmung der letzteren dienten drei in $^1/_{10}$° getheilte Thermometer, welche nach Beendigung der Messungen an den benutzten Stellen mit einem Normalthermometer der ersten Abtheilung verglichen wurden.

Der zur Längenmessung verwandte Maassstab[1]) lag in freier Luft auf dem Tische der Theilmaschine und war an zwei Punkten gestützt, die um etwa $^1/_5$ seiner Länge von den Enden entfernt waren. Seine Temperatur wurde durch drei in $^1/_5$° getheilte Thermometer gemessen, deren Gefässe mit Zinnamalgam in kupferne Klötze eingelassen waren, und welche vermittels dieser Klötze in innigen Contact mit dem Maassstab gebracht wurden. Gegen den Einfluss der äusseren Temperatur waren die Klötze durch Hartgummikapseln geschützt.

Das Wasserbad stand in einem Holzkasten, der sich auf zwei Walzen parallel der Axe der Theilmaschine verschieben liess und durch ein Gewicht nach einem auf der Maschine befestigten Kugelcontact hingezogen wurde. An diesen legte sich dann die eine Endfläche des Rohres mit stets gleichem Drucke an. Der bewegliche Contact war auf dem Schlitten der Maschine angebracht, auf dem sich auch das zur Ablesung am Maassstab bestimmte Mikroskop befand, und wurde durch die Fühl-Libelle gegen die zweite End-

[1]) Broncemaassstab Martins No. 3, vergl. Anhang, S. 457 und 464; derselbe ist wiederholt in der K. Normal-Aichungs-Kommission an das dortige Normalmeter angeschlossen worden.

fläche des Rohres angedrückt. Die als Contactkörper dienenden Kugeln besassen einen Durchmesser von 1 mm.

Durch das Strecken der Rohre waren die Endflächen derselben nicht mehr genau parallel zu einander, und man bestimmte deshalb die Länge an vier symmetrisch zur Capillare gelegenen Punkten, deren Entfernung von der Capillare durch Schätzen mit dem blossen Auge möglichst gleich gemacht wurde.

Im Anhang (S. 457 und 464) sind die auf diese Weise bestimmten Differenzen zwischen einem geeigneten Intervall des Maassstabes (V) und der Rohrlänge (L_t) bei $t°$ an den vier Stellen

oberhalb (o), unterhalb (u), hinter (h), und vor (v)

der Capillare angegeben. Die Werthe $\frac{o+u}{2}$ und $\frac{h+v}{2}$ sind zu Gesammtmitteln vereinigt, welche zur Berechnung der Rohrlänge und des Ausdehnungscoefficienten benutzt wurden.

Die Differenz $L_0 - V$ zwischen der Rohrlänge bei 0° und dem Maassstabintervall ist mit x bezeichnet, die absolute Ausdehnung für 1° mit y. In Spalte v sind die Differenzen zwischen den aus diesen Grössen berechneten und den beobachteten Zahlen angegeben; die wahrscheinlichen Fehler des Resultats betragen nur Bruchtheile eines Mikron. Aus den für die Maassstabstriche angeführten Correctionen, der Gleichung des Maassstabes und den Grössen x (siehe Anhang) ergeben sich die folgenden Zahlen:

$$\begin{cases} \text{Länge des Rohres No. XI bei } 0° = 808{,}3667 \text{ mm} \pm 0{,}6\,\mu \\ \text{" " " " XIV " } 0° = 757{,}7713 \text{ " } \pm 0{,}7\,\mu. \end{cases}$$

Als Ausdehnungscoefficienten (zwischen 0° und 30° gültig) findet man für

Rohr No. XI:	7,942 μ	pro 1°	und 1 m	
" " XIV:	8,022 μ	" 1°	" 1 "	
Mittel	7,98 μ	pro 1°	und 1 m.	

Dieser Werth stimmt mit den Zahlen anderer Beobachter befriedigend überein.[1])

Die Länge der Rohre ist so nahe bei 0° bestimmt, dass zur Reduction auf die genaue Temperatur nur eine Correction von einigen μ nöthig ist; der Ausdehnungscoefficient braucht also nur angenähert bekannt zu sein. Der wahrscheinliche Fehler des Resultats beträgt etwa 0,7 μ, während man, um die Länge auf ein Hunderttausendtel zu kennen, nur eine Genauigkeit von 7 bis 8 μ nöthig hätte.

[1]) Vergl. Thiesen und Scheel, Ueber die Ausdehnungscoefficienten einiger Glassorten (Mittheilung aus der P. T. R.), Zeitschr. f. Instrk. 12, S. 293 ff.; 1892. — Diese Abhandl. 2, S. 128—129; 1895.

III. Auswägung des Rohrinhalts bei 0°.

(Bestimmung der bei 0° das Rohr füllenden Quecksilbermasse.)

Durch die Einrichtungen der Reichsanstalt war es möglich, auch die Auswägung der Rohre bei 0° vorzunehmen, so dass die Reductionen wegen der Ausdehnung des Glases und des Quecksilbers vermieden wurden. Zwar kann man zum Zwecke der Abkühlung auf 0° das mit Quecksilber gefüllte Rohr ganz mit Eis umgeben, ohne dass dabei die Aussentemperatur ebenfalls 0° betragen muss. Beim Abschliessen des Quecksilbers befindet sich jedoch dann die eine Endfläche des Rohres in freier Luft, und es entstehen durch Wärmeleitung und besonders durch das Beschlagen der Endfläche mit Wasser bedeutende Schwierigkeiten.

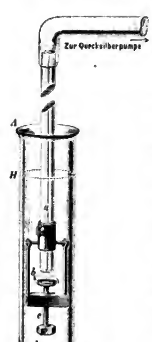


Fig. 8.

Daher wurde diese Operation in einem Raume des Maschinenhauses der Reichsanstalt vorgenommen, welcher durch eine Linde'sche Ammoniakmaschine auf 0° abgekühlt werden kann.[1])

Zur Füllung der Rohre im Vacuum und zum Abschliessen der in denselben bei 0° enthaltenen Quecksilbermasse wurde die folgende Methode benutzt:

Das untere Ende des senkrecht stehenden Rohres *a* (Fig. 8) kann durch eine ebene Glasplatte *b* verschlossen werden, welche an einem Kugelgelenk der Schraube *c* befestigt ist. Die Schraube besitzt einen sechseckigen Kopf, der in eine am Boden des Glascylinders *A*

[1]) Die von der Maschine ausgehenden Schlangenrohre sind durch zwei grosse Reservoire *R* geleitet (Fig. 9), welche zwei gegenüberliegende Wände des abzukühlenden Raumes einnehmen und mit einer bei etwa −4° gefrierenden Chlorcalcium-Lösung gefüllt sind. Diese Lösung wird theilweise zum Gefrieren gebracht und dient so auch zur Abkühlung des Raumes, wenn die Maschine nicht im Gang ist, sowie zum Trocknen der Luft; diese wird nämlich durch Ventilatoren gezwungen, über die offenen Reservoire hinzustreichen und dort ihre Feuchtigkeit abzugeben. Die Wände des Zimmers, welches durch eine Doppelthür vom Nebenraum getrennt wird, sind 1,30 m dick und werden von 2 Luftschächten unterbrochen. Mittels dieser Einrichtung konnte auch im Hochsommer, in welchem diese Messungen ausgeführt wurden, die Temperatur des Raumes constant auf nahe 0° erhalten werden.

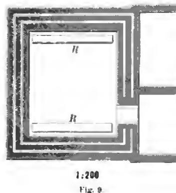


Fig. 9.

festgekittete Schraubenmutter *d* passt; man erreicht hierdurch, dass das Ende *a* des Rohres durch Drehen des Glascylinders auch unter Quecksilber geöffnet und verschlossen werden kann. Der luftdichte Verschluss wird durch gut getrocknetes Quecksilber bewirkt, das etwa bis zur Höhe *H* aufgegossen ist und gleichzeitig zur Füllung des Rohres dient. An dem oberen Ende des Normalrohres ist ein zur Quecksilberpumpe führendes Glasrohr luftdicht befestigt. (Gefettete Hähne und Kautschuk sind bei allen diesen Verbindungen vermieden.)

Nach dem Evacuiren liess man das Rohr eine Zeit lang mit der Pumpe in Verbindung und löste hierauf durch Drehen des Cylinders *A* die Schraube *c*, so dass das Quecksilber bis auf Barometerhöhe in das Rohr eintrat. Durch Neigen desselben liess man dann nach dem Abschmelzen der Glasverbindung das Quecksilber bis über das obere Ende steigen und stellte hierauf den unteren Verschluss durch die Glasplatte wieder her. Alles anhängende Quecksilber wurde sodann sorgfältig beseitigt und das Rohr senkrecht in eine mit destillirtem Wasser gefüllte, durch einen Deckel verschliessbare Glasröhre *g* gestellt (Fig. 10), welche man in dem inneren Hohlraum des doppelwandigen Kupfercylinders *k* (Fig. 11) vollständig mit Eis aus destillirtem Wasser umgab. Das Eis wurde auch noch über der Glaskappe angehäuft.

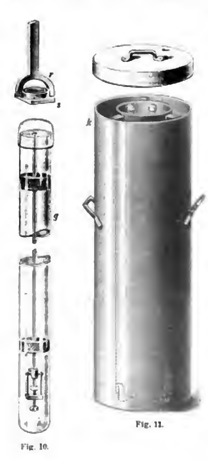


Fig. 10.

Fig. 11.

Nachdem diese ganze Vorrichtung etwa einen Tag in dem oben erwähnten Raum von 0° gestanden hatte, entfernte man durch Aufdrücken einer cardanisch montirten Glasplatte *s* (Fig. 10) das überschüssige Quecksilber. Das jedesmal beobachtete Auftreten der Newton'schen Ringe zeigte an, dass die Entfernung der beiden Flächen nur noch von der Ordnung der Wellenlängen war; bei diesem Abstreichen gestattete der Cardanische Ring die Durchsicht auf die capillare Oeffnung. Unter den gebräuchlichen Vorsichtsmassregeln wurde sodann das Quecksilber in einem Wägegläschen gesammelt und in einem mit Chlorcalcium gefüllten Trockenapparat auf Zimmertemperatur gebracht. Erst wenn das Wägegläschen längere

Zeit in der Waage gestanden hatte, und man somit sicher sein konnte, dass die Temperaturen sich ausgeglichen hatten, wurde zu den Wägungen geschritten, da andernfalls die Luftströmungen beim Wägen Fehler verursacht haben würden.

Der zu den Wägungen benutzte Massensatz bestand aus platinirten Kupfergewichten in der Stückelung 1000, 400, 300, 200, 100 ... 1 *g* (Satz No. 2), und aus Platingewichten in derselben Stückelung von 400 *mg* bis 1 *mg*, sowie endlich aus den Aluminiumgewichten 0,5; 0,4; 0,3; 0,2 und 0,1 *mg* (Satz No. 1).

Dieser Satz ist sehr sorgfältig ausgewerthet und an das Pariser Normalgewicht angeschlossen worden. Die kleineren Gewichte (bis zu 4 g) wurden dabei auf einer Stückrath'schen Spitzenwaage aus Aluminium (Empfindlichkeit 1 Scalentheil = 0,026 mg) gewogen, so dass die Messungen mit einem mittleren Fehler von $^1/_{1000}$ mg ausgeführt werden konnten. Für die grösseren Gewichte bis 100 g diente ebenfalls eine Stückrath'sche Waage (Empfindlichkeit: 1 Sc.-Th. = 0,1 bis 0,2 mg), wobei der mittlere Fehler entsprechend grösser war. Dadurch, dass einige Gewichtstücke doppelt vorhanden waren und auch andere Gewichte in die Wägungen einbezogen wurden, erhielt man überschüssige Beobachtungen und konnte daraus den mittleren Fehler der Correctionen bestimmen.

Der Anschluss an das Normalgewicht wurde in mehrfacher Weise hergestellt; es standen zu diesem Zweck zur Verfügung:

1) Ein der Abth. II (Elektr. Laboratorium) gehörendes Messinggewicht von 100 g $L_{(100)}$, dessen Verhältniss zum Normalkilogramm in der Normal-Aichungs-Kommission bestimmt worden war:

$$L_{(100)} = 100 \text{ g} - 0{,}37 \text{ mg (Vol.} = 11{,}9 \text{ ml).}$$

2) Ein Platingramm T_1 (Herrn Thiesen gehörig), welches in Breteuil an das Kilogramm angeschlossen war:

$$T_1 = 1 \text{ g} - 0{,}0830 \text{ mg (Vol. } 0{,}0464 \text{ ml).}$$

3) Zwei Quarzgewichte (No. 17 u. No. 18), deren Werthe ebenfalls in Breteuil durch Herrn Thiesen festgelegt waren:

$$\left.\begin{array}{l}\text{Quarz No. } 17 = 1 \text{ g} + 0{,}3831 \text{ mg;} \\ \quad ,, \quad ,, \quad 18 = 1 \text{ g} + 0{,}2428 \text{ ,, ;}\end{array}\right\} \text{(Vol.} = 0{,}3775 \text{ ml.)}$$

Durch Vergleichung des Gewichtstückes $2_{(100)}$ mit $L_{(100)}$ ergab sich

$$2_{(100)} = 100 \text{ g} - 0{,}45 \text{ mg (Vol.} = 11{,}24 \text{ ml),}$$

während später durch eine directe Vergleichung, welche Herr Scheel auf der Kilogramm-Waage mit einem von der Normal-Aichungs-Kommission zu Berlin bestimmten Kilogrammstück $2_{(1000)}$ anstellte, in sehr guter Uebereinstimmung hiermit gefunden wurde

$$2_{(100)} = 100 \text{ g} - 0{,}47 \text{ mg.}$$

Das Platingewicht T_1 wurde in folgenden Combinationen mit Gewichten des Satzes 2 untersucht:

$$2_{(4-2-1)} - T_1$$
$$2_{(2-1)} - T_1$$
$$2_{(1)} - T_1,$$

wobei die Unterschiede zwischen den beobachteten und berechneten Werthen nur einige Tausendtel mg betrugen.

Die beiden Quarzgewichte wurden mit T_1 verglichen, und die Differenzen stimmten trotz der grossen Volumenunterschiede im Maximum bis auf $^1/_{100}$ mg mit den berechneten überein.

Das Milligrammstück des Satzes 1 war durch die Auswerthung zu 1,0100 mg gefunden worden, während später Herr Scheel durch directen Anschluss an $2_{(1000)}$ den gut übereinstimmenden Werth 1,0095 mg fand.

Diese Angaben zeigen, dass sowohl die Verhältnisse der einzelnen Gewichte, als auch der Anschluss derselben an das Normalkilogramm in einer für die vorliegenden Zwecke vollkommen befriedigenden Weise erreicht ist [1])

Die Wägung der Quecksilberfüllungen der Normalrohre wurde ebenfalls auf der grösseren Stückrath'schen Waage vorgenommen. Aus dem folgenden Beispiel ist ersichtlich, in welcher Weise hierbei verfahren wurde. (Die Auswerthung des Massensatzes geschah in derselben Weise.)

Jede Wägung setzt sich zusammen aus mindestens drei Einzelwägungen (AB, BA, AB), deren jede wiederum aus zwei Wägungen besteht, zwischen denen die Waage arretirt worden ist (erste, zweite Einstellung). Die Einstellung wird aus je drei Schwingungsbeobachtungen abgeleitet; in der letzten Spalte des Beispiels sind die Einzelwägungen enthalten. Bei den zwei mit AB bezeichneten Wägungen befand sich der zu wägende Körper A (Wägegläschen No. 12 sammt der Quecksilberfüllung des Rohres No. XIV) auf der linken Waagschale, die Gewichte B (nominell 11,4652 g) auf der rechten Seite; bei der mittleren Wägung BA ist die Anordnung umgekehrt. Aus II und dem Mittel von I und III ergiebt sich die Differenz $A - B$ in Scalentheilen, die mittels der durch IV bestimmten Empfindlichkeit E in mg umgerechnet werden. Bei IV ist zu B noch das Stück von 0,5 mg, dessen Werth 0,510 mg beträgt, aufgelegt worden. (Die mittlere Empfindlichkeit der Waage bei 10 g Belastung betrug etwa 0,18 mg für 1 Scalentheil.)

[1]) Die Werthe der bei diesen Wägungen benutzten Gewichtstücke von 10 g abwärts (bezogen auf das Vacuum) und die Volumina derselben in Mikroliter sind im Anhang S. 457 angegeben.

Wägung No. 15.

4. Juli 1891. (S. 465.) Beob.: Kreichgauer.

$A = Gl.12 + Hg\,XIV$

$B = 2(10+1) + 1(400+40+20+4+1+0{,}2) = 11{,}4652$ g

Barom. (corr.) = 755,5; Temp. (corr.) = 21°,6; Luftgewicht 1 Lit. = 1,195 g

No.	Bezeichnung	Erste Einstellung: Schwingungen		Erste Einstellung: Einstellung	Zweite Einstellung: Schwingungen		Zweite Einstellung: Einstellung	Einstellung Mittel
I.	AB	7,9 8,5	16,5	12,35	15,1 15,3	9,8	12,50	12,43
II.	BA	14,4 14,1	8,5	11,37	8,1 9,2	15,1	11,87	11,62
III.	AB	15,7 15,0	10,2	12,77	15,5 15,5	8,9	12,20	12,49
IV.	$AB + 0{,}51$	7,7 8,0	11,5	9,67	7,9 8,0	10,9	9,42	9,55

$$E = \frac{0{,}510}{2{,}94} = 0{,}175$$

Gesammtmittel: Einstellung $AB = 12{,}46$ Sc.-Th.

" " $BA = 11{,}62$ "

Differenz: $= +0{,}84$ Sc.-Th.

Hieraus ergiebt sich

$$A - B = \frac{E}{2}\,0{,}84 = +0{,}073 \text{ mg.}$$

Im Anhang (S. 458 u. S. 465) sind die Endmittel für AB und BA angegeben (Spalte 5 u. 6), ferner die Empfindlichkeit (Spalte 7) und die Differenz $A - B$ in mg (Spalte 13), sodann die zur Reduction auf das Vacuum nöthigen Daten (Differenz der Volumina von A und B, Barometer- und Thermometerstand), sowie die Correction auf das Vacuum selbst und die Correction der Gewichtstücke (Spalte 8—12).

Die Zusammensetzung der Gewichte war, wenn nichts besonderes bemerkt ist, stets derart, dass
5 durch 4 + 1, 6 durch 4 + 2, 7 durch 4 + 3, 8 durch 4 + 3 + 1, 9 durch 4 + 3 + 2 gebildet wurde; es kann daher wegen der an den Gewichtsstücken anzubringenden Correction kein Zweifel entstehen.

Vor jeder neuen Füllung mit Quecksilber wurden die Wägegläschen mit verdünnter Salpetersäure und destillirtem Wasser gereinigt und nach sorgfältigem Trocknen gewogen. Man war dann sicher, dass keine von

früheren Füllungen herrührenden Quecksilbertröpfchen mehr in den Gläschen vorhanden waren. Die gute Uebereinstimmung der Gewichte der Gläschen zeigt, dass solche Fehler nicht vorhanden waren. Bemerkenswerth ist die allmähliche Abnahme der Gewichte der Gläschen, die allerdings sehr gering, aber deutlich nachweisbar ist; diese Erscheinung ist jedenfalls auf eine Auflösung des Glases beim Auswaschen zurückzuführen. Wie man aus der folgenden Zusammenstellung für die drei Gläschen No. 11, 12, 13 sieht, erreicht diese Abnahme nach 8 Waschungen etwa 0,2 mg ($^1/_{200}$ % des Gewichts).

Wägegläschen No. 11			Wägegläschen No. 12			Wägegläschen No. 13		
Wägung No.	Datum	Reducirtes Gewicht	Wägung No.	Datum	Reducirtes Gewicht	Wägung No.	Datum	Reducirtes Gewicht
1	22. VI. 91	4,32370 g	2	23. VI. 91	4,08122 g	30	21. VII. 91	4,49631 g
5	24. VI. 91	62 „	4	23. VI. 91	116 „	33	22. VII. 91	31 „
8	27. VI. 91	68 „	9	27. VI. 91	115 „	38	27. VII. 91	26 „
16	7. VII. 91	66 „	17	7. VII. 91	108 „	41	11. I. 92	21 „
22	15. VII. 91	64 „	23	15. VII. 91	107 „	44	20. I. 92	22 „
26	17. VII. 91	64 „	27	17 VII. 91	101 „	45	29. III. 92	13 „
			34	23. VII. 91	100 „			
			37	27. VII. 91	101 „			

In Spalte 14 des Anhangs (S. 458 und 465) sind die reducirten Gewichte der leeren Gläschen und die zugehörigen Gewichte der Gläschen mit Quecksilberfüllung angeführt. Für beide Rohre wurden 10 unabhängige Füllungen ausgeführt, deren Ergebnisse ebenfalls auf S. 458 und S. 465 des Anhangs zusammengestellt sind. Die Mittelwerthe aus diesen 10 Füllungen haben einen wahrscheinlichen Fehler von 0,02 mg, entsprechend 3 Milliontel des Gesammtgewichts, so dass also auch die Wägungen auf ein Hunderttausendtel sicher richtig sind.

Die oben beschriebene Art des Abstreichens des Quecksilbers mittels einer aufgedrückten Glasplatte bringt eine Fehlerquelle mit sich, die nicht vernachlässigt werden darf. Beim Aufsetzen der oberen Verschlussplatte und Abstreichen des Quecksilbers wird nämlich durch die Capillarkräfte ein unter Umständen beträchtlicher Druck auf das Quecksilber ausgeübt; in Folge dessen wird zu viel Quecksilber in das Rohr gepresst und das Gewicht desselben fällt zu gross aus.

Zur Vermeidung dieses Uebelstandes wurde in die Glasplatte eine feine Rinne eingeätzt (Fig. 12), durch die das überschüssige Quecksilber austreten konnte. Dadurch war es möglich, das Quecksilber stets mit constantem Druck von nur einigen cm Quecksilber abzustreichen.

Fig. 12.

Der Unterschied einer Füllung bei Anwendung einer mit Rinne versehenen Platte gegen die früher beschriebene Methode ist leicht durch den Versuch zu bestimmen, indem man die Röhre erst mit dem Theil der Glasplatte abstreicht, der die Rinne nicht enthält, und dann erst die Rinne über die Capillare bringt, so dass ein Quecksilbertropfen austritt. Bei Röhren, die im Vacuum gefüllt waren, ergab sich aus mehreren Versuchen im Mittel das Gewicht dieses Tropfens zu 0,15 mg mit einer Genauigkeit von 0,02 mg.

Da bei den hier mitgetheilten Rohrfüllungen eine Platte mit Rinne nicht angewendet worden war, so ist an dem Endwerth eine Correction von — 0,15 mg (entsprechend $^2/_{100000}$) angebracht (siehe Anhang).

Andererseits gehört zur Ausfüllung der rechtwinkligen Ecken zwischen Capillarwandung und Deckplatte ein gewisser Druck, während bei ganz schwachem Ueberdrucke ein Reflex an der Kante auftritt, der beweist, dass das Rohr nicht vollständig gefüllt ist. Eine ungefähre Berechnung dieses Raumes ergab jedoch Beträge, die zu vernachlässigen sind, so dass die mit Rinne versehene Platte ohne Bedenken angewendet werden kann. Wird dagegen eine nicht mit Rinne versehene Glasplatte nicht genügend stark angedrückt, so bleibt in Folge der capillaren Spannung ein Zwischenraum zwischen beiden Flächen, und dadurch wird die Quecksilbermasse zu gross ausfallen.[1]

Als Endresultat der Auswägung bei 0° ergaben sich folgende Zahlen

Rohr No.	Intervall	Masse des Quecksilbers	Entsprechender mittlerer Querschnitt[2]
XI	[139,94^n : 939,86^n]	$8,38690_5$ g	0,763124 mm^2
XIV	[+ 5,15^n : 755,01^n]	7,38518 g	0,716844 mm^2

Aus der Calibrirung und dem Gewicht der Fäden ergaben sich (S. 398) die folgenden angenäherten Werthe für die Querschnitte

Rohr No.	Intervall	Mittlerer Querschnitt	Intervall	Mittlerer Querschnitt
XI	[0^n : 1000^n]	0,7678 mm^2	[139,94^n : 939,86^n]	0,7632 mm^2 [3]
XIV	[− 5^n : 995^n]	0,7320 mm^2	[+ 5,15^n : 755,01^n]	0,7165 mm^2

[1]) Zwischen zwei um ca. $^1/_{70}$ mm von einander abstehenden Glasflächen beträgt die Capillarspannung ungefähr 1 Atm. Sind demnach beide Flächen vollständig unter Quecksilber untergetaucht, so befindet sich das Quecksilber zwischen ihnen im labilen Gleichgewicht und wird sich daher unter Bildung eines Vacuum aus dem Zwischenraum zurückzuziehen bestreben. Die capillare Oeffnung in der Endfläche des Rohrs wird dies zum Theil verhindern, so dass bei der angegebenen Entfernung sich im Allgemeinen ein kleiner Tropfen rings um die Capillare ansammeln und die weitere Näherung der Flächen verhindern wird.

[2]) Bei Annahme des spec. Gewichts des Quecksilbers bei 0° zu 13,5956.

[3]) Mit dem Faden von 500^n allein; als Mittel aller Fäden erhält man 0,7624.

Die Werthe der letzten Spalte stimmen mit den obigen, soweit es sich erwarten liess, überein, so dass auch hierdurch die Richtigkeit der Calibrirung und der Correction wegen der Kuppenhöhe controlirt wird.

IV. Berechnung des elektrischen Widerstands der Rohre No. XI und No. XIV bei 0°.

1. Widerstand der Rohre selbst.

Sieht man zunächst von dem Ausbreitungswiderstand an den Enden ab, so ist bei 0° der Widerstand W in Siemens-Einheiten von einer Schliffläche bis zur anderen

$$W = 10^{-6}\, C\, \frac{L^2 d_0}{G},$$

wenn C den Caliberfactor bedeutet, L die Länge des Rohres in mm bei 0°, G die das Rohr bei 0° füllende Quecksilbermasse in g, und d_0 die Dichte des Quecksilbers bei 0° = 13,5956.

Der Widerstand W_1 in legalen Ohm ist ferner

$$W_1 = \frac{W}{1{,}06},$$

und der Widerstand W_2 in internationalen Ohm

$$W_2 = C\, \frac{L^2}{G} \cdot \frac{14{,}4521}{(1063)^2} = 0{,}0000128982\, C\, \frac{L^2}{G}.^{1)}$$

Im Folgenden sind die Werthe von C, L, G, sowie von W, W_1, W_2 für die Rohre No. XI und No. XIV zusammengestellt:

	Normalrohr No. XI	Normalrohr No. XIV
C	1,001878	1,000341
L	808,3667 mm bei 0°	757,7713 mm bei 0°
G	8,38690$_5$ g bei 0°	7,38518 g bei 0°
W	1,061276 S.-E. bei 0°	1,057455 S.-E. bei 0°
W_1	1,001204 leg. Ohm bei 0°	0,997599 leg. Ohm bei 0°
W_2	0,998376 int. Ohm bei 0°	0,994781 int. Ohm bei 0°

2. Ausbreitungswiderstand.

Der Factor für den Ausbreitungswiderstand a wurde zu 0,80 angenommen. Die Endradien r_1 und r_2 sind aus der Querschnittscurve und dem mittleren Querschnitt Q abgeleitet (vergl. Anhang S. 459 und 465).

1) Bei der Annahme $d_0 = 13{,}5956$ erhält man für die normale Quecksilbermasse 14,4521; diese Zahl ist in England und neuerdings auch in Deutschland an Stelle des früher benützten, abgekürzten Werthes 14,452 angenommen worden; vergl. S. 381.

Aus diesen Werthen berechnet sich der Ausbreitungswiderstand A an den Enden der Rohre, der zu dem Widerstand der Rohre selbst zu addiren ist, nach der Formel

$$A = 10^{-3} \frac{a}{\pi} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \text{ Siemens-Einheiten,}$$

wenn r in mm ausgedrückt wird.[1])

Die zusammengehörigen Werthe sind für beide Rohre in der folgenden Tabelle enthalten.

Ausbreitungswiderstand.

	Rohr No. XI	Rohr No. XIV
Q	0,763124 mm²	0,716844 mm²
r_1	0,51103 mm	0,48101 mm
r_2	0,47175 mm	0,48799 mm
A	0,001038 S.-E.	0,001051 S.-E.
A_1	0,000979 leg. Ohm	$0,000991_5$ leg. Ohm
A_2	$0,000976_5$ int. Ohm	0,000989 int. Ohm

Den im Folgenden mitgetheilten elektrischen Messungen sind die Widerstände der Rohre in legalen Ohm zu Grunde gelegt mit Annahme eines Ausbreitungsfactors von 0,80 und des spec. Gew. des Quecksilbers bei 0° zu 13,5956. Aus den obigen Angaben erhält man also für den

Widerstand in legalen Ohm bei 0° incl. Ausbreitungswiderstand

Rohr No. XI . . .	1,002183	leg. Ohm
„ „ XIV . . .	0,998590	„ „
Differenz . . .	0,003593	leg. Ohm.

[1]) Häufig findet man für den Gesammtwiderstand des Normalrohres incl. des Ausbreitungswiderstandes die Formel angegeben

$$W = \frac{L + a(r_1 + r_2)}{Q},$$

wo Q den mittleren Querschnitt des Rohres bedeutet. Dann ist also

$$A = \frac{a}{Q}(r_1 + r_2).$$

Diese Formel ist aber nur dann richtig, wenn der mittlere Querschnitt zufällig das Mittel aus den Endquerschnitten darstellt (wie z. B. bei dem kegelförmigen Rohre No. XI). Sind aber die Endradien beide grösser oder beide kleiner, als der mittlere Radius, so entsteht durch Anwendung dieser Formel, an Stelle der oben angegebenen, leicht ein Fehler von mehreren Hunderttausendteln, da die ganze Correction A ungefähr ein Tausendtel beträgt. Berechnet man z. B. die Ausbreitungswiderstände von Rohr XI und No. XIV nach dieser Formel, so erhält man für Rohr No. XI: $A = 0{,}001032$ statt 0,001038 und für Rohr No. XIV: $A = 0{,}001082$ statt 0,001051, so dass für die Differenz beider Rohre ein Fehler von 3,5 Hunderttausendteln entsteht.

B. Elektrische Widerstands-Messungen.

I. Allgemeines. (Methoden, Nebenschluss.)

Für die elektrischen Messungen von Quecksilberwiderständen bietet die Anwendung der Temperatur von 0° ganz besondere Vortheile, da sich der specifische Widerstand des Quecksilbers mit der Temperatur sehr bedeutend ändert. Wenn nämlich die Messungen, wie es gewöhnlich geschieht, bei Zimmertemperatur ausgeführt werden, so beträgt die Reduction des Widerstandes des Quecksilbers auf 0° nahezu 2%, des Werthes. Will man also ein Hunderttausendtel des Widerstandes verbürgen können, so muss diese Correction auf mindestens $^1/_{20}$% bekannt sein. Vor den Bestimmungen des Temperaturcoefficienten des Quecksilbers in der Reichsanstalt und im Bureau international[1]) war dieselbe jedoch so unsicher, dass Fehler von mehreren Zehntausendteln sehr leicht enstehen konnten und auch unter Umständen entstanden sind. Ferner muss man zur Erlangung der angegebenen Genauigkeit die Temperatur des Rohres auf $^1/_{100}$° genau kennen; dies ist jedoch bei der schlechten Wärmeleitung des Glases nur durch Anwendung sehr constanter Bäder zu erreichen, da sonst die Temperatur des Quecksilbers im Rohre von derjenigen des Thermometers beträchtlich abweichen kann. Diese Schwierigkeiten werden aber fast vollständig vermieden, wenn man bei 0° unter Anwendung eines Eisbades beobachtet.

Wenn die Messungen nicht in einem Raume von 0°, sondern bei Zimmertemperatur vorgenommen werden sollen, so darf man nur dünne Zuleitungsdräthe verwenden, weil bei dicken Dräthen durch die Wärmeleitung Fehler entstehen können. Wegen des verhältnissmässig grossen Widerstandes der dünnen Zuleitungen muss dann aber eine Messmethode in Anwendung kommen, bei welcher dieser Widerstand eliminirt wird.

In Fig. 13 ist zunächst das zur Vergleichung der Normalrohre bei 0° angewandte Bad abgebildet. Das auf einer Messingschiene *m* montirte Rohr befindet sich in einem mit Petroleum gefüllten Kupferkasten *k*, der durch einen Deckel mit übergreifenden Kanten verschlossen ist. Dieser Kasten steht in der Mitte eines Holzkastens *h*, der innen mit Kupfer bekleidet ist, und der bis oben hin mit fein gestossenem Eis gefüllt wird. Das Schmelzwasser kann bei *x* in einer solchen Höhe abfliessen, dass es nicht in den Kupferkasten gelangt; durch eine Filzlage *f* wird das Eis nach aussen geschützt.

Zur Durchführung der Zuleitungen *z*, der Thermometer *t* und der Rührvorrichtung *r* sind in dem Deckel des Kastens Messingrohre eingelöthet,

[1]) D. Kreichgauer und W. Jaeger, Wied. Ann. **47**, S. 513; 1892. — E. Guillaume, Comptes rendus **115**, S. 414; 1892.

welche bis zu der Filzlage reichen und zur Isolation innen mit Glasröhren versehen sind. Die mit Seide umsponnenen Zuleitungsdrähte wurden noch mit Schellacklösung bestrichen; die oberen Oeffnungen der Messingrohre verschloss man durch Watte, welche mit Petroleum getränkt war; vor jeder Messung prüfte man ausserdem die Isolation der Drähte gegen den Kupferkasten.

Die in Zehntel-Grade getheilten Thermometer (Einschluss-Thermometer von Fuess aus Jenaer Glas 16^{III}) wurden mikrometrisch abgelesen und ihre Nullpunkte öfters bestimmt. Die Temperatur des Petroleumbades war bei

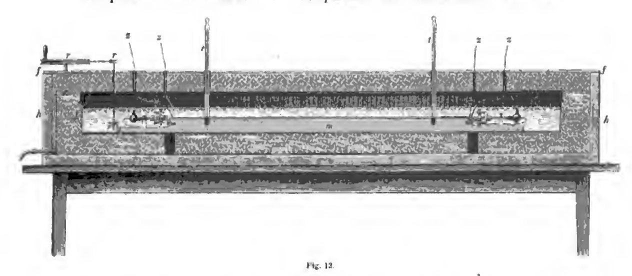


Fig. 13.

den meisten Messungen nur einige Tausendtel-Grade über Null (entsprechend einer Correction des Widerstandes von einigen Millionteln), so dass man nur eine sehr kleine Correction wegen der Temperatur anzubringen hatte. Durch Nachfüllen von Eis konnte die Temperatur des Bades beliebig lange auf ungefähr $^1/_{1000}$ Grad constant erhalten werden; eine derartige Constanz dürfte wohl bei anderen Temperaturen nicht zu erreichen sein.

Von Wichtigkeit ist die Form der Endgefässe und die Art der Zuleitungen, durch welche in mehrfacher Beziehung leicht Fehler entstehen können.

Die Endgefässe hatten stets die in Fig. 14 abgebildete kugelförmige Gestalt mit einem Durchmesser von ca. 3 cm; das Ansatzstück *a* dient dazu, das Rohrende einzuführen und zu befestigen, durch den Ansatz *b* kann das Rohr mit der Luftpumpe verbunden bezw. mit

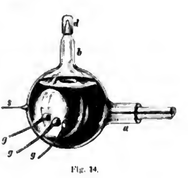


Fig. 14.

Quecksilber gefüllt werden. Der Strom wird durch einen ca. 1 mm dicken eingeschmolzenen Platindraht s zugeleitet, welcher der capillaren Oeffnung des Rohres gerade gegenübersteht, während die dünnen Platindrähte g zum Galvanometer und Nebenschluss führen. Der Widerstand des Rohres rechnet dann von der Stelle im Innern des Quecksilbers an, wo die Stromlinien die Galvanometerdrähte schneiden. Durch das aufgekittete Verschlussstück d wird das Endgefäss vollständig abgeschlossen, so dass man das ganze Rohr in Petroleum eintauchen kann.

Wollte man Gefässe von der Form der Fig. 14 und dünne Stromzuleitungen verwenden, so konnte von allen gebräuchlichen Methoden nur die des übergreifenden Nebenschlusses von Kohlrausch[1]) in Betracht kommen, da bei dieser allein die dicken Zuleitungen entbehrlich sind, und gleichzeitig Thermokräfte und Verbindungswiderstände eliminirt werden. Schon in einer früheren Veröffentlichung[2]) wurde darauf hingewiesen, dass dieses Messungsverfahren merkwürdiger Weise so wenig Verwendung findet, obgleich es bei grosser Bequemlichkeit schnell zu genauen Resultaten führt; es mag dies vielleicht daran liegen, dass bei dieser Methode ein Differentialgalvanometer erforderlich ist.

Da jedoch hierbei die Galvanometerzweige nicht stromlos sind,[3]) so erschien es wünschenswerth, zur Controlle noch eine zweite, principiell verschiedene Methode anzuwenden, bei der kein Strom durch das Galvanometer fliesst.

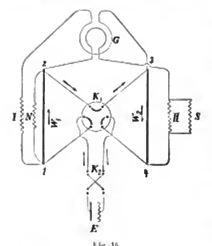


Fig. 15.

Beide Methoden sollen im Folgenden kurz erläutert werden.

Bei der Methode des übergreifenden Nebenschlusses (Fig. 15) durchläuft der von der Elektricitätsquelle E kommende Strom die beiden mit einander zu vergleichenden Widerstände W_1, W_2 hintereinander; die beiden Rollen des Differentialgalvanometers G sind in der aus der Figur ersichtlichen Weise mit den Enden der Widerstände verbunden. Das Galvanometer bleibt in Ruhe, wenn der Widerstand dieser beiden Rollen, sowie die Widerstände W_1 und W_2 gleich gross sind, vorausgesetzt dass die magnetische Wirkung der von

[1]) F. Kohlrausch, Wied. Ann. 20, S. 76; 1883, und Leitfaden der praktischen Physik, 7. Aufl., S. 286; 1892.

[2]) D. Kreichgauer und W. Jaeger, Wied. Ann. 47, l. c.

[3]) Vergl. die Bemerkungen über den Widerstand der Galvanometerzweige, S. 418.

gleich starkem Strome durchlaufenen Rollen auf die Nadel dieselbe ist. Bei der einen Stellung des Commutators K_1 werden diese Widerstände W_1 und W_2 in der Richtung 1, 2, 3, 4 durchlaufen, bei der anderen Stellung in der Richtung 2, 1, 4, 3; die Umstellung des Commutators K_2 bewirkt eine Umkehrung des Hauptstromes, und die Ausschläge des Galvanometers werden dadurch entgegengesetzt. Auf diese Weise wird der Einfluss von Thermokräften innerhalb der zu messenden Widerstände, sowie von einer etwaigen Asymmetrie des Galvanometers beseitigt. Der Nebenschluss N dient zum Abgleichen der beiden Widerstände W_1 und W_2; I und II sind Ballastwiderstände in den Galvanometerzweigen, der Nebenschluss S stellt die Gleichheit der Widerstände dieser beiden Zweige her.

Die Methode ist auch bei einem relativ kleinen Galvanometer-Widerstand vollständig einwurfsfrei, wenn die Richtkraft beider Zweige auf die Nadel gleich ist, und wenn die Widerstände der beiden Zweige abgeglichen sind. Dies geht aus später mitgetheilten Versuchen hervor und wird auch durch die Uebereinstimmung der Messungen mit den nach der zweiten Methode erhaltenen Resultaten bewiesen.

Das bei den Widerstandsmessungen benutzte Thomson'sche Differentialgalvanometer (von Elliot) besitzt in jedem Zweig einen Widerstand von 2×3 Ohm und hat bei 2 m Scalen-Abstand und ca. 4 Secunden Schwingungsdauer eine Empfindlichkeit von etwas über 10^{-8} Am. pro 1 mm. Die Ballastwiderstände I und II der Galvanometerzweige wurden (für $W_1 = W_2 = 1$ Ohm) von 2 Ohm bis 1000 Ohm variirt, ohne dass die Abweichungen wenige Milliontel des Werthes für den zu messenden Widerstand überschritten. Von einem Ballastwiderstand von 10 Ohm an konnten keine Unterschiede in den Millionteln des Resultats mehr nachgewiesen werden.[1]) Das Galvanometer war zur Vermeidung von Thermoströmen und Widerstandsänderungen sorgfältig vor Temperaturschwankungen geschützt. Da der Einfluss der beiden Galvanometerzweige auf die Nadel nicht vollständig gleich war, so wurde der schwächere Zweig mit einer kleinen Zusatzspule versehen, welche mittels einer Mikrometerschraube in verschiedene Entfernungen von der Nadel gebracht werden konnte; die letzte Abgleichung der beiden Zweige bewirkte man vor jeder Messungsreihe durch eine geringe Drehung an einer Fussschraube des Galvanometers; ebenso wurden für jede einzelne Messung die Widerstände der beiden Galvanometerzweige durch den Nebenschluss S abgeglichen. Diese Gleichheit der Galvanometerzweige ist hergestellt, wenn bei dem Umlegen des Commutators K_1 die Ausschläge des Galvanometers nach

[1]) Nähere Angaben hierüber sind in der früheren Veröffentlichung, Wied. Ann. l. c., mitgetheilt.

beiden Seiten gleich gross sind. Wenn dagegen die beiden Widerstände W_1 und W_2 gleich, die Galvanometerwiderstände aber ungleich sind, so geht beim Umlegen des Commutators K_1 der Ausschlag des Galvanometers nach derselben Seite gleich weit. Beobachtet man nun die zu allen Commutatorstellungen gehörenden Ausschläge und combinirt sie in geeigneter Weise (vergl. Beispiel S. 424), so braucht die Abgleichung des Galvanometers nicht vollständig genau zu sein, da sich die Differenzen dann eliminiren. Der richtige Werth des Nebenschlusses N wurde aus einem oberhalb und einem unterhalb desselben liegenden Werth interpolirt.

Bei den Widerstandsmessungen mit 1 Ohm betrug der Ballastwiderstand im Galvanometer gewöhnlich 16 Ohm für jeden Zweig; die Stärke des Hauptstroms war in der Regel 0,01 Am, und 1 mm Ausschlag entsprach ungefähr einer Aenderung des Widerstandes W_1 (resp. W_2) von $^1/_{1000}$ %). Da ein Ausschlag von $^1/_{10}$ Scalentheil noch sicher bestimmt werden konnte, so war selbst bei so schwachem Strom die Widerstandsmessung auf ein Milliontel des Werthes genau auszuführen.[1]) Diese Empfindlichkeit war deshalb erforderlich, weil bei genauen Widerstandsmessungen, besonders von Quecksilberwiderständen, nur ganz schwache Ströme verwendet werden dürfen, da sonst durch die Erwärmung Widerstandsänderungen und Thermoströme auftreten, welche das Resultat wesentlich fälschen können (vergl. S. 432).

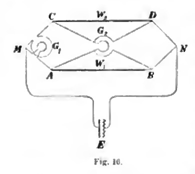


Fig. 16.

Doppelbrücke. — Das Princip und die Anordnung dieser Methode[2]), welche besonders zur Messung der Normalrohre mit angesetzten Endstücken bestimmt war, ist aus den Figuren 16 und 17 ersichtlich. Mit Hilfe des Differentialgalvanometers G_1 wird in den beiden zu vergleichenden Widerständen W_1 und W_2 Stromgleichheit hergestellt; wenn diese Widerstände

[1]) Ist J die Intensität des Hauptstroms, w der zu messende Widerstand und W der Widerstand eines Galvanometerzweiges, so ist die Stromstärke i in einem Galvanometerzweig

$$i = J\frac{w}{W+w} \text{ und } di = J\frac{Ww}{(W+w)^2}\cdot\frac{dw}{w},$$

oder $di = J\frac{n}{(1+n)^2}\cdot\frac{dw}{w}$, wenn $n = \frac{w}{W}$ gesetzt wird.

Die Empfindlichkeit (Veränderung von i mit w) hängt also ausser von der Stromstärke J vom Verhältniss $\frac{w}{W}$ ab; das Maximum der Empfindlichkeit bei gegebenem J tritt für $w = W$ ein, es ist dann $di = \frac{J}{4}\frac{dw}{w}$. Bei den oben angeführten Verhältnissen ist $\frac{n}{(1+n)^2}$ ungefähr $= \frac{1}{20}$. (Dieselbe Empfindlichkeit erhält man für $n = \frac{w}{W} = 20$.)

[2]) Dieselbe ist in etwas anderer Form, als der hier mitgetheilten, von dem verstorbenen Präsidenten H. v. Helmholtz angegeben worden.

ausserdem gleich gross sind, so fliesst durch das Galvanometer G_2 (am bequemsten auch ein Differentialgalvanometer) kein Strom. Fig. 17 zeigt die Anordnung bei Vergleichung eines mit Ansatzstücken montirten Normalrohres mit einer Quecksilbercopie. S_1, S_2, S_3, S_4 sind Nebenschlüsse zur Abgleichung; vor jedem der Widerstände W_1 und W_2 ist ein Ballast von

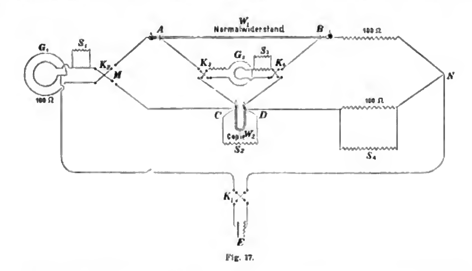


Fig. 17.

100 Ohm eingeschaltet, K_1, K_2, K_3, K_4 sind Commutatoren zur Vertauschung der Galvanometerzweige u. s. w. Mit dieser Methode erhielt man, wie früher[1]) gezeigt worden ist, bis auf 1 Milliontel dieselben Werthe, wie mit der erst beschriebenen.

Die im Folgenden mitgetheilten Messungen sind alle nach der Methode des übergreifenden Nebenschlusses ausgeführt, welche nach dem Vorstehenden für diesen Fall ($W_1 = W_2 = 1$ Ohm und $w = 20$ Ohm) völlig einwandsfrei ist. Dies ergiebt sich auch aus der inneren Uebereinstimmung der Beobachtungen, da die übrigbleibenden Fehler selbst bei grossen Differenzen der zu messenden Widerstände (bis 1°/₀ des Werthes) wenige Milliontel nicht übersteigen.

Bei der elektrischen Vergleichung der Quecksilbernormale benutzte man vier Manganinwiderstände als Hilfsnormale, welche ihrerseits unter sich verglichen und auch an die Quecksilbercopien angeschlossen wurden. Die elektrischen Messungen zerfallen daher in drei Gruppen, die im Folgenden, wie auch im Anhange, gesondert behandelt sind:

1) Die Vergleichung der Manganinwiderstände untereinander.
2) Die Vergleichung der Quecksilbernormale No. XI und No. XIV mit den Manganinwiderständen.

[1]) Wied. Ann. 47, S. 519; 1892.

3) Die Vergleichung der Quecksilbercopien untereinander und mit den Manganinwiderständen.

Alle diese Messungen sind über einen Zeitraum von ungefähr zwei Jahren vertheilt, und es entsteht die Aufgabe, aus der Fülle des vorliegenden Materials die wahrscheinlichsten Werthe der einzelnen Widerstände zur betreffenden Zeit abzuleiten, welche der Gesammtheit aller Beobachtungen am besten entsprechen. Zu diesem Zweck müssen die einzelnen Gruppen zunächst gesondert betrachtet und dann in geeigneter Weise combinirt werden.

Für die meisten Messungen diente als Nebenschluss[1]) ein Widerstandssatz von Siemens & Halske No. 5039 aus Nickelin, der die Widerstände 1000, 500, 400, 300, 200, 100, . . . bis 1 Ohm enthält. Mit Hilfe eines zweiten Widerstandskastens und verschiedener einzelner Drahtwiderstände wurde dieser Satz sehr sorgfältig ausgewerthet und an die Normale angeschlossen, so dass der Werth der einzelnen Widerstände auf etwa $^1/_{10000}$ sicher ist.[2]) Bei den S. 467 des Anhangs angegebenen Werthen der einzelnen Widerstände des Kastens 5039, welche zur Reduction der elektrischen Messungen gebraucht werden, sind die Widerstände von je 2 Kupferdrähten (zu je 0,00045 Ohm) hinzugezählt, die zur Verbindung der Widerstände mit den Messingklötzen des Deckels dienen. Wenn also zwei hintereinander verbundene Widerstände benutzt werden, so hat man den Werth zweier Kupferdrähte in Abrechnung zu bringen. (Bei einem Nebenschluss von 30 Ohm an 1 Ohm macht diese Correction 1 Milliontel Ohm aus, so dass dieselbe bei einem Nebenschluss unter 30 Ohm noch zu berücksichtigen ist.)

Ebenso muss der Widerstand der Stöpsel (der Kasten 5039 enthält 16 Stöpsel à 0,00015 Ohm) bei einem Nebenschluss unter 40 Ohm berücksichtigt werden. Der Zuleitungswiderstand von dem zu messenden Widerstand nach dem Nebenschluss war verschieden gross, bei den Messungen vom Herbst 1892 an beträgt er meistens 0,0166 Ohm. (Die Grösse des Zuleitungswiderstandes ist bei jeder Messungsserie angegeben.) Unbequem ist bei dem Gebrauch der Widerstandssätze von der Firma Siemens & Halske der grosse Temperaturcoefficient des Nickelins; die Messung desselben ergab für den Kasten No. 5039 durchschnittlich 0,000205 Ohm pro Grad in der Nähe von 20°. Da sich aber die einzelnen Widerstände etwas verschieden

[1]) Nach dem Vorgang von Kohlrausch und Strecker wurden die zu vergleichenden Widerstände durch Anlegen eines Nebenschlusses an den grösseren derselben einander gleich gemacht.

[2]) Die Auswerthung des Kastens No. 5039 wurde zweimal unabhängig ausgeführt (August 1892 und Februar 1893); das erste Mal unter Zuhilfenahme des Kastens No. 5521 von Siemens & Halske, das andere Mal mit Benutzung eines Manganinsatzes von O. Wolff, der seinerseits vorher genau ausgewerthet war. Die beiden Reihen stimmen auf ungefähr $^1/_{100000}$ überein.

verhalten, so entstehen dadurch Fehler, die nur zu vermeiden wären, wenn man jeden Widerstand mit dem ihm zukommenden Temperaturcoefficienten reduciren würde. Indessen können diese Fehler das Resultat nicht merklich beeinflussen, weil die verschiedensten Widerstände als Nebenschluss benutzt werden; nur die bei der Ausgleichung der Beobachtungen übrigbleibenden Fehler werden dadurch etwas vergrössert.

Die relative Abgleichung des Satzes 5039 ist von Seiten der Fabrik sehr gut ausgeführt (Abweichung erst in den Zehntausendteln), und auch der absolute Werth der Widerstände entspricht ihrem Sollwerth (richtig bei 15°) bis auf einige Zehntausendtel.

Für die grösseren Nebenschlüsse (über 1000 Ohm), welche nur noch auf einige Tausendtel ihres Werthes bekannt sein müssen, wurden Dekadenkästen von Siemens & Halske verwandt. Aus der guten inneren Uebereinstimmung der mit verschiedenen Nebenschlüssen angestellten Beobachtungen (die Fehler betragen in der Regel nur einige Millionte) ergiebt sich, dass die Correctionen der benutzten Nebenschlüsse hinreichend genau bekannt sind.

II. Manganin-Widerstände.

Bei den Vergleichungen der Quecksilbernormale, sowie der Quecksilbercopien benutzte man als Hilfswiderstände vier Drahtcopien von 1 Ohm aus Manganin (No. 148, 149, 150, 151) von O. Wolff in Berlin. Diese Widerstände haben die von der II. Abth. der Reichsanstalt angegebene Form[1]) und waren nach der Fertigstellung zur Beseitigung der Spannungen auf höhere Temperatur erwärmt worden. Da die elektrischen Widerstandsmessungen bis auf 1 Milliontel genau sein sollten, so mussten zunächst die Temperaturcoefficienten der Manganin-Widerstände sorgfältig bestimmt werden.

1. Temperatur-Coefficienten der vier Manganin-Widerstände.

Im Anhang S. 467 sind die hierauf bezüglichen Messungen mitgetheilt[2]), welche zur Ableitung der auf derselben Seite angegebenen Formeln für die

[1]) Siehe Anm. S. 383.

[2]) Die Temperaturangaben beziehen sich auf die Temperaturscala des Quecksilberthermometers aus Jenaer Glas 16^{III}. Die Ausführung der Messungen geschah in der auf S. 423 angegebenen Weise.

Aenderung des Widerstandes mit der Temperatur gedient haben. Als Ausgangstemperatur, in deren Nähe die meisten Beobachtungen liegen, wählte man 18° C. Zur Ableitung der Temperaturcoefficienten, welche nicht linear sind, sondern ein quadratisches Glied enthalten, wurde jeder der vier Widerstände einmal auf eine höhere Temperatur (ungefähr 26°) und sodann auf eine niedrigere Temperatur (5° bis 7°) gebracht. Hierzu kommt noch eine Vergleichung zweier Widerstände bei 10° etc., sowie die Vergleichungen bei 18° in allen Combinationen (S. 427).

Die Gleichungen (S. 467) von der Form

$$W_t = W_{18} [1 + \alpha (t - 18) + \beta (t - 18)^2]$$

dienen zur Reduction der Beobachtungen auf die Temperatur von 18°. Die Coefficienten α und β sind im Folgenden zusammengestellt.

Coefficienten α und β für die vier Manganin-Widerstände.

No.	$\alpha . 10^6$	$\beta . 10^6$
148	+ 19,0	− 0,55
149	+ 9,2	− 0,54
150	+ 5,6	− 0,50
151	+ 20,8	− 0,52

Für jeden Widerstand wurde hieraus eine Correctionstabelle abgeleitet.

Die nach diesen Formeln für die Widerstandsänderung berechneten Zahlen (S. 467) weichen von den beobachteten auch bei grossen Temperaturdifferenzen (19°) im Maximum nur um 5×10^{-6} Ohm ab (Spalte v). Bemerkenswerth ist die Thatsache, dass bei den 4 Widerständen der Factor des quadratischen Gliedes der obigen Formeln fast gleich gross ist (0,50 bis 0,55), während derjenige des ersten Gliedes von 5,6 bis 20,8 schwankt. Mit zunehmender Temperatur wird die Widerstandsänderung pro Grad kleiner, um schliesslich bei einer, für jeden Widerstand verschiedenen Temperatur Null zu werden (bei 23,5° für No. 150 und bei etwa 40° für No. 151).

Die dicken Kupferbügel der Widerstandsbüchsen wurden mit Schrauben zur Zuleitung des Stroms, sowie zur Potentialabnahme und zum Anlegen des Nebenschlusses versehen, da man die beim Einhängen der Bügel in Quecksilbernäpfe auftretenden Thermokräfte vermeiden und andrerseits die Stellen genau präcisiren wollte, von denen an der Widerstand der Büchse zu rechnen ist.

Obwohl diese Widerstände sich als sehr constant erwiesen, stellte sich doch nach einiger Zeit heraus, dass drei derselben mit Isolationsfehlern behaftet

waren (bei No. 148 und No. 150 lag der Fehler im Abgleichungsdraht). Man war daher genöthigt, zur Abstellung dieses Uebelstandes die drei Widerstände No. 148, 149, 150 im September 1892 zu verändern. No. 151 dagegen ist durch einen Zeitraum von über drei Jahren unverändert zu Vergleichungen benutzt worden.

Bei der Veränderung der Widerstände wurden dieselben absichtlich nicht genau abgeglichen (es blieben Unterschiede bis zu mehr als 1 % bestehen), weil man dadurch von zufälligen Fehlern unabhängiger wird, indem bei der elektrischen Vergleichung für jeden Widerstand ein anderer Nebenschluss angewendet werden muss. Es ist dann zwar die scheinbare Uebereinstimmung der Messungen nicht mehr so gut, als bei genau abgeglichenen Widerständen, man ist aber sicher, dass die Beobachtungen innerhalb der auftretenden Fehler richtig sind. Bei der Büchse No. 149 wurde ein neuer Hauptdraht aufgewickelt, während No. 150 nur einen neuen Abgleichungsdraht erhielt; bei No. 148 wurde der Abgleichungsdraht ganz entfernt, wodurch dieser Widerstand um fast 1,5 % grösser als ein Ohm wurde. Die neuen Widerstände erhielten die Nummern 148a, 149a, 150a.

Nur für No. 149a musste also der Temperaturcoefficient neu bestimmt werden; man fand zwischen 9° und 32°

$$\alpha = +15{,}3 \times 10^{-6},\ \beta = -0{,}49 \times 10^{-6}$$

(vergl. Anhang S. 468 vom 6. IV. 1894).

2. Vergleichung der vier Manganinwiderstände untereinander.

Die vier Manganinwiderstände wurden zu verschiedenen Zeiten untereinander verglichen (siehe Anhang S. 468 bis 474), und zwar gewöhnlich in allen sechs Combinationen; meistens stehen diese Vergleichungen in Zusammenhang mit anderen Widerstandsmessungen.

Zunächst folgt hier ein Beispiel für die Bestimmung der Differenz zweier Widerstände. (Im Anhange sind davon nur die fett gedruckten Zahlen angegeben.)

Der Nebenschluss wurde in analoger Weise wie die Gewichte zusammengesetzt (S. 409), also 6 aus 5 + 1, 7 aus 5 + 2 u. s. w. In dem Beispiel liegt der Nebenschluss an No. 148a, und beträgt nominell das eine Mal 50 + 20 + 5 = 75, das andere Mal 50 + 20 + 4 = 74 Ohm. Nach der Tabelle S. 467 sind die corrigirten Werthe bei 20° gleich 74,077 und 75,078 Ohm; nach Reduction auf die Temperatur im Kasten No. 5039 (18°,5) und Addition des Widerstandes der Zuleitung (0,017 Ohm) u. s. w. ergeben sich die Zahlen 74,071 und 75,071 leg. Ohm für den Nebenschluss.

Beispiel einer Vergleichung zweier Manganin-Widerstände.

24. XI. 93 (S. 472). **No. 148a — No. 149a.** Beob.: Jaeger.

Temperatur des Petroleumbades = **18°,64**
" " Nebenschlusses = 18,5
Widerstand der Nebenschluss-Zuleitung = 0,017 Ohm.

Nomineller Nebenschluss:		**74 Ohm**	**75 Ohm**
		Ausschläge:	
I. Commutator K_2 in der ersten Lage.			
Commutator K_1	Erste Lage	− 7,2	+ 1,2
	Zweite Lage	+ 2,2	− 5,2
		− 9,4	+ 6,4
II. Commutator K_2 in der zweiten Lage.			
Commutator K_1	Erste Lage	+ 6,8	− 1,3
	Zweite Lage	− 2,3	+ 5,0
		− 9,1	+ 6,3
	Hauptmittel:	**− 9,2**	**+ 6,8**

Die Ausschläge in beiden Lagen des Commutators K_2 sind entgegengesetzt und bis auf 0,3 Scalentheile einander gleich. Wie sich durch die Ausschläge ergiebt, die man beim Umlegen des 6näpfigen Commutators K_1 erhält, sind die Widerstände der beiden Galvanometerzweige nicht vollständig abgeglichen, so dass beim richtigen Nebenschluss ein Ausschlag von etwa — 2 Scalentheilen für beide Lagen des Commutators entstehen würde. Die Zahlen sind so verwerthet, dass die zweite Lage mit entgegengesetztem Zeichen zu der ersten Lage addirt wurde (an Stelle der Mittelbildung). Man erhält so in der ersten Commutatorstellung von K_2 für 74 Ohm (nominell) einen Ausschlag — 9,4, für 75 Ohm + 6,4; in der zweiten Lage nach Umkehrung der Zeichen — 9,1 und + 6,3. Diese Zahlen werden gemittelt, so dass man schliesslich findet:

Nebenschluss	Ausschlag (doppelt genommen)
74,071 Ohm	— 9,2 Scalentheile
75,071 "	+ 6,3 "

Die nominellen Nebenschlüsse und die in dieser Weise gemittelten Ausschläge (jede Zahl ist also das Mittel aus 4 Einzelausschlägen) sind bei jeder Messung im Anhang mitgetheilt. Aus diesen Zahlen ergiebt sich auch die Empfindlichkeit (1 Sc. Th. = 0,000009 Ohm).

Hieraus ist zunächst die Differenz der reciproken Werthe der beiden Widerstände abzuleiten. Ist W_1 der eine Widerstand, W_2 der zweite, welcher zusammen mit einem Nebenschluss N dem ersten gleich ist, so gilt nach dem Ohm'schen Gesetz

$$\frac{1}{W_1} - \frac{1}{W_2} = \frac{1}{N}.$$

Um den richtigen Werth von $\frac{1}{N}$ im vorliegenden Fall zu finden, hat man mit Hilfe der Ausschläge zu interpoliren zwischen $\frac{1}{N_1} = \frac{1}{74{,}071}$ und $\frac{1}{N_2} = \frac{1}{75{,}071}$, bei grösseren Nebenschlüssen kann man meist direct zwischen N_1 und N_2 interpoliren.[1]) Man erhält so

$$\frac{1}{[149\,a]} - \frac{1}{[148\,a]} = +0{,}013394 \text{ leg. Ohm bei } 18{,}64^\circ \text{ C;}$$

dieser Werth ist noch mittels der Temperaturcoefficienten der Manganin-Widerstände auf 18° zu reduciren. Im Anhang sind die unmittelbaren Beobachtungs-

[1]) Für die Interpolation des Nebenschlusses N, bei welchem kein Ausschlag des Galvanometers stattfinden würde, aus den bei N_1 und N_2 beobachteten Ausschlägen gilt folgende Ueberlegung: Bezeichnet man den Widerstand jedes Galvanometerzweiges mit w, die beiden zu vergleichenden Widerstände mit w_0 und w_1, den an den grösseren Widerstand w_0 gelegten Nebenschluss mit N, nennt man ferner die Stromstärke im Hauptstrom J, diejenige in den Galvanometerzweigen i_0 und i_1, so ist zunächst

$$\frac{i_1 - i_0}{J} = \frac{w_1}{w_1 + w} - \frac{w_0 N}{N\,[w_0 + w] + w\,w_0}.$$

Der für den Nebenschluss N beobachtete Ausschlag, welcher proportional $(i_1 - i_0)$ ist, sei d. Setzt man $\frac{i_1 - i_0}{J} = \frac{d}{A}$, so erhält man für die Beziehung von N und d die Gleichung

$$\left(\frac{d}{A}\right) N\,(w_0 + w) + \left(\frac{d}{A}\right) w\,w_0 + N\,w\,\frac{w_0 - w_1}{w + w_1} - w\,\frac{w_0\,w_1}{w + w_1} = 0.$$

Dies ist die Gleichung einer Hyperbel, deren Asymytotenaxen parallel zu den Coordinatenaxen liegen. Wird der Nebenschluss unendlich gross, so nähert sich der Ausschlag einer bestimmten Grenze u. s. w.

Aus den beobachteten Ausschlägen d_1 und d_2 des Galvanometers für die Nebenschlüsse N_1 und N_2 hat man nun den Werth N_0 abzuleiten, für welchen $d = 0$ ist.

Man erhält zunächst aus der Hyperbelgleichung

$$N_0 = w_1 \frac{N_1 N_2 \left(\frac{d_1}{A} - \frac{d_2}{A}\right)}{(w + w_1)\,\frac{d_1}{A} \cdot \frac{d_2}{A}\,(N_2 - N_1) - \left(N_2 \frac{d_2}{A} - N_1 \frac{d_1}{A}\right) w_1}.$$

Da A gewöhnlich sehr gross ist (im vorliegenden Fall ca 2000000), so kann das erste Glied des Nenners gegen das zweite vernachlässigt werden, und man findet dann

$$\frac{1}{N_0} = \frac{d_1}{d_1 - d_2} \cdot \frac{1}{N_2} - \frac{d_2}{d_1 - d_2} \cdot \frac{1}{N_1};$$

dies bedeutet aber eine lineare Interpolation zwischen $\frac{1}{N_1}$ und $\frac{1}{N_2}$.

Ist der Unterschied zwischen $\frac{1}{N_1}$ und $\frac{1}{N_2}$ sehr klein, so kann man linear zwischen N_1 und N_2 selbst interpoliren und dann $\frac{1}{N_0}$ bilden. Falls eine Genauigkeit von 10^{-6} Ohm erreicht werden soll, so muss gelten (wenn N_0^1 der durch directe Interpolation erhaltene Werth und N_0 der wahre Werth ist)

$$\frac{1}{N_0^1} - \frac{1}{N_0} = \frac{d_1\,d_2}{(d_1 - d_2)^2} \cdot \frac{(N_1 - N_2)^2}{N_1\,N_2} \cdot \frac{1}{N_0} < 10^{-6} \text{ Ohm}.$$

Das Maximum von $\frac{d_1\,d_2}{(d_1 - d_2)^2}$ ist $1/4$ für $d_1 = d_2 = \frac{1}{2}\,d$, d. h. für den Fall, dass N_0^1 zwischen N_1 und N_2 in der Mitte liegt. Ist also

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{D^2}{N_1\,N_2} \cdot \frac{1}{N_0} < 10^{-6} \text{ Ohm},$$

wo $D = N_1 - N_2$ gesetzt sei, so ist die bequemere lineare Interpolation zwischen N_1 und N_2 gestattet. Dies ist bei den meisten hier mitgetheilten elektrischen Messungen der Fall.

ergebnisse, d. h. die für die Temperatur der Beobachtung berechneten Differenzen, sowie auch die auf 18° reducirten Werthe angegeben.

Die Ausgleichung der 6 Beobachtungen wurde nach der Methode der kleinsten Quadrate vorgenommen. Man kann hier sehr bequem das schon früher bei der Calibrirung benutzte Thiesen'sche Schema anwenden. Die auf 18° reducirten Differenzen der reciproken Widerstände sind in dem angezogenen Beispiel vom 24. XI. 93 (Anhang S. 472):

Beobachtete Differenzen bei 18° C.

24. XI. 93 — Beob.: Jaeger.

$$\frac{1}{[149a]} - \frac{1}{[148a]} = +0{,}013392 \text{ leg. Ohm} \qquad \frac{1}{[150a]} - \frac{1}{[149a]} = +0{,}000017_5 \text{ leg. Ohm}$$

$$\frac{1}{[150a]} - \frac{1}{[148a]} = +0{,}013406 \;\text{„ „} \qquad \frac{1}{[151]} - \frac{1}{[149a]} = +0{,}000896 \;\text{„ „}$$

$$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[148a]} = +0{,}014281 \;\text{„ „} \qquad \frac{1}{[151]} - \frac{1}{[150a]} = +0{,}000879 \;\text{„ „}$$

Man trägt nun alle Beobachtungen, welche den Widerstand No. 148a betreffen, in die mit $\frac{1}{[148a]}$ überschriebene Spalte des folgenden Schemas ein (einschliesslich der Gleichung $\frac{1}{[148a]} - \frac{1}{[148a]} = 0$); in analoger Weise verfährt man mit den anderen Gleichungen. Auf diese Weise wird jede Zahl zweimal, und zwar das zweite Mal mit entgegengesetztem Zeichen, eingetragen, so dass die Summe aller Zahlen des Schemas gleich Null ist.

Ausgleichung der Beobachtungen mit Hilfe des Thiesenschen Schemas.[1])

24 XI. 93 — (Einheit = 10^{-6} leg. Ohm.)

	$\frac{1}{[148a]}$	$\frac{1}{[149a]}$	$\frac{1}{[150a]}$	$\frac{1}{[151]}$
$\frac{1}{[148a]}$	0	+ 13 392 (13 390)	+ 13 406 (13 406)	+ 14 281 (14 284)
$\frac{1}{[149a]}$	− 13 392	0	+ 17_5 (16)	+ 896 (894)
$\frac{1}{[150a]}$	− 13 406	− 17_5	0	+ 879 (878)
$\frac{1}{[151]}$	− 14 281	− 896	− 879	0
Σ	− 41 079	+ $12\,478_5$	+ $12\,544_5$	+ 16 056 = 0
$\frac{1}{4}\Sigma$	− 10 270	+ 3 120	+ 3 136	+ 4 014 = 0

Durch Summirung der Spalten erhält man z. B. für die erste Spalte

$$4\left[\frac{1}{148a}\right] - \textit{Summe der vier reciproken Widerstände} = -0{,}041079;$$

[1]) Die in runden Klammern befindlichen Zahlen sind die berechneten Differenzen, vergl. folg. Seite.

der vierte Theil dieser Summe ist also gleich $\frac{1}{[148a]} - Const$, wobei die Constante den Werth $a = \frac{1}{4}\left[\frac{1}{[148a]} + \frac{1}{[149a]} + \frac{1}{[150a]} + \frac{1}{[151a]}\right]$ besitzt. Als Resultat der Ausgleichung erhält man somit (unterste Reihe des Schemas):

$$\left|\begin{array}{l} \frac{1}{[148a]} = a - 0{,}010270 \text{ leg. Ohm bei } 18^\circ \text{ C.} \\ \frac{1}{[149a]} = a + 0{,}003120 \quad " \quad " \quad " \quad " \\ \frac{1}{[150a]} = a + 0{,}003136 \quad " \quad " \quad " \quad " \\ \frac{1}{[151]} = a + 0{,}004014 \quad " \quad " \quad " \quad " \end{array}\right.$$

Diese Werthe sind im Anhang unter jeder Vergleichungsserie angegeben, ebenso die damit berechneten Differenzen (vergl. die eingeklammerten Zahlen des obigen Schemas) und die übrigbleibenden Fehler r in 10^{-6} Ohm, welche in dem obigen Beispiel im Maximum 3 Milliontel Ohm betragen. Der wahrscheinliche Fehler einer Beobachtung, $r_B = 2 \times 10^{-6}$ Ohm, und derjenige des Resultats $r_C = 1 \times 10^{-6}$ Ohm ist ebenfalls dort mitgetheilt.

Von den Vergleichungen der Manganinwiderstände untereinander sind in dieser Weise ausgeglichen die Serien No. 1, 2, 3, 5 bis 9 (S. 468 bis 474 des Anhangs.) Im August 1892 (S. 469) war der Widerstand No. 150 nicht mit gemessen worden, da sich derselbe damals in England zur Vergleichung mit der British Association Unit befand.[1])

Die Messungen mit den unveränderten Widerständen No. 148, 149, 150 und 151 reichen bis zum September 1892 (Anhang S. 468 und 469.)

Zusammenstellung der ausgeglichenen Differenzen der Manganinwiderstände No. 148, 149, 150, 151 bei 18° C zu verschiedenen Zeiten.

Einheit: Leg. Ohm.

Beob.: Kreichgauer u. Jaeger.

Differenz	2. Dec. 1891	3. Aug. 1892	8. Sept. 1892
$\frac{1}{[148]} - \frac{1}{[149]}$	+ 0,000121	+ 0,000116	+ 0,000110
$\frac{1}{[148]} - \frac{1}{[150]}$	+ 0,000135	—	+ 0,000128
$\frac{1}{[148]} - \frac{1}{[151]}$	+ 0,000080	+ 0,000085	+ 0,000090
$\frac{1}{[149]} - \frac{1}{[150]}$	+ 0,000014	—	+ 0,000018
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[149]}$	+ 0,000041	+ 0,000031	+ 0,000020
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[150]}$	+ 0,000055	—	+ 0,000038

[1]) Glazebrook, Rep. of the Brit. Ass.; Edinburgh S. 155; 1892.

In der vorhergehenden Tabelle sind die Resultate der drei Vergleichungs-Serien vom December 91 bis September 92 zusammengestellt. Es geht aus derselben hervor, dass die relative Aenderung dieser vier Widerstände, von denen der eine in der Zwischenzeit in England gewesen war, innerhalb eines Zeitraums von $^3/_4$ Jahren im Maximum zwei Hunderttausendtel Ohm beträgt.

Ebenso enthält die folgende Tabelle die Differenzen der veränderten Widerstände No. 148a, 149a, 150a, 151 vom Sept. 1892 bis Februar 1895 (Anhang S. 470 bis 474).

Zusammenstellung der ausgeglichenen Differenzen der Manganinwiderstände No. 148a, 149a, 150a, 151 bei 18° C. zu verschiedenen Zeiten.

Einheit: Leg. Ohm. Beob.: Jaeger.

Bezeichnung	Sept. Oct. 1892	Jan.-Febr 1893	26. u. 29. Juni 1893	24. Nov. 1893	16 April 1894	23. Nov. 1894	15. Febr. 1895
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[148a]}$	+ 0,014299	+ 0,014297	+ 0,014284	+ 0,014284	+ 0,014289	+ 0,014277$_5$	+ 0,014282
$\frac{1}{[150a]} - \frac{1}{[148a]}$			+ 0,013397	+ 0,013406	+ 0,013414	+ 0,013418	+ 0,013421
$\frac{1}{[149a]} - \frac{1}{[148a]}$			+ 0,013395	+ 0,013390	+ 0,013397	+ 0,013382$_5$	+ 0,013397
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[149a]}$			+ 0,000889	+ 0,000894	+ 0,000892	+ 0,000895	+ 0,000885
$\frac{1}{[150a]} - \frac{1}{[149a]}$			+ 0,000002	+ 0,000016	+ 0,000017	+ 0,000035$_5$	+ 0,000024
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[150a]}$	+ 0,000894	+ 0,000891	+ 0,000887	+ 0,000878	+ 0,000875	+ 0,000859$_5$	+ 0,000861

Auch bei diesen Differenzen ist theilweise ein kleiner, aber deutlicher Gang von einigen Hunderttausendtel Ohm für einen Zeitraum von zwei Jahren zu bemerken.

Die absoluten Werthe der Manganinwiderstände können erst aus den Vergleichungen derselben mit den Quecksilber-Normalen und -Copien zu verschiedenen Zeiten abgeleitet werden, welche in den folgenden Abschnitten enthalten sind. (Vergl. Zusammenstellung der absoluten Werthe der Manganinwiderstände zu verschiedenen Zeiten, S. 450).

III. Elektrische Vergleichung der Quecksilbernormale.

Bei den in dieser Veröffentlichung mitgetheilten elektrischen Vergleichungen der Quecksilbernormale wurden dieselben, wie bereits erwähnt, stets mit den kugelförmigen Endgefässen von ca. 3 cm Durchmesser (Fig. 14, S. 415) versehen, welche über die Rohre übergeschoben wurden, so dass also der Widerstand der Quecksilbersäule um den Ausbreitungswiderstand in beiden Endgefässen vermehrt wird.

Die Grösse dieses Ausbreitungswiderstandes lässt sich nicht mit der gewünschten Genauigkeit ($^1/_{100000}$) berechnen, da der theoretisch abgeleitete Ausbreitungswiderstand[1]) für eine Stromvertheilung im unendlichen Raume gilt. Für diesen Fall ist die Grösse auch experimentell bestimmt worden[2]), so dass dieselbe auf etwa 1 % bekannt sein dürfte.

Bei den Endgefässen Fig. 14 hängt der gemessene Widerstand davon ab, an welcher Stelle des Gefässes der zum Galvanometer führende Draht einmündet. Hierüber sind specielle Versuche angestellt worden, indem bei den kugelförmigen Endgefässen der Widerstand für verschiedene Stellen des Gefässes gemessen wurde. Es kamen zu diesem Zweck Endgefässe in Anwendung, die mit 4 Platindrähten für die Galvanometer-Abzweigung versehen waren. Der eine dieser Drähte G_1 (Fig. 18) befand sich direct neben dem Strom-Zuleitungsdraht H, ein anderer G_4 bei der Einmündung des Rohres in das Gefäss, die Drähte G_2 und G_3 waren symmetrisch zur Mitte des Gefässes in einem Abstand von ca. 6 mm angeordnet.[3]) Der Unterschied des Widerstandes zwischen G_2 und G_3 wurde öfters bei verschiedenen Messungsserien bestimmt und ergab sich zu etwa 1 bis 2 Hunderttausendtel Ohm. (Vergl. Anhang S. 478 und 480).

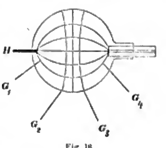


Fig. 18.

Bei einer Messungsreihe mit Rohr No. XIV (vom 13. Februar 1895) verfuhr man in der Weise, dass man die zum Galvanometer führenden Drähte der Reihe nach an die verschiedenen Drähte G_1, G_2, G_3, G_4 des einen wie des anderen Gefässes anlegte. (Das Normalrohr befand sich dabei, wie gewöhnlich, auf einer Temperatur von 0°).

Für die Differenz $\frac{1}{[\text{XIV}]} - \frac{1}{[151]}$ ergaben sich dabei die folgenden Werthe (reducirt auf 18° für den Manganin-Widerstand No. 151):

[1]) Maxwell, Electr. and Magnet. 1, § 308.

[2]) W. Shrader, Wied. Ann. 44, S. 222. 1891.

[3]) Die in die Figur eingezeichneten Linien sollen den Verlauf der Stromlinien und die Niveauflächen andeuten.

$$\frac{1}{[XIV]} - \frac{1}{[151]}$$

bei verschiedener Potential-Abnahme.

13. und 15. Febr. 1885. Beob.: Jaeger.

Datum	End-Gefäss I	End-Gefäss II	Differenz Ohm	Datum	End-Gefäss I	End-Gefäss II	Differenz Ohm
13. II. 95	G_2	G_2	+ 0,001941	15. II. 95	G_2	G_2	+ 0,001936
	G_4	G_2	1960		G_3	G_2	1963
	G_4	G_4	1992		G_4	G_2	1965
	G_1	G_4	1947		G_1	G_2	1921
	G_1	G_1	1900		G_2	G_1	1916
	G_2	G_2	1947		G_2	G_3	1942
					G_2	G_4	1965
					G_2	G_2	1934
					G_3	G_2	1952

Diese Messungen zeigen, dass die aus der Lage der Abzweigungsstelle erwachsende Differenz fast $^1/_{10000}$ Ohm erreichen kann (Unterschied zwischen $G_1 G_1$ und $G_4 G_4$, während $G_2 G_2$ ungefähr in der Mitte dieser beiden Werthe liegt). Dadurch entstehen also Unsicherheiten in der Anwendung des theoretischen Faktors 0,80 bzw. 0,82 für den Ausbreitungswiderstand.

Andrerseits darf man nicht vergessen, dass auch bei der Auswerthung der Siemens-Einheit in absolutem Maass stets diese Annahme für den theoretischen Ausbreitungswiderstand gemacht worden ist, so dass sich dieser Fehler bei der Reproduction des Ohm zum Theil wenigstens wieder aufhebt. Doch bleibt immerhin eine Unsicherheit von mehreren Hunderttausendtel Ohm bestehen, die auch bei der Vergleichung verschiedener Quecksilbernormale untereinander eine Rolle spielt. Um bei demselben Normalrohr stets gleiche Werthe für den Widerstand zu erhalten, muss man bei allen Messungen gleichartige Endgefässe anwenden und die Potentialdifferenz für dieselben Stellen der Endgefässe bestimmen. Bei den folgenden elektrischen Vergleichungen (wenigstens bei den neueren Messungen) wurde deshalb stets der mit G_2 bezeichnete Draht zum Anlegen des Galvanometers benutzt, so dass durch die Form der Endgefässe u. s. w. für die einzelnen Messungen jedenfalls keine Unsicherheiten entstehen, welche ein Hunderttausendtel Ohm wesentlich überschreiten. Die Bestimmung des thatsächlichen Ausbreitungswiderstandes für diesen Fall muss späteren Untersuchungen vorbehalten bleiben; bei der vorliegenden Arbeit kam es in erster Linie darauf an, eine möglichst genau reproducirbare Einheit herzustellen.

Zum Zweck der **Füllung mit Quecksilber** wurden die Rohre zunächst sorgfältigst gereinigt, und zwar unter Vermeidung von Alkalien, weil diese

stets etwas von der Glaswandung auflösen. Um alles Fett zu beseitigen, liess man Benzin und darauf absoluten Alkohol in Perlen langsam durch das Rohr saugen, worauf mit destillirtem Wasser nachgespült wurde. Als letztes Reinigungsmittel kam stets Uebermangansäure in Anwendung, nachdem meist vorher noch starke Säuren (Königswasser etc.) benutzt worden waren. Hierauf wurde längere Zeit destillirtes Wasser durch die Röhre geleitet und sodann mehrere Stunden lang trockene Luft hindurch gesaugt. Durch diese Behandlung erreichte man es, dass die Wasserhaut die Rohrwandung ganz gleichmässig benetzte und dass deren allmähliches Verschwinden beim Trocknen durch das Auftreten Newton'scher Farben beobachtet werden konnte. Zwischen jeder Neufüllung wurden die Rohre in dieser Weise gereinigt, ebenso auch bei der Auswägung des Quecksilberinhaltes.

Die Füllung der Rohre geschah stets im Vacuum. Nachdem die Endgefässe mittels Schellacks luftdicht so aufgekittet waren, dass die Endflächen der Rohre jedesmal gleich tief in die Gefässe hineinragten, wurde das eine derselben mit einer Glasspitze verschlossen, die in ein Gefäss mit Quecksilber tauchte, und das andere durch Glasröhren mit einer Quecksilberpumpe verbunden. Nach dem Auspumpen blieb das Rohr längere Zeit luftleer stehen, damit sich die Luft von den Wandungen loslösen konnte; sodann liess man das Quecksilber durch Abbrechen der Glasspitze langsam eintreten.

Das Quecksilber war durch Destillation im Vacuum und durch nachfolgende Elektrolyse gereinigt[1]) und wurde jedesmal vor dem Gebrauch filtrirt.

Die verschiedenen Füllungen der Rohre stimmten, wie aus den S. 434 ff. mitgetheilten Zahlen hervorgeht, bis auf wenige Hunderttausendtel Ohm überein. Auch konnte keine Veränderung des Widerstandes constatirt werden, wenn die Rohre lange Zeit mit Quecksilber gefüllt blieben. Dagegen zeigten die ohne Anwendung eines Vacuum vorgenommenen Füllungen der Rohre mitunter sehr beträchtliche Abweichungen des Widerstandes (derselbe war theilweise bis zu mehreren Zehntausendteln Ohm grösser, als der normale), und bei längerem Stehen des Quecksilbers im Rohre nahm der Widerstand allmählich ab.

Die bei den Messungen angewandte S t r o m s t ä r k e betrug ungefähr $^1/_{100}$ *Am.* Man darf natürlich nur so schwache Ströme benutzen, dass die Temperatur des Quecksilbers im Rohre durch dieselben nicht erhöht wird. Lässt man etwas stärkere Ströme durch das Quecksilber gehen, so steigt

---

[1]) Vergl. W. Jaeger, Notiz über Reinigung des Quecksilbers; Zeitschr. f. Instr. 12. S. 354; 1892, und Wied. Ann. 48. S. 209—212; 1893.

die Temperatur desselben und nähert sich allmählich einer Grenze, welche durch den äusseren und inneren Radius (r und R) des Glasrohres, durch die Wärmeleitungsfähigkeit k des Glases und die Stromstärke bestimmt wird. Bezeichnet man mit B die Temperatur der Umgebung des Rohres (im vorliegenden Falle 0°), mit A die Endtemperatur des Quecksilbers, so ist die Vertheilung der Temperatur ϑ längs eines Radius ϱ für einen stationären Zustand gegeben durch

$$\Delta \vartheta = \frac{d^2 \vartheta}{d \varrho^2} + \frac{1}{\varrho} \frac{d \vartheta}{d \varrho} = 0,$$

oder

$$\vartheta = b - a \log \varrho.$$

Hierin ist

$$a = \frac{A - B}{\log R - \log r} \text{ und } b = \frac{A \log R - B \log r}{\log R - \log r}.$$

Die in der Zeiteinheit pro Längeneinheit durch den Strom entwickelte Wärmemenge M muss sein

$$M = -k q \frac{d \vartheta}{d \varrho}.$$

Hieraus folgt zur Bestimmung von k

$$k = \frac{M}{2 \pi (A - B)} \log \frac{R}{r}.$$

Die Erwärmung ($A - B$) des Quecksilbers ist der Grösse M, also dem Quadrat der Stromstärke proportional. Bei einem Versuch mit den Normalrohren erhielt man z. B. für 0,15 *Am.* eine in Widerstandsänderung gemessene Temperaturerhöhung von 0°,03, so dass also eine Stromstärke von 0,01 *Am.* ohne Bedenken auch bei längerem Stromschluss angewendet werden darf.[1])

Die mit den Quecksilbernormalen No. XI und No. XIV vorgenommenen elektrischen Vergleichungen sind im Anhange S. 475 bis 483 zusammengestellt. Dieselben zerfallen in zwei Gruppen: I. Die Vergleichungen im März 1892; II. Die Vergleichungen im November 1894 und Februar 1895. Wie aus dem Anhang hervorgeht, wurde bei jedem Rohr die Differenz desselben gegen die vier Manganin-Widerstände No. 148 bis 151 (resp. bei II No. 148a, 149a, 150a, 151) gemessen, und jede solche Messungsreihe zunächst auf folgende Weise in sich ausgeglichen: Bezeichnet man die reciproken Widerstände von No. 148 etc. mit A, B, C, D, denjenigen des Rohres mit X, so hat man die folgenden vier Beobachtungsgleichungen

$$A - X = a, \qquad C - X = c,$$
$$B - X = b, \qquad D - X = d,$$

[1]) Aus derartigen Versuchen liesse sich andererseits eventuell die Wärmeleitung des Glases bestimmen.

zu denen noch die durch Vergleichung der Manganin-Widerstände unter sich bekannten Differenzen

$$A - B = e,$$
$$A - C = f,$$
$$A - D = g$$

kommen.

Hieraus erhält man nach der Methode der kleinsten Quadrate, wenn noch zur Abkürzung

$$\varepsilon = 2a + b + c + d + e + f + g$$

gesetzt wird, die ausgeglichenen Werthe

$$A - X = \frac{1}{5}\varepsilon$$
$$B - X = \frac{1}{2}(b - e) + \frac{1}{10}\varepsilon$$
$$C - X = \frac{1}{2}(c - f) + \frac{1}{10}\varepsilon$$
$$D - X = \frac{1}{2}(d - g) + \frac{1}{10}\varepsilon,$$

und ferner durch Subtraction dieser Gleichungen die berechneten Werthe $A - B$ etc.

Die auf diese Weise abgeleiteten Zahlen, welche als das Beobachtungsresultat einer Messungsreihe anzusehen sind, findet man bei jeder solchen Reihe im Anhang unter der Ueberschrift „Mittel und Ausgleichung" in der Spalte „Berechnete Differenzen" angegeben. Die Abweichungen zwischen beobachteten und berechneten Werthen (r) übersteigen nicht wenige Milliontel Ohm.

Für die Vergleichung der Quecksilber-Normale im März 1892 sind die folgenden Differenzen der Manganin-Widerstände angenommen worden (vergl. hiermit die Tabelle S. 427):

$$\frac{1}{[148]} - \frac{1}{[149]} = +0{,}000121 \text{ leg. Ohm bei } 18^\circ \text{ C}$$
$$\frac{1}{[148]} - \frac{1}{[150]} = +0{,}000126 \quad „ \quad „ \quad „ \quad „$$
$$\frac{1}{[148]} - \frac{1}{[151]} = +0{,}000081 \quad „ \quad „ \quad „ \quad „$$

Für die Messungen vom November 1894 und Februar 1895 liegen die directen Beobachtungsresultate vom selben Datum vor (Tabelle S. 428), die auch den Ausrechnungen im Anhang zu Grunde gelegt wurden.

Bei den ersten Messungen im März 1892 hatte man noch keinen Werth darauf gelegt, die zum Galvanometer führenden Drähte stets mit demselben Platincontact G_2 des Endgefässes zu verbinden; diese Messungen sind daher mit einer etwas grösseren Unsicherheit behaftet, als die neueren Messungen.

Im Folgenden sind für beide Messungsgruppen in Spalte 3 die ausgeglichenen Beobachtungszahlen (entsprechend den „Berechneten Differenzen" des Anhangs) zusammengestellt. Spalte 4 enthält diejenigen Werthe, die aus dem geometrisch berechneten Widerstand der Normalrohre (einschliesslich des Ausbreitungswiderstandes) und den aus der Gesammtheit der Messungen jeder Gruppe sich ergebenden Werthen der vier Manganin-Widerstände abgeleitet sind (S. 435 oben und S. 436 unten).

Vergleichung der Quecksilbernormale No. XI und No. XIV.

Zusammenstellung der Resultate.

I. Gruppe. Messungen vom März 1892.

1			2		3	4	5
Bezeichnung			Temperatur von		Differenz		η
					Beobachtet Legale Ohm	Berechnet Legale Ohm	10^{-5} Ohm
A	—	B	A	B			
1. Vergleichung von Rohr No. XI am 15. und 16. März 1892. (Anhang S. 475.)							
$\frac{1}{\|148\|}$	—	$\frac{1}{\|XI\|}$	18°	0°	+ 0,001766	+ 0,001759	+ 0,7
$\frac{1}{\|149\|}$	—	$\frac{1}{\|XI\|}$	"	"	+ 0,001645	+ 0,001638	+ 0,7
$\frac{1}{\|150\|}$	—	$\frac{1}{\|XI\|}$	"	"	+ 0,001643	+ 0,001635	+ 0,8
$\frac{1}{\|151\|}$	—	$\frac{1}{\|XI\|}$	"	"	+ 0,001686	$+ 0{,}001677_5$	$+ 0{,}8_5$
2. Vergleichung von Rohr No. XIV am 17. und 18. März 1892. (Anhang S. 476.)							
$\frac{1}{\|148\|}$	—	$\frac{1}{\|XIV\|}$	18°	0°	$- 0{,}001832_5$	$- 0{,}001830_5$	− 0,2
$\frac{1}{\|149\|}$	—	$\frac{1}{\|XIV\|}$	"	"	$- 0{,}001952_5$	$- 0{,}001951_5$	− 0,1
$\frac{1}{\|150\|}$	—	$\frac{1}{\|XIV\|}$	"	"	$- 0{,}001959_5$	$- 0{,}001954_5$	− 0,5
$\frac{1}{\|151\|}$	—	$\frac{1}{\|XIV\|}$	"	"	$- 0{,}001916_5$	− 0,001912	$- 0{,}4_5$
3. Vergleichung von Rohr No. XIV am 25. bis 28. März 1892. (Anhang S. 477.)							
$\frac{1}{\|148\|}$	—	$\frac{1}{\|XIV\|}$	18°	0°	$- 0{,}001841_5$	$- 0{,}001830_5$	− 1,1
$\frac{1}{\|149\|}$	—	$\frac{1}{\|XIV\|}$	"	"	$- 0{,}001963_5$	$- 0{,}001951_5$	− 1,2
$\frac{1}{\|150\|}$	—	$\frac{1}{\|XIV\|}$	"	"	$0{,}001965_5$	$- 0{,}001954_5$	− 1,1
$\frac{1}{\|151\|}$	—	$\frac{1}{\|XIV\|}$	"	"	− 0,001924	− 0,001912	− 1,2

Den oben angegebenen „Berechneten Differenzen" von Gruppe I (Spalte 4) entsprechen die folgenden Werthe der Quecksilbernormale und Manganin-Widerstände:

Resultat: März 1892

$$\frac{1}{[XI]} = 1 - 0{,}002178 \text{ leg. Ohm bei } 0^\circ \text{ C.}$$

$$\frac{1}{[XIV]} = 1 + 0{,}001411_5 \quad \text{"} \quad \text{"} \quad \text{"} \quad 0^\circ \quad \text{"}$$

$$\frac{1}{[148]} = 1 - 0{,}000419 \quad \text{"} \quad \text{"} \quad \text{"} \quad 18^\circ \quad \text{"}$$

$$\frac{1}{[149]} = 1 - 0{,}000540 \quad \text{"} \quad \text{"} \quad \text{"} \quad 18^\circ \quad \text{"}$$

$$\frac{1}{[150]} = 1 - 0{,}000543 \quad \text{"} \quad \text{"} \quad \text{"} \quad 18^\circ \quad \text{"}$$

$$\frac{1}{[151]} = 1 - 0{,}000500_5 \quad \text{"} \quad \text{"} \quad \text{"} \quad 18^\circ \quad \text{"}$$

II. Gruppe. Messungen vom November 1894 und Februar 1895.

1	2		3	4	5
Bezeichnung	Temperatur von		Differenz		v
			Beobachtet	Berechnet	
A − *B*	*A*	*B*	Legale Ohm	Legale Ohm	10^{-5} Ohm
1. Vergleichung von Rohr No. XIV am 30. October 1894. (Anhang S. 478.)					
$\frac{1}{[148a]} - \frac{1}{[XIV]}$	18°	0°	− 0,016217	− $0{,}016199_5$	− $1{,}7_5$
$\frac{1}{[149a]} - \frac{1}{[XIV]}$	"	"	− 0,002837	− $0{,}002817_5$	− $1{,}9_5$
$\frac{1}{[150a]} - \frac{1}{[XIV]}$	"	"	− 0,002802	− 0,002782	− 2,0
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[XIV]}$	"	"	− 0,001938	− $0{,}001920_5$	− $1{,}7_5$
2. Vergleichung von Rohr No. XI am 17. November 1894. (Anhang S. 479.)					
$\frac{1}{[148a]} - \frac{1}{[XI]}$	18°	0°	− 0,012600	− 0,012610	+ 1,0
$\frac{1}{[149a]} - \frac{1}{[XI]}$	"	"	+ 0,000782	+ 0,000772	+ 1,0
$\frac{1}{[150a]} - \frac{1}{[XI]}$	"	"	+ $0{,}000818_5$	+ $0{,}000807_5$	+ 1,1
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[XI]}$	"	"	+ 0,001679	+ 0,001669	+ 1,0
3. Vergleichung von Rohr No. XIV am 19. November 1894. (Anhang S. 480.)					
$\frac{1}{[148a]} - \frac{1}{[XIV]}$	18°	0°	− $0{,}016201_5$	− $0{,}016199_5$	− 0,2
$\frac{1}{[149a]} - \frac{1}{[XIV]}$	"	"	− 0,002819	− $0{,}002817_5$	− $0{,}1_5$
$\frac{1}{[150a]} - \frac{1}{[XIV]}$	"	"	− 0,002784	− 0,002782	− 0,2
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[XIV]}$	"	"	− 0,001924	− $0{,}001920_5$	− $0{,}3_5$

1		2		3	4	5
Berechnet		Temperatur von		Differenz		r
A — B		A	B	Beobachtet Legale Ohm	Berechnet Legale Ohm	10^{-6} Ohm
4. Vergleichung von Rohr No. XI am 8. und 9. Februar 1895. (Anhang S. 481.)						
$\frac{1}{[148a]} - \frac{1}{[XI]}$		18°	0°	$-0{,}012596_5$	$-0{,}012611$	$+1{,}4_5$
$\frac{1}{[149a]} - \frac{1}{[XI]}$		"	"	$+0{,}000801$	$+0{,}000787$	$+1{,}4$
$\frac{1}{[150a]} - \frac{1}{[XI]}$		"	"	$+0{,}000822_5$	$+0{,}000810$	$+1{,}2_5$
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[XI]}$		"	"	$+0{,}001685_5$	$+0{,}001670$	$+1{,}5_5$
5. Vergleichung von Rohr No. XIV am 13. Februar 1895. (Anhang S. 482.)						
$\frac{1}{[148a]} - \frac{1}{[XIV]}$		18°	0°	$-0{,}016225$	$-0{,}016200_5$	$-2{,}4_5$
$\frac{1}{[149a]} - \frac{1}{[XIV]}$		"	"	$-0{,}002826$	$-0{,}002802_5$	$-2{,}3_5$
$\frac{1}{[150a]} - \frac{1}{[XIV]}$		"	"	$-0{,}002802$	$-0{,}002779_5$	$-2{,}2_5$
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[XIV]}$		"	"	$-0{,}001944$	$-0{,}001919_5$	$-2{,}4_5$
6. Vergleichung von Rohr No. XI am 23. Februar 1895. (Anhang S. 483.)						
$\frac{1}{[148a]} - \frac{1}{[XI]}$		18°	0°	$-0{,}012578$	$-0{,}012611$	$+3{,}3$
$\frac{1}{[149a]} - \frac{1}{[XI]}$		"	"	$+0{,}000819_5$	$+0{,}000787$	$+3{,}2_5$
$\frac{1}{[150a]} - \frac{1}{[XI]}$		"	"	$+0{,}000842$	$+0{,}000810$	$+3{,}2$
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[XI]}$		"	"	$+0{,}001702$	$+0{,}001670$	$+3{,}2$

Den oben angegebenen „Berechneten Differenzen" von Gruppe II (Spalte 4) entsprechen die folgenden Werthe der Quecksilbernormale und Manganin-Widerstände:

Resultat: November 1894 und Februar 1895

$\frac{1}{[XI]} = 1 - 0{,}002178$ leg. Ohm bei 0° C.

$\frac{1}{[XIV]} = 1 + 0{,}001411_5$ " " " 0° "

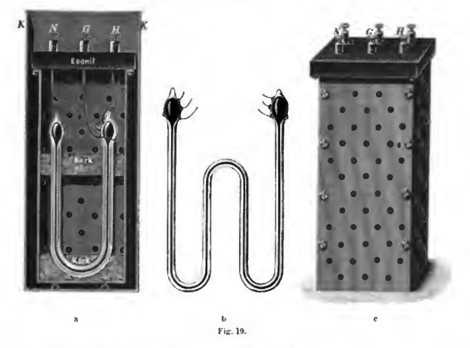
	November 1894	Februar 1895
$\frac{1}{[148a]}$	$= 1 - 0{,}014788$ leg. Ohm bei 18° C.	$1 - 0{,}014789$ leg. Ohm bei 18° C.
$\frac{1}{[149a]}$	$= 1 - 0{,}001406$ " " " 18° "	$1 - 0{,}001391$ " " " 18° "
$\frac{1}{[150a]}$	$= 1 - 0{,}001370_5$ " " " 18° "	$1 - 0{,}001368$ " " " 18° "
$\frac{1}{[151]}$	$= 1 - 0{,}000509$ " " " 18° "	$1 - 0{,}000508$ " " " 18° "

Zwischen diesen beiden Messungsserien vom März 1892 und November 1894, Februar 1895 liegen Vergleichungen der Quecksilbercopien untereinander und mit den Manganinwiderständen, die im nächsten Abschnitt besprochen werden. Aus diesen Beobachtungen lassen sich die absoluten Werthe der Quecksilbercopien und Manganin-Widerstände, bezogen auf die Quecksilbernormale No. XI und No. XIV, ableiten.

IV. Quecksilbercopien.

Für die Construction der Quecksilbercopien waren die folgenden Gesichtspunkte massgebend:

1. Dieselben sollten möglichst constant sein.
2. Sie sollten zur Vergleichung bei 0° eingerichtet sein.
3. Ihre Dimensionen sollten zur Vermeidung systematischer Messungsfehler verschieden gewählt werden.



a b c

Fig. 19.

Auf genaue Abgleichung derselben wurde aus den S. 423 angegebenen Gründen weniger Gewicht gelegt (die Abweichungen gehen bis zu 1% nach beiden Seiten des Soll-Werthes).

Aus Fig. 19a, b, c ist die von Herrn Kreichgauer angegebene Form und Einrichtung der Quecksilbercopien ersichtlich. Dieselben bestehen ebenso,

wie die Normalrohre, aus Jenaer Glas 16^{III} und sind theils einfach **U**-förmig gebogen (Form I, Fig. 19a), theils **W**-förmig (Form II, Fig. 19b). Nach dem Fertigstellen der Glasbläserarbeit wurden die Copien zur Beseitigung der im Glas vorhandenen Spannungen in einem Muffelofen der Kgl. Porzellanmanufactur zu Charlottenburg, dessen Benutzung Herr Director Heinecke in entgegenkommendster Weise gestattete, auf etwa 350° C. erhitzt, und darauf in dem zugemauerten Ofen langsam während zweier Nächte und eines Tages abgekühlt. Die Füllung der Copien mit Quecksilber im Vacuum geschah in ähnlicher Weise, wie bei den Normalrohren; sodann wurden die Gefässe, welche bis auf einen kleinen Raum vollständig mit Quecksilber gefüllt waren, an ihrer oberen Spitze zugeschmolzen. Die Art der Zuleitung des Stroms etc. zeigt Fig. 20. In die beiden Endgefässe jeder Copie sind je drei Platindrähte eingesetzt, die mit den Klemmen *H*, *G*, *N* der Messinghülse (Fig. 19a) verbunden wurden. Durch den Draht *H* wird der Hauptstrom zugeleitet, während *N* zum Anlegen des Nebenschlusses dient. Der unterste Platindraht dient zum Anlegen des Galvanometerdrahtes und ist zur Sicherung seiner Lage an den gegenüberliegenden Stellen *a* und *b* eingeschmolzen. Der Widerstand einer Copie zählt somit von einem festen Punkt *s* innerhalb des Endgefässes an, dem Kreuzungspunkt des Galvanometerdrahtes mit den Stromlinien, was für die Constanz der Widerstände sehr wesentlich ist. Besondere Sorgfalt musste man auf eine gute Isolirung der von den Platindrähten zu den Klemmen *H*, *N*, *G* führenden Drähte verwenden; die mit Seide doppelt umsponnenen Kupferdrähte wurden daher nach dem Verlöthen mit Schellacklösung getränkt und sodann noch mit Seidenpapier umwickelt, welches ebenfalls mit Schellacklösung bestrichen wurde. Die Montirung der Copien in den Messinghülsen durch Korke ist aus Fig. 19a ohne Weiteres verständlich. Um die Widerstände auf die Temperatur von 0° zu bringen, senkte man sie in einen oben offenen, mit Petroleum gefüllten Messingkasten *K* ein, der durch einen Ebonitdeckel verschlossen und bis zu seinem oberen Rande in ein Gemisch aus fein gestossenem Eis und Wasser eingetaucht wurde. Die Klemmen waren noch mit Petroleum bedeckt, so dass auch diese sich annähernd auf 0° befanden. Die Quecksilbercopien tauchen somit tief in das auf 0° abgekühlte Petroleum ein, da die Zuleitungsdrähte von den Klemmen zu den Platindrähten durchschnittlich 10 cm lang sind (vergl. Fig. 19a und Zusammenstellung im Anhang S. 484) und zur möglichsten Herabsetzung der Wärmeleitung nur etwa $^{1}/_{2}$ mm dick gewählt waren.



Fig. 20.

Im Ganzen wurden 14 Quecksilbercopien dieser Art hergestellt, welche mit den Nummern 100, 101, 102, 103, 107, 109, 110, 111, 114, 115, 116, 117,

118, 119 bezeichnet sind. Im Anhang S. 484 findet sich eine Zusammenstellung der Dimensionen dieser Copien, ihrer ungefähren Länge (vor dem Umbiegen), ihres ungefähren Widerstandes bei 0°, sowie der Masse des in den Schenkeln enthaltenen Quecksilbers. Fünf Copien sind vom Typus I, 9 vom Typus II, die Gesammtlänge derselben variirt zwischen 290 mm und 1260 mm, der Widerstand zwischen 0,993 und 1,013 leg. Ohm, die in den Schenkeln enthaltene Quecksilbermasse also von 1,1 g bis 20,3 g; die äussere Länge der Messinghülsen liegt zwischen 26 cm und 42 cm.

Da die Vergleichung sämmtlicher Quecksilbercopien untereinander, in allen Combinationen, abgesehen von den Vergleichungen mit den Manganinwiderständen, zu viel Einzelbeobachtungen (bei 14 Copien 91 Beobachtungen) erfordert und auch ein zu grosses Eisbad nöthig gemacht hätte, so wurden die Copien in Gruppen von je fünf angeordnet und diese in allen Combinationen (je 10 Beobachtungen für jede Gruppe) untereinander und auch mit den vier Manganinwiderständen verglichen. Dabei theilte man einige Copien mehreren Gruppen zu, so dass die verschiedenen Gruppen aufeinander bezogen werden konnten.

In dieser Weise wurden sämmtliche Quecksilbercopien (nach der Methode des übergreifenden Nebenschlusses) zweimal unter sich und mit den Manganinwiderständen verglichen, und zwar im August 1892 und im März 1894, während die in der Zwischenzeit angestellten Messungen sich nur auf einige der Copien beziehen. (Vergl. Anhang S. 485 bis 500.) Nach der einen Serie zerbrach im Herbst 1892 die Copie No. 101, so dass bei der zweiten Serie nur noch 13 Copien zur Verfügung standen.

Bei diesen zwei Serien bildete man 5 Gruppen (mit *A*, *B*, *C*, *D*, *E* bezeichnet) zu je 5 Copien, so dass also für die Vergleichung derselben untereinander im Ganzen $5 \times 10 = 50$ Einzelbeobachtungen (Differenzmessungen je zweier Widerstände) für 13 Unbekannte vorgenommen werden mussten.

Die Vertheilung der Quecksilbercopien in den einzelnen Gruppen war in beiden Fällen etwas verschieden, wie aus der folgenden Zusammenstellung hervorgeht.

Vertheilung der Quecksilbercopien in den Gruppen A, B, C, D, E.

August 1892				März 1894			
No.	Gruppe	No.	Gruppe	No.	Gruppe	No.	Gruppe
100	B, C, E	111	B, C, D	100	B, C	111	B, C
101	C	114	A, D, E	101	zerbrochen	114	A, D
102	A, B, D	115	A	102	A, B, D	115	A, C
103	C	116	B, E	103	C, E	116	B, E
107	B, E	117	A	107	B, E	117	A, E
109	C	118	D, E	109	C, D	118	D, E
110	D	119	A	110	D	119	A

Bei der Serie vom März 1894 kommt jede Copie, ausser No. 110 und No. 119, in zwei Gruppen vor, No. 102 in drei Gruppen, während im August 1892 die Vertheilung etwas ungleichförmiger ist, indem 7 Copien nur einer Gruppe zugetheilt sind.

Die 5 Quecksilbercopien jeder Gruppe befanden sich während der Messung in einem gemeinsamen, mit Kupfer ausgeschlagenen Holzkasten[1]), der mit Eis gefüllt war; in die Ausschnitte eines über den Rand desselben gelegten starken Messingblechs wurden die Messinghülsen *k* (Fig. 19a) mittels ihres überstehenden Randes eingehängt, so dass sie nicht auf dem Boden des Holzkastens aufstanden. Die Manganinwiderstände befanden sich in Petroleumbädern, deren Temperatur mit einer Genauigkeit von einigen Hundertel Grad bestimmt wurde.

Im Anhang sind für jede Messung, wie bisher, die Nebenschlüsse und die zugehörigen Ausschläge, sowie die daraus abgeleiteten Differenzen je zweier Widerstände angegeben, welche für die Vergleichung der Copien untereinander nicht weiter reducirt zu werden brauchen, da die Messungen bei 0° vorgenommen wurden. Die Einzelmessungen wurden in der S. 423 beschriebenen Weise ausgeführt und berechnet; für die Ausgleichung der 10 Beobachtungen jeder Gruppe benutzte man wieder das Thiesen'sche Schema. Unter jeder Gruppe findet man als Resultat der Vergleichungen die Werthe der 5 Quecksilbercopien bezogen auf ihren Mittelwerth; die daraus „berechneten Differenzen" und die übrig bleibenden Fehler v in Milliontel Ohm sind in den beiden letzten Spalten enthalten; die Grössen v betragen nur wenige Milliontel Ohm, so dass die wahrscheinlichen Fehler einer Beobachtung zwischen 1 und 3 Milliontel Ohm, diejenigen des Resultats zwischen 0 und 1 Milliontel Ohm variiren.

Bei jeder Gruppe wurden auch Vergleichungen der Quecksilbercopien mit den Manganinwiderständen vorgenommen, für welche ebenfalls die Beobachtungsergebnisse bei den einzelnen Gruppen angegeben sind; die Zahlen sind in der letzten Spalte auf eine Temperatur von 18° für die Manganinwiderstände reducirt (vergl. Anhang S. 467 ff. „Temperaturcoefficient der Manganinwiderstände") und, wo mehrere Beobachtungen vorliegen, gemittelt. Es handelt sich nun darum, die für die Quecksilbercopien in den einzelnen Gruppen erhaltenen relativen Werthe zu vereinigen, und auch das Verhältniss derselben zu den Manganinwiderständen und den Quecksilbernormalen festzustellen. Zu diesem Zweck müssen im Folgenden zunächst die beiden Hauptvergleichungs-Serien vom August 1892 und vom März 1894 einzeln betrachtet werden.

[1]) Dimensionen des Kastens im Innern: Höhe 50 cm, Grundfläche 40×40 cm.

1. Vergleichung sämmtlicher Quecksilbercopien untereinander und mit den Manganinwiderständen im August 1892.

In der folgenden Tabelle I sind die Ergebnisse der fünf Beobachtungsgruppen vom August und September 1892 zusammengestellt.

Berechnung der Werthe der Quecksilbercopien nach den Vergleichungen im August und September 1892.

Tabelle I. Vergleichung der Quecksilbercopien unter einander.

Gruppe	No.	Differenz Beobachtet[1]) Legale Ohm	Differenz Berechnet Legale Ohm	v 10^{-6} Ohm	Gruppe	No.	Differenz Beobachtet Legale Ohm	Differenz Berechnet Legale Ohm	v 10^{-6} Ohm
A	$\frac{1}{[102]}$	$a - 0{,}005\,283_5$	$-0{,}005\,284$	$+0_5$	C	$\frac{1}{[100]}$	$c + 0{,}004\,578_5$	$+0{,}004\,576$	$+2_5$
	$\frac{1}{[114]}$	$a + 0{,}001\,977$	$+0{,}001\,976$	$+1$		$\frac{1}{[101]}$	$c - 0{,}004\,706_5$	$-0{,}004\,708$	$+1_5$
	$\frac{1}{[115]}$	$a + 0{,}003\,575$	$+0{,}003\,577$	-2		$\frac{1}{[103]}$	$c - 0{,}002\,158$	$-0{,}002\,519$	$+1$
	$\frac{1}{[117]}$	$a - 0{,}001\,524$	$-0{,}001\,524$	0		$\frac{1}{[109]}$	$c - 0{,}000\,347_5$	$-0{,}000\,347$	-0_5
	$\frac{1}{[119]}$	$a + 0{,}001\,255$	$+0{,}001\,253$	$+2$		$\frac{1}{[111]}$	$c + 0{,}002\,993_5$	$+0{,}002\,997$	-3_5
B[2])	$\frac{1}{[100]}$	$b + 0{,}000\,328$	$+0{,}000\,328$	0[2])	D	$\frac{1}{[102]}$	$d - 0{,}000\,102$	$-0{,}000\,101$	-1
	$\frac{1}{[102]}$	$b + 0{,}001\,585_5$	$+0{,}001\,585$	$+0_5$		$\frac{1}{[110]}$	$d - 0{,}007\,830$	$-0{,}007\,832$	$+2$
	$\frac{1}{[107]}$	$b - 0{,}001\,135$	$-0{,}001\,134$	-1		$\frac{1}{[111]}$	$d - 0{,}002\,902$	$-0{,}002\,902$	0
	$\frac{1}{[111]}$	$b - 0{,}001\,213_5$	$-0{,}001\,216$	$+2_5$		$\frac{1}{[114]}$	$d + 0{,}007\,154$	$+0{,}007\,159$	-5
	$\frac{1}{[116]}$	$b + 0{,}000\,435$	$+0{,}000\,436$	-1		$\frac{1}{[118]}$	$d + 0{,}003\,680$	$+0{,}003\,677$	$+3$

Gruppe	No	Differenz Beobachtet Legale Ohm	Differenz Berechnet Legale Ohm	v 10^{-6} Ohm
E	$\frac{1}{[100]}$	$e - 0{,}002\,413$	$-0{,}002\,411_5$	-1_5
	$\frac{1}{[107]}$	$e - 0{,}003\,906$	$-0{,}003\,908_5$	$+2_5$
	$\frac{1}{[114]}$	$e + 0{,}006\,071$	$+0{,}006\,070_5$	$+0_5$
	$\frac{1}{[116]}$	$e - 0{,}002\,336$	$-0{,}002\,338_5$	$+2_5$
	$\frac{1}{[118]}$	$e + 0{,}002\,584$	$+0{,}002\,588_5$	-4_5

[1]) Mittel aus 2 Serien; die zweite Serie hat doppeltes Gewicht erhalten.

[2]) Für Gruppe B ist $\frac{1}{[100]} = 1 - 0{,}003283$ angenommen.

Die im Anhang (S. 485 bis 491) als „Resultat“ angegebenen Zahlen finden sich als „beobachtete Differenzen“ in der dritten Spalte dieser Tabelle. Für Gruppe A und B liegen je zwei Beobachtungsserien vor, deren Ergebnisse zu Mittelwerthen vereinigt wurden. Bei diesen Differenzen sind vorläufig noch die Constanten a, b, c, d, e unbekannt; dieselben hängen jedoch durch die Bedingungen $a = \frac{1}{5}\left[\frac{1}{[102]} + \frac{1}{[114]} + \frac{1}{[115]} + \frac{1}{[117]} + \frac{1}{[119]}\right]$ u. s. w. mit den Werthen der Quecksilbercopien zusammen, und diese Werthe müssen so gewählt werden, dass sie die 25 Beobachtungs-Gleichungen der Tabelle I am besten erfüllen. Auf diese Weise ergeben sich zunächst relative, auf eine beliebige Einheit bezogene Zahlen für die Widerstände der Quecksilbercopien, aus denen erst mit Hülfe der Vergleichungen der Copien mit den Manganinwiderständen und dadurch mit den Quecksilbernormalen absolute Werthe abgeleitet werden können.

Tabelle II enthält unter 1. diese absoluten, auf die Quecksilbernormale No. XI und No. XIV bezogenen Werthe der Quecksilbercopien, welche aus der Gesammtheit aller elektrischen Messungen als die wahrscheinlichsten gefolgert sind, und deren Richtigkeit aus der späteren Discussion hervorgehen wird, unter 2. die daraus abgeleiteten Werthe der Constanten a, b, c, d, e.

Tabelle II. Werthe der Quecksilbercopien bei 0° und der Constanten *a, b, c, d, e* in legalen Ohm.

1. Quecksilbercopien.

(Nach der Grösse geordnet.)

$\frac{1}{[115]} = 1 + 0{,}006\,835$	$\frac{1}{[102]} = 1 - 0{,}002\,026$	$\frac{1}{[109]} = 1 - 0{,}008\,171$
$\frac{1}{[114]} = 1 + 0{,}005\,234$	$\frac{1}{[116]} = 1 - 0{,}003\,175$	$\frac{1}{[110]} = 1 - 0{,}009\,757$
$\frac{1}{[119]} = 1 + 0{,}004\,511$	$\frac{1}{[100]} = 1 - 0{,}003\,248$	$\frac{1}{[103]} = 1 - 0{,}010\,343$
$\frac{1}{[118]} = 1 + 0{,}001\,752$	$\frac{1}{[107]} = 1 - 0{,}004\,745$	$\frac{1}{[101]} = 1 - 0{,}012\,532$
$\frac{1}{[117]} = 1 + 0{,}001\,734$	$\frac{1}{[111]} = 1 - 0{,}004\,827$	

2. Constanten *a, b, c, d, e*

$$a = \frac{1}{5}\left[\frac{1}{[102]} + \frac{1}{[114]} + \frac{1}{[115]} + \frac{1}{[117]} + \frac{1}{[119]}\right] = 1 + 0{,}003\,258$$

$$b = \frac{1}{5}\left[\frac{1}{[100]} + \frac{1}{[102]} + \frac{1}{[107]} + \frac{1}{[111]} + \frac{1}{[116]}\right] = 1 - 0{,}003\,611\text{[1]}$$

$$c = \frac{1}{5}\left[\frac{1}{[100]} + \frac{1}{[101]} + \frac{1}{[103]} + \frac{1}{[109]} + \frac{1}{[111]}\right] = 1 - 0{,}007\,824$$

$$d = \frac{1}{5}\left[\frac{1}{[102]} + \frac{1}{[110]} + \frac{1}{[111]} + \frac{1}{[114]} + \frac{1}{[118]}\right] = 1 - 0{,}001\,925$$

$$e = \frac{1}{5}\left[\frac{1}{[100]} + \frac{1}{[107]} + \frac{1}{[114]} + \frac{1}{[116]} + \frac{1}{[118]}\right] = 1 - 0{,}000\,836_5$$

[1]) Vergl. Anm. 2 zu Gruppe B, S. 441.

Aus diesen Zahlen ergeben sich die „**berechneten Differenzen**“ in der vierten Spalte von Taf. I. Die übrigbleibenden Fehler ε (Spalte 5) erreichen nur in einem Fall 5 Milliontel Ohm, wobei allerdings zu bemerken ist, dass für die Copie No. 100 in Gruppe B ein etwas anderer Werth $\left(\frac{1}{[100]} = 1 - 0{,}003283 \text{ statt } 1 - 0{,}003248\right)$ angenommen werden musste, um die Grösse b und die Beobachtungen für $\frac{1}{[100]}$ mit allen übrigen Beobachtungen in Einklang zu bringen. Es kann dies vielleicht dadurch erklärt werden, dass diese Copie bei Gruppe B nicht hinreichend auf 0° abgekühlt war (zur Erklärung der Differenz genügt ein Temperaturunterschied von 0°,02).

Die Vergleichungen der Quecksilbercopien mit den Manganinwiderständen, welche gleichzeitig mit den obigen Messungen angestellt wurden (Anhang, Seite 485 bis 491), sind in der folgenden Tabelle III zusammengestellt. Spalte 8 enthält die Mittelwerthe der Beobachtungsresultate aus den einzelnen Gruppen,

Tabelle III. Vergleichung der Quecksilbercopien mit den Manganinwiderständen.

Aug.–Sept. 1892.

1	2		3	4	5	6	7	8	9	10
								Differenz		
Bezeichnung	Temp. von		Gruppe A	Gruppe B	Gruppe C	Gruppe D	Gruppe E	Beobachtet (Mittel)	Berechnet	ε
$A - B$	A	B	10^{-6} Ohm	10^{-6} Ohm	10^{-6} Ohm	10^{-6} Ohm	10^{-6} Ohm	Legale Ohm	Legale Ohm	10^{-6} Ohm
$\frac{1}{[100]} - \frac{1}{[148]}$	0°	18°		—	—	− 2862	− 2864_5	− 0,002863	− 0,002858	5
$\frac{1}{[110]} - \frac{1}{[148]}$	„	„	—	—	—	− 9363	—	− 0,009363	− 0,009367	+ 4
$\frac{1}{[111]} - \frac{1}{[148]}$	„	„	—	− 4434 [1])	− 4434	− 4433_5	—	− 0,004434	− 0,004437	+ 3
$\frac{1}{[116]} - \frac{1}{[148]}$	„	„	—	− 2787 [2])	—	—	—	− 0,002787	− 0,002785	− 2
$\frac{1}{[117]} - \frac{1}{[148]}$	„	„	+ 2119	—	—	—	—	+ 0,002119	+ 0,002124	− 5
$\frac{1}{[118]} - \frac{1}{[148]}$	„	„	—	—	—	+ 2150	+ 2134	+ 0,002142	+ 0,002142	0
$\frac{1}{[102]} - \frac{1}{[149]}$	„	„	− 1523	—	—	—	—	− 0,001523	− 0,001526	+ 3
$\frac{1}{[117]} - \frac{1}{[149]}$	„	„	+ 2234	—	—	—	—	+ 0,002234	+ 0,002234	0
$\frac{1}{[107]} - \frac{1}{[151]}$	„	„	—	—	—	—	− 4264_5	− $0{,}004264_5$	− 0,004265	+ 0_5

[1]) Mittel aus { Reihe 1 = − 0,004431; „ 2 = − 0,004438.

[2]) Mittel aus { Reihe 1 = − 0,002783; „ 2 = − 0,002791.

Spalte 9 die „berechneten Differenzen", welche sich aus den Werthen der Quecksilbercopien in Tabelle II und den unten angeführten Werthen der Manganinwiderstände bei 18° C. ergeben; die Fehler ε übersteigen nicht 5 Milliontel Ohm.

Für die Manganinwiderstände sind hierbei die Werthe angenommen:

$$\frac{1}{[148]} = 1 - 0{,}000390 \text{ leg. Ohm bei } 18^\circ \text{ C.}$$
$$\frac{1}{[149]} = 1 - 0{,}000500 \quad \text{„} \quad \text{„} \quad \text{„} \quad \text{„}$$
$$\frac{1}{[150]} = 1 - 0{,}000518 \quad \text{„} \quad \text{„} \quad \text{„} \quad \text{„}$$
$$\frac{1}{[151]} = 1 - 0{,}000480 \quad \text{„} \quad \text{„} \quad \text{„} \quad \text{„}$$

Diesen Zahlen entsprechen die folgenden Differenzen:

$$\frac{1}{[148]} - \frac{1}{[149]} = +0{,}000110$$
$$\frac{1}{[148]} - \frac{1}{[150]} = +0{,}000128$$
$$\frac{1}{[148]} - \frac{1}{[151]} = +0{,}000090;$$

dieselben stimmen mit den Vergleichungen der vier Manganinwiderstände am 8. September 1892 (vergl. Tabelle S. 427 unten), welche sich an diese Messungen unmittelbar anschliessen, vollständig überein.

In analoger Weise sind nun die Messungen im März 1894 zu verwerthen. (Anhang S. 495 bis 500.)

2. Vergleichung sämmtlicher Quecksilbercopien untereinander und mit den Manganinwiderständen im März 1894.

Die folgende Zusammenstellung Tabelle I enthält wieder die in den einzelnen Gruppen gefundenen Werthe, sowie die aus den absoluten Werthen der Quecksilbercopien in Tabelle II „berechneten Differenzen". Bei Gruppe E ist zu bemerken, dass hier ausser den 5 Quecksilbercopien noch die 4 Manganinwiderstände No. 148a, 149a, 150a, 151 in das Vergleichungsschema aufgenommen wurden, so dass man also 9 Widerstände in allen Combinationen zu vergleichen hatte. Für diese Gruppe waren somit nicht 10, sondern 36 Beobachtungen auszugleichen. (Siehe Anhang S. 499.) Die Constante ε_1 ist daher auch dementsprechend zu berechnen. Für No. 102 in Gruppe B und für No. 103 in Gruppe C mussten etwas andere Werthe als bei den anderen Gruppen angenommen werden (vergl. die Anmerkungen bei Tab. I.); doch würde auch hier dieser Unterschied durch eine Temperaturdifferenz von nur wenigen Hundertel Grad zu erklären sein, vorausgesetzt,

dass nicht andre Ursachen zu Grunde liegen. Bei der grossen Mehrzahl der Copien ist dagegen zweifellos die Temperatur von 0° genau vorhanden gewesen. Die übrigbleibenden Fehler v übersteigen auch hier nicht 4 Milliontel Ohm.

Berechnung der Werthe der Quecksilbercopien nach den Vergleichungen im März 1894.

Tabelle I. Vergleichung der Quecksilbercopien unter einander.

Gruppe	No.	Differenz Beobachtet Legale Ohm	Differenz Berechnet Legale Ohm	v 10^{-6} Ohm	Gruppe	No.	Differenz Beobachtet Legale Ohm	Differenz Berechnet Legale Ohm	v 10^{-6} Ohm
A_1	$\frac{1}{[102]}$	$a_1 - 0{,}005\,283$	$-0{,}005\,286$	$+3$	C_1 [2]	$\frac{1}{[100]}$	$c_1 + 0{,}000\,750_5$	$+0{,}000\,752$	-1_5
	$\frac{1}{[114]}$	$a_1 + 0{,}001\,959$	$+0{,}001\,958$	$+1$		$\frac{1}{[103]}$	$c_1 + 0{,}006\,452$	$+0{,}006\,453$	-1^5
	$\frac{1}{[115]}$	$a_1 + 0{,}003\,654$	$+0{,}003\,656$	-2		$\frac{1}{[109]}$	$c_1 - 0{,}004\,248_5$	$-0{,}004\,252$	$+3_5$
	$\frac{1}{[117]}$	$a_1 - 0{,}001\,557$	$-0{,}001\,556$	-1		$\frac{1}{[111]}$	$c_1 - 0{,}000\,907$	$-0{,}000\,905$	-2
	$\frac{1}{[119]}$	$a_1 + 0{,}001\,227$	$+0{,}001\,227$	0		$\frac{1}{[115]}$	$c_1 + 0{,}010\,857$	$+0{,}010\,857$	0
B_1 [1]	$\frac{1}{[100]}$	$b_1 + 0{,}000\,411$	$+0{,}000\,411$	0	D_1	$\frac{1}{[114]}$	$d_1 + 0{,}007\,830$	$+0{,}007\,830$	0
	$\frac{1}{[102]}$	$b_1 + 0{,}001\,609$	$+0{,}001\,611$	-2 [1]		$\frac{1}{[118]}$	$d_1 + 0{,}004\,347$	$+0{,}004\,346$	$+1$
	$\frac{1}{[107]}$	$b_1 - 0{,}001\,170$	$-0{,}001\,172$	$+2$		$\frac{1}{[102]}$	$d_1 + 0{,}000\,588$	$+0{,}000\,586$	$+2$
	$\frac{1}{[111]}$	$b_1 - 0{,}001\,246$	$-0{,}001\,246$	0		$\frac{1}{[109]}$	$d_1 - 0{,}005\,586$	$-0{,}005\,581$	-5
	$\frac{1}{[116]}$	$b_1 + 0{,}000\,395$	$+0{,}000\,396$	-1		$\frac{1}{[110]}$	$d_1 - 0{,}007\,178$	$-0{,}007\,179$	$+1$

Gruppe	No.	Differenz Beobachtet Legale Ohm	Differenz Berechnet Legale Ohm	v 10^{-6} Ohm
E_1	$\frac{1}{[118]}$	$e_1 + 0{,}005\,410_5$	$+0{,}005\,409$	$+1_5$
	$\frac{1}{[117]}$	$e_1 + 0{,}005\,379$	$+0{,}005\,379$	0
	$\frac{1}{[116]}$	$e_1 + 0{,}000\,472$	$+0{,}000\,471$	$+1$
	$\frac{1}{[107]}$	$e_1 - 0{,}001\,098_5$	$-0{,}001\,097$	-1_5
	$\frac{1}{[103]}$	$e_1 - 0{,}006\,689_5$	$-0{,}006\,689$	-0_5

[1]) In Gruppe B_1 ist $\frac{1}{[102]} = 1 - 0{,}001\,967$ angenommen.

[2]) In Gruppe C_1 ist $\frac{1}{[103]} = 1 - 0{,}010\,372$ angenommen.

Tabelle II. Werthe der Quecksilbercopien bei 0° und der Constanten a_1, b_1, c_1, d_1, e_1, in legalen Ohm.

1. Quecksilbercopien.

(Nach der Grösse geordnet.)

$\frac{1}{[115]} = 1 + 0{,}006\,938$	$\frac{1}{[102]} = 1 - 0{,}002\,004$	$\frac{1}{[109]} = 1 - 0{,}008\,171$
$\frac{1}{[114]} = 1 + 0{,}005\,240$	$\frac{1}{[116]} = 1 - 0{,}003\,182$	$\frac{1}{[110]} = 1 - 0{,}009\,769$
$\frac{1}{[119]} = 1 + 0{,}004\,509$	$\frac{1}{[100]} = 1 - 0{,}003\,167$	$\frac{1}{[103]} = 1 - 0{,}010\,342$
$\frac{1}{[118]} = 1 + 0{,}001\,756$	$\frac{1}{[107]} = 1 - 0{,}004\,750$	$\frac{1}{[101]}$ zerbrochen.
$\frac{1}{[117]} = 1 + 0{,}001\,726$	$\frac{1}{[111]} = 1 - 0{,}004\,824$	

2. Constanten a_1, b_1, c_1, d_1, e_1.

$$a_1 = \frac{1}{5}\left[\frac{1}{[102]} + \frac{1}{[114]} + \frac{1}{[115]} + \frac{1}{[117]} + \frac{1}{[119]}\right] = 1 + 0{,}003\,282$$

$$b_1{}^{1)} = \frac{1}{5}\left[\frac{1}{[100]} + \frac{1}{[102]} + \frac{1}{[107]} + \frac{1}{[111]} + \frac{1}{[116]}\right] = 1 - 0{,}003\,578$$

$$c_1{}^{2)} = \frac{1}{5}\left[\frac{1}{[100]} + \frac{1}{[103]} + \frac{1}{[109]} + \frac{1}{[111]} + \frac{1}{[115]}\right] = 1 - 0{,}003\,919$$

$$d_1 = \frac{1}{5}\left[\frac{1}{[114]} + \frac{1}{[118]} + \frac{1}{[102]} + \frac{1}{[109]} + \frac{1}{[110]}\right] = 1 - 0{,}002\,590$$

$$e_1{}^{3)} = \frac{1}{9}\left[\frac{1}{[118]} + \frac{1}{[117]} + \frac{1}{[116]} + \frac{1}{[107]} + \frac{1}{[103]} + \frac{1}{[148a]} + \frac{1}{[149a]} + \frac{1}{[150a]} + \frac{1}{[151]}\right] = 1 - 0{,}003\,653$$

Für die Manganinwiderstände ergiebt sich zunächst aus Gruppe E (Anhang S. 500)

$$\frac{1}{[148a]} = e_1 - 0{,}011142, \qquad \frac{1}{[150a]} = e_1 + 0{,}002270,$$

$$\frac{1}{[149a]} = e_1 + 0{,}002253_5, \qquad \frac{1}{[151]} = e_1 + 0{,}003144.$$

Da nach Tab. II $e_1 = 1 - 0{,}003653$ ist, so folgt hieraus:

$$\frac{1}{[148a]} = 1 - 0{,}014795 \text{ leg. Ohm bei } 18^\circ \text{ C}, \qquad \frac{1}{[150a]} = 1 - 0{,}001383 \text{ leg. Ohm bei } 18^\circ \text{ C},$$

$$\frac{1}{[149a]} = 1 - 0{,}001399_5 \text{ „ „ „ „ }, \qquad \frac{1}{[151]} = 1 - 0{,}000509 \text{ „ „ „ „ }.$$

Aus den Vergleichungen der Quecksilbercopien mit den Manganinwiderständen in den anderen Gruppen, A bis D (Anhang S. 495 bis 498), findet man ferner unter Benutzung von Tab. II die folgenden Zahlen, welche zu Mittelwerthen vereinigt sind:

[1]) Vergl. Anm. 1 bei Gruppe B.
[2]) „ Anm. 2 bei Gruppe C.
[3]) „ die Werthe von No. 148a u. s. f. auf S. 448.

No. 148a.

	Leg. Ohm	Leg. Ohm	Leg. Ohm
Gruppe B	$\frac{1}{[148a]} - \frac{1}{[111]} = -0{,}009967$	$\frac{1}{[148a]} = b_1 - 0{,}011213$	$= 1 - 0{,}014791$
		Mittel	$= 1 - 0{,}014791.$

No. 149a.

Gruppe B	$\frac{1}{[149a]} - \frac{1}{[111]} = +0{,}003427$	$\frac{1}{[149a]} = b_1 + 0{,}002181$	$= 1 - 0{,}001397$
„ D	$\frac{1}{[149a]} - \frac{1}{[109]} = +0{,}006769$	„ $= d_1 + 0{,}001183$	$= 1 - 0{,}001407$
		Mittel	$= 1 - 0{,}001402.$

No. 150a.

Gruppe B	$\frac{1}{[150a]} - \frac{1}{[111]} = +0{,}003445$	$\frac{1}{[150a]} = b_1 + 0{,}002199$	$= 1 - 0{,}001379$
	$\frac{1}{[150a]} - \frac{1}{[102]} = +0{,}000589$	„ $= b_1 + 0{,}002198$	$= 1 - 0{,}001380$
„ C	$\frac{1}{[150a]} - \frac{1}{[111]} = +0{,}003444$	„ $= c_1 + 0{,}002537$	$= 1 - 0{,}001382$
„ D	$\frac{1}{[150a]} - \frac{1}{[109]} = +0{,}006788$	„ $= d_1 + 0{,}001202$	$= 1 - 0{,}001388$
	$\frac{1}{[150a]} - \frac{1}{[109]} = +0{,}006778$	„ $= d_1 + 0{,}001192$	$= 1 - 0{,}001398$
		Mittel	$= 1 - 0{,}001386.$

No. 151.

Gruppe A	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[114]} = -0{,}005750$	$\frac{1}{[151]} = a_1 - 0{,}003791$	$= 1 - 0{,}000509$
	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[102]} = +0{,}001486$	„ $= a_1 - 0{,}003797$	$= 1 - 0{,}000515$
	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[115]} = -0{,}007446$	„ $= a_1 - 0{,}003792$	$= 1 - 0{,}000510$
„ B	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[116]} = +0{,}002678$	„ $= b_1 + 0{,}003073$	$= 1 - 0{,}000505$
	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[102]} = +0{,}001458$	„ $= b_1 + 0{,}003067$	$= 1 - 0{,}000511$
	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[111]} = +0{,}004315$	„ $= b_1 + 0{,}003069$	$= 1 - 0{,}000509$
	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[111]} = +0{,}004320$	„ $= b_1 + 0{,}003074$	$= 1 - 0{,}000504$
„ C	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[111]} = +0{,}004320$	„ $= c_1 + 0{,}003413$	$= 1 - 0{,}000506$
„ D	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[102]} = +0{,}001474$	„ $= d_1 + 0{,}002062$	$= 1 - 0{,}000528$
	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[109]} = +0{,}007653$	„ $= d_1 + 0{,}002067$	$= 1 - 0{,}000523$
	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[109]} = +0{,}007656$	„ $= d_1 + 0{,}002070$	$= 1 - 0{,}000520$
		Mittel	$= 1 - 0{,}000513.$

Giebt man den aus Gruppe E erhaltenen Werthen wegen der grösseren Anzahl von Beobachtungen doppeltes Gewicht, so findet man als

Mittelwerthe der Manganinwiderstände bei 18° C im März 1894.

Bezeichnung	Gruppe *A* bis *D* Log. Ohm	Gruppe *E* Log. Ohm	Mittel Log. Ohm
1 [148a]	1 — 0,014791	1—0,014795	1 — 0,014794 bei 18° C
1 [149a]	1 — 0,001402	1—0,001399₅	1 — 0,001400 „ „
1 [150a]	1 — 0,001386	1—0,001383	1 — 0,001384 „ „
1 [151]	1 — 0,000513	1—0,000509	1 — 0,000510 „ „

Für die zwischen den beiden Hauptvergleichungen der Quecksilbercopien vom August 1892 und März 1894 liegenden Messungen (vom 15. X. 92, 20. X. 92, 23. III. 93, 28. VI. 93) einzelner Quecksilbercopien und Manganinwiderstände sind die Messungen, sowie die Ergebnisse der Ausgleichung (übrigbleibende Fehler u. s. w.) im Anhang angegeben (S. 492 bis 494).

V. Zusammenstellung der Resultate aller elektrischen Messungen vom December 1891 bis Februar 1895.

Die folgende Tafel enthält die Zusammenstellung der Resultate aller mit den Quecksilbercopien angestellten Messungen von August 1892 bis März 1894, welche in dem letzten Abschnitt über die Quecksilbercopien abgeleitet wurden, einschliesslich der oben erwähnten Messungen vom August 1892 bis Juni 1893. In der untersten Reihe der Tabelle sind ausserdem die zugehörigen Werthe des stets in die Messungen einbezogenen Manganinwiderstandes No. 151 angegeben.

Den Werthen der Quecksilbercopien im März 1894 sind die Vergleichungen der Manganinwiderstände mit den Normalrohren vom November 1894 und Februar 1895 (S. 436) zu Grunde gelegt, nach welchen sich für den Manganinwiderstand No. 151 rund 1,000510 legale Ohm bei 18° C ergiebt. Stellt man diesen Werthen der Quecksilbercopien diejenigen vom August 1892 gegenüber, so findet man, dass bei Ausschluss von No. 100 und No. 115 alle übrigen Copien auf 1 bis 2 Hunderttausendtel Ohm während dieses Zeitraums von $1^1/_2$ Jahren constant geblieben sind, eine Annahme, deren Richtigkeit durch die weiteren Folgerungen noch bestärkt wird. Man erhält nämlich unter dieser Voraussetzung weiter für No. 151 im August 1892 den Werth 1,000480 legale Ohm bei 18° C (S. 444), während andererseits aus der Vergleichung der Manganinwiderstände mit den Normalrohren im März 1892 sich

der Werth 1,000 500 ergab (S. 435). Diese Resultate stimmen also bis auf zwei Hunderttausendtel Ohm mit einander überein.

Zusammenstellung der Werthe der Quecksilbercopien zu verschiedenen Zeiten.

(Einheit legale Ohm.)

	No.	August 92	8. VIII. 92 [1]	15. X. 92	20. X. 92	23. III. 93	28. VI. 93	März 94	D [2] 10^{-6} Ohm
Quecksilbercopien bei 0° C	1 [114]	1 + 0,005234			+ 5234		+ 5225	+ 5240	+ 0,6
"	1 [119]	1 + 0,004511						+ 4509	— 0,2
"	1 [118]	1 + 0,001752						+ 1756	+ 0,4
"	1 [117]	1 + 0,001734						+ 1726	— 0,8
"	1 [102]	1 — 0,002026		— 2004	— 2004	— 2004	— 2004	— 2004	+ 2,2
"	1 [116]	1 — 0,003175						— 3182	— 0,7
"	1 [107]	1 — 0,004745	— 4745		— 4745	— 4745	— 4760	— 4750	— 0,5
"	1 [111]	1 — 0,004827		— 4827	— 4827	— 4827	— 4824	— 4824	+ 0,3
"	1 [109]	1 — 0,008171	— 8171		— 8171	— 8191	— 8201	— 8171	0
"	1 [110]	1 — 0,009757	— 9757					— 9769	— 1,2
"	1 [103]	1 — 0,010343						— 10342	+ 0,1
"	1 [101]	1 — 0,012532	— 12522					zerbrochen	—
"	1 [100]	1 — 0,003248						— 3167	+ 8,1
"	1 [115]	1 + 0,006835	+ 6881					+ 6938	+ 10,3
Manganinwiderstand bei 18° C	1 [151]	1 — 0,000480		— 480	— 490	— 485	— 507	— 510	— 3,0

Für die zwischen dem August 1892 und März 1894 liegenden Messungen einiger Quecksilbercopien und des Manganinwiderstandes No. 151 sind die in der untersten Reihe der Tabelle stehenden Werthe des letzteren angenommen und daraus die entsprechenden Zahlen für die Quecksilbercopien abgeleitet worden, welche mit den Ergebnissen vom August 1892 und März 1894 in guter Uebereinstimmung stehen. Die Grösse der übrigbleibenden Fehler bei

[1]) Die Beobachtungsdaten zu dieser Vergleichungsserie sind im Anhang nicht mitgetheilt.

[2]) D = Differenz zwischen den Werthen vom Aug 92 und März 94.

dieser Annahme ist für die betreffenden Messungen aus dem Anhang (S. 492 bis 494) zu ersehen; die Fehler übersteigen nur selten fünf Milliontel Ohm.

Man kann also mit ziemlicher Sicherheit behaupten, dass elf Quecksilbercopien während der $1^1/_2$ Jahre, in denen Beobachtungen vorliegen, vorzüglich constant geblieben sind; nur die Copien No. 100 und No 115 zeigen einen Unterschied von etwa einem Zehntausendtel zwischen den Messungen vom August 1892 und März 1894 und zwar in dem Sinn, dass sie um diesen Betrag kleiner geworden sind. Es bleibt abzuwarten, ob sich diese Widerstände noch weiter ändern, oder auch einen constanten Werth erreichen.

Mit Hilfe der im Vorhergehenden mitgetheilten Resultate lassen sich nun auch die absoluten Werthe der vier Manganinwiderstände ableiten. Die beiden folgenden Tafeln enthalten eine Zusammenstellung dieser Werthe, welche aus den Tabellen S. 427 unten und S. 428 abgeleitet sind, und zwar für Tabelle 1 unter der Annahme, dass No. 151 constant den Werth 1,000480 behalten hat, für Tabelle 2 unter Zugrundelegung der aus der Tabelle S. 449 entnommenen Werthe für No. 151.

1. Werthe der Manganinwiderstände No. 148, 149, 150, 151 bei 18° C. vom December 1891 bis September 1892.

(Einheit Legale Ohm.)

No.	2. Dec. 91	3. Aug. 92	8. Sept. 92
1 [151]	— 0,000480	— 480	— 480
1 [150]	— 0,000535	—	518
1 [149]	0,000521	— 511	— 500
1 [148]	— 0,000400	— 395	— 390

2. Werthe der Manganinwiderstände No. 148a, 149a, 150a, 151 bei 18° C. vom September 1892 bis Februar 1895.

(Einheit Legale Ohm.)

No.	Sept.-Oct. 92	Jan.-Febr. 93	29. Juni 93	24. Nov. 93	16. April 94	23. Nov. 94	15. Febr. 95
1 [151]	— 0,000480	— 495	— 507	— 509	— 510	— 510	— 510
1 [150a]	— 0,001374	— 1386	— 1394	— 1387	— 1385	— 1370	— 1371
1 [149a]	—	—	— 1396	— 1403	— 1402	— 1405	— 1395
1 [148a]	— 0,014778	14792	— 14791	— 14793	— 14799	— 14788	— 14792

Die Widerstands-Aenderungen bleiben also auch bei den Manganinwiderständen für einen Zeitraum von circa 2 Jahren in den Grenzen von wenigen Hunderttausendtel Ohm[1]), so dass dieselben als Hilfsnormale von hohem Werthe sind.

Fasst man die Gesammtheit der elektrischen Messungen zu verschiedenen Zeiten und die vorstehende Discussion derselben zusammen, so kommt man zu dem Schluss, dass sich die Einheit des elektrischen Widerstandes, welche durch die zwei Quecksilbernormale und die elf Copien, sowie die vier Manganinwiderstände dargestellt wird, im Laufe von zwei Jahren sicher auf ein bis zwei Hunderttausendtel constant erhalten hat.

[1]) Eine weitere Stütze für die Richtigkeit dieser Zahlen bilden Vergleichungen der Widerstände No. 150a und 151 mit Drahtnormalen, welche der zweiten Abtheilung der Reichsanstalt gehören. Aus den (ausgeglichenen) Differenzen sind mit Hilfe der obigen Zahlen die folgenden Werthe abgeleitet:

Einheit 10^{-6} legale Ohm.

	No.	Oct. 92	Nov. 93	Mai 94
Patentnickel	$\frac{1}{[22]}$	+ 331	+ 330	—
	$\frac{1}{[23]}$	+ 231	+ 226	+ 203
Manganin	$\frac{1}{[139]}$	— 563	— 601	— 603
	$\frac{1}{[150a]}$	—1376	—1381	—1384
	$\frac{1}{[151]}$	— 480	— 509	— 510

Vor den ebenso constanten Widerständen aus Patentnickel zeichnen sich die Manganinwiderstände durch den zehnmal so kleinen Temperaturcoefficienten und die gegen Kupfer 15 mal geringere thermoelektrische Kraft aus.

Anhang.

A. Geometrische Auswerthung der Quecksilbernormale No. XI u. No. XIV.

Normal-Widerstandsrohr No. XI.

I. Untersuchung des Calibers.

1. Bestimmung der Theilungsfehler.

a. Theilungsfehler-Correctionen der Hauptpunkte 0", 100", 200" etc.

v = Uebrigbleibende Fehler. Einheit 1" = 1,01 mm.

r_B = Wahrscheinl. Fehler einer Beobachtung. Beob. Kreichgauer und Jaeger.

März 1890.

I. Intervall [0" : 500"]

Hilfs-Intervall von 100"			von 200"			von 300"			von 400"		
Intervall "	Ueberschuss¹) "	v ¹/₁₀₀₀"	Intervall "	Ueberschuss¹) "	v ¹/₁₀₀₀"	Intervall "	Ueberschuss¹) "	v ¹/₁₀₀₀"	Intervall "	Ueberschuss¹) "	v ¹/₁₀₀₀"
[0 : 100]	$+0{,}039_5$	-3_8	[0 : 200]	$+0{,}053_8$	$+2_5$	[0 : 300]	$+0{,}026_1$	-2_0	[0 : 400]	$+0{,}034_3$	$+1_9$
[100 : 200]	$+0{,}001_8$	-0_7	[100 : 300]	$+0{,}032_1$	-2_6	[100 : 400]	$\pm 0{,}000_0$	$+2_5$	[100 : 500]	$+0{,}000_4$	-1_6
[200 : 300]	$+0{,}000_5$	$+4_3$	[200 : 400]	$+0{,}012_7$	-1_9	[200 : 500]	$+0{,}006_0$	-0_6			
[300 : 400]	$+0{,}012_5$	-0_2	[300 : 500]	$+0{,}034_5$	$+2_0$						
[400 : 500]	$+0{,}011_7$	$+0_5$									

Correctionen im Intervall [0" : 500"] in ¹/₁₀₀₀"

$x_0 = 0$ $x_{200} = -19_1$ $x_{400} = -1_7$

$x_{100} = -29_7$ $x_{300} = -2_4$ $x_{500} = 0$

$r_B = \pm 0{,}002"$

II. Intervall [500" : 1000"]

Intervall "	Ueberschuss¹) "	v ¹/₁₀₀₀"	Intervall "	Ueberschuss¹) "	v ¹/₁₀₀₀"	Intervall "	Ueberschuss¹) "	v ¹/₁₀₀₀"	Intervall "	Ueberschuss¹) "	v ¹/₁₀₀₀"
[500 : 600]	$+0{,}012_8$	$+1_9$	[500 : 700]	$+0{,}019_4$	-3_7	[500 : 800]	$+0{,}023_7$	$+0_1$	[500 : 900]	$+0{,}035_7$	$+1_6$
[600 : 700]	$+0{,}025_0$	-0_3	[600 : 800]	$+0{,}049_7$	-0_4	[600 : 900]	$+0{,}039_1$	$+1_3$	[600 : 1000]	$+0{,}058_6$	-1_0
[700 : 800]	$+0{,}034_1$	-3_2	[700 : 900]	$+0{,}051_4$	$+2_4$	[700 : 1000]	$+0{,}046_2$	-1_4			
[800 : 900]	$+0{,}022_8$	-1_8	[800 : 1000]	$+0{,}048_7$	$+1_6$						
[900 : 1000]	$+0{,}039_5$	$+3_7$									

Correctionen im Intervall [500" : 1000"] in ¹/₁₀₀₀"

$x_{500} = 0$ $x_{700} = +17_4$ $x_{900} = +8_7$

$x_{600} = +16_3$ $x_{800} = +6_7$ $x_{1000} = 0$

$r_B = \pm 0{,}002"$

III. Intervall [0" : 1000"]

von 500" (vgl. S. 386)		
Intervall "	Ueberschuss¹) "	v ¹/₁₀₀₀"
[0 : 500]	$+0{,}043_8$	$+0_3$
[100 : 600]	$0{,}000_0$	-0_8
[200 : 700]	$+0{,}011_8$	-0_3
[300 : 800]	$+0{,}042_8$	-1_3
[400 : 900]	$+0{,}042_1$	-0_5
[500 : 1000]	$+0{,}052_0$	$+1_9$

Correctionen im Intervall [0" : 1000"] in ¹/₁₀₀₀"

$y_0 = 0$ $y_{500} = +4_7$

$y_{100} = -28_7$ $y_{600} = +20_8$

$y_{200} = -17_1$ $y_{700} = +20_3$

$y_{300} = +0_5$ $y_{800} = +8_7$

$y_{400} = +2_8$ $y_{900} = +9_7$

$y_{1000} = 0$

$r_B = \pm 0{,}001"$

¹) Grösseren Mikrometerlesungen entsprechen kleinere Intervalle.

b. Theilungsfehler-Correctionen der Zwischenpunkte.

März 1890. Einheit ¹/₁₀₀₀" = 1 μ. Beob.: Kreichgauer und Jaeger.

Strich "	Correction ¹/₁₀₀₀"	Strich "	Correction ¹/₁₀₀₀"	Strich "	Correction ¹/₁₀₀₀"	Strich "	Correction ¹/₁₀₀₀"	Strich "	Correction ¹/₁₀₀₀"
1000	0	800	+ 9	600	+ 20	400	+ 2	200	− 17
980	− 8	780	+ 13	580	+ 15	380	− 2	180	− 26
960	− 10	760	+ 16	560	+ 3	360	− 4	160	− 19
940	− 8	740	+ 10	540	+ 3	340	− 9	140	− 29
920	− 9	720	+ 17	520	+ 4	320	− 6	120	− 34
900	+ 10	700	+ 20	500	+ 5	300	+ 1	100	− 29
880	+ 9	680	+ 8	480	+ 4	280	− 4	80	− 12
860	+ 9	660	+ 10	460	+ 1	260	− 15	60	− 8
840	+ 4	640	+ 13	440	− 1	240	− 19	40	+ 2
820	+ 13	620	+ 14	420	+ 6	220	− 20	20	+ 2
800	+ 9	600	+ 20	400	+ 2	200	− 17	0	0

Normal-Widerstandsrohr No. XI.

2. Calibrirung.

a. Calibrirung des Intervalls [0°:1000°] mit einem Faden von 20°.

Mai 1890. Beob.: Kreichgauer und Jaeger.

Intervall	6. Mai 1890 1. Reihe [1]) Einstellung der Basis unten	oben	Kuppe Mittl. K.-H.	Kuppe Corrigirt	Corrigirte Fadenlänge	7. Mai 1890 2. Reihe Einstellung der Basis unten	oben	Kuppe Mittl. K.-H.	Kuppe Corrigirt	Corrigirte Fadenlänge	Mittel - 2. Reihe - 0,58" $^{1}/_{100}$"	Fadenlänge Mittel	Calibercorrectionen 1. Annäherung	2. Annäherung	Defin. Correct. transf. auf Hauptp.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
[0 : 20]	1,43	20,64	0,23	0,25	19,45 (19°)	0,31	18,41	0,24	0,26	18,35 (19°,5)	−3	18,90	+1,77	+1,81	+1,82
[20 : 40]	21,38	40,62	0,24	0,25	19,48	21,42	39,59	0,22	0,23	18,40	−4	18,94	+3,49	+3,57	+3,59
[40 : 60]	40,84	60,13	0,24	0,26	19,54	40,94	59,13	0,24	0,26	18,44	−3	18,99	+5,17	+5,29	+5,32
[60 : 80]	60,95	80,33	0,24	0,26	19,63	60,76	79,08	0,22	0,23	18,54	−3	19,09	+6,75	+6,90	+6,93
[80 : 100]	80,81	100,27	0,24	0,26	19,73	80,73	99,11	0,22	0,24	18,63	−3	19,18	+8,24	+8,40	+8,45
[100 : 120]	100,88	120,41	0,24	0,26	19,79	100,65	119,08	0,22	0,23	18,68	−3	19,23	+9,68	+9,85	+9,90
[120 : 140]	120,82	140,43	0,23	0,25	19,86	120,62	139,12	0,22	0,24	18,74	−2	19,30	+11,05	+11,22	+11,27
[140 : 160]	140,74	160,38	0,24	0,26	19,89	140,57	159,12	0,22	0,24	18,79	−3	19,34	+12,38	+12,55	+12,60
[160 : 180]	160,78	180,41	0,21	0,25	19,89	160,65	179,15	0,22	0,24	18,75	−1	19,32	+13,72	+13,90	+13,95
[180 : 200]	180,85	200,60	0,23	0,25	19,99	180,58	199,23	0,21	0,23	18,89	−3	19,44	+14,95	+15,11	+15,17
[200 : 220]	200,80	220,62	0,24	0,26	20,09	200,59	219,29	0,23	0,25	18,95	−1	19,52	+16,10	+16,24	+16,30
[220 : 240]	220,72	240,67	0,25	0,26	20,22	220,79	239,63	0,21	0,22	19,07	−1	19,64	+17,12	+17,24	+17,33
[240 : 260]	240,52	260,72	0,22	0,24	20,44	240,59	259,64	0,22	0,24	19,29	0	19,87	+17,93	+18,00	+18,10
[260 : 280]	259,93	280,18	0,23	0,25	20,50	260,42	279,55	0,21	0,21	19,35	0	19,93	+18,67	+18,69	+18,81
[280 : 300]	279,84	300,18	0,23	0,25	20,59	280,49	299,69	0,22	0,23	19,43	0	20,01	+19,32	+19,29	+19,43
[300 : 320]	300,26	320,65	0,22	0,24	20,65	300,42	319,66	0,22	0,24	19,48	0	20,06	+19,98	+19,88	+20,02
[320 : 340]	320,17	340,58	0,22	0,24	20,65	320,41	339,67	0,23	0,24	19,50	0	20,08	+20,57	+20,42	+20,56
[340 : 360]	339,92	360,32	0,22	0,24	20,65	340,86	360,13	0,21	0,23	19,50	0	20,08	+21,16	+20,96	+21,09
[360 : 380]	359,71	380,25	0,22	0,24	20,76	360,75	380,12	0,22	0,24	19,60	0	20,18	+21,65	+21,39	+21,52
[380 : 400]	379,60	400,25	0,24	0,25	20,90	380,65	400,16	0,23	0,25	19,75	−1	20,32	+21,99	+21,68	+21,80
[400 : 420]	399,58	420,34	0,23	0,25	21,01	400,65	420,24	0,23	0,24	19,82	+1	20,41	+22,25	+21,87	+21,99
[420 : 440]	419,59	440,26	0,26	0,28	20,96	420,68	440,19	0,25	0,27	19,79	0	20,37	+22,54	+22,10	+22,23
[440 : 460]	439,50	460,23	0,23	0,25	20,97	440,73	460,26	0,25	0,27	19,80	+1	20,39	+22,83	+22,32	+22,45
[460 : 480]	459,50	480,21	0,22	0,24	20,95	460,75	480,36	0,22	0,24	19,84	−3	20,39	+23,10	+22,53	+22,67
[480 : 500]	479,46	500,22	0,22	0,24	21,00	480,82	500,50	0,22	0,23	19,91	−3	20,46	+23,31	+22,68	+22,82
[500 : 520]	499,72	520,53	0,23	0,25	21,07	500,83	520,53	0,21	0,23	19,94	−2	20,50	+23,48	+22,78	+22,91
[520 : 540]	519,78	540,69	0,24	0,26	21,17	520,79	540,60	0,22	0,23	20,05	−2	20,61	+23,54	+22,78	+22,89
[540 : 560]	539,66	560,69	0,23	0,25	21,28	540,68	560,60	0,22	0,23	20,15	−1	20,72	+23,49	+22,68	+22,77
[560 : 580]	559,60	580,74	0,22	0,24	21,37	560,24	580,28	0,21	0,23	20,27	−3	20,82	+23,34	+22,48	+22,55
[580 : 600]	579,48	600,70	0,24	0,26	21,48	580,50	600,60	0,22	0,23	20,34	−1	20,91	+23,10	+22,18	+22,24
[600 : 620]	599,39	620,61	0,23	0,25	21,47	600,48	620,58	0,22	0,24	20,34	−1	20,91	+22,86	+21,89	+21,94
[620 : 640]	618,85	640,14	0,24	0,26	21,54	620,47	640,64	0,22	0,23	20,40	−1	20,97	+22,56	+21,54	+21,58
[640 : 660]	639,17	660,56	0,23	0,25	21,64	639,95	660,23	0,21	0,22	20,51	−2	21,07	+22,15	+21,09	+21,12
[660 : 680]	658,91	680,42	0,23	0,25	21,77	659,79	680,18	0,22	0,24	20,63	−1	21,20	+21,62	+20,52	+20,54
[680 : 700]	678,80	700,44	0,24	0,26	21,89	679,77	700,29	0,21	0,23	20,74	−1	21,31	+20,98	+19,85	+19,86
[700 : 720]	698,60	720,34	0,23	0,25	21,99	699,62	720,21	0,22	0,24	20,83	0	21,41	+20,23	+19,09	+19,09
[720 : 740]	718,53	740,31	0,23	0,24	22,03	719,64	740,29	0,20	0,22	20,88	−1	21,45	+19,45	+18,29	+18,29
[740 : 760]	738,76	760,56	0,23	0,25	22,04	739,67	760,34	0,21	0,23	20,89	−1	21,46	+18,66	+17,48	+17,48
[760 : 780]	758,48	780,38	0,23	0,25	22,14	759,73	780,47	0,22	0,24	20,98	0	21,56	+17,77	+16,58	+16,58
[780 : 800]	778,50	800,51	0,23	0,24	22,25	779,73	800,60	0,21	0,22	21,09	0	21,67	+16,77	+15,59	+15,58
[800 : 820]	799,55	821,64	0,22	0,23	22,31	799,77	820,69	0,22	0,23	21,15	0	21,73	+15,70	+14,54	+14,54
[820 : 840]	819,05	841,19	0,21	0,23	22,37	819,15	840,09	0,21	0,22	21,16	+3	21,77	+14,60	+13,47	+13,47
[840 : 860]	838,81	861,13	0,23	0,25	22,56	839,22	860,36	0,21	0,22	21,36	+2	21,96	+13,31	+12,22	+12,23
[860 : 880]	859,07	881,69	0,22	0,23	22,86	858,85	880,29	0,20	0,21	21,65	+3	22,26	+11,72	+10,72	+10,74
[880 : 900]	878,67	901,46	0,23	0,25	23,04	878,77	900,39	0,19	0,20	21,82	+3	22,43	+9,96	+9,08	+9,11
[900 : 920]	898,34	921,20	0,23	0,24	23,11	898,68	920,40	0,18	0,19	21,93	+1	22,52	+8,11	+7,37	+7,40
[920 : 940]	918,44	941,41	0,22	0,23	23,20	918,51	940,31	0,20	0,21	22,02	+1	22,61	+6,17	+5,59	+5,61
[940 : 960]	937,52	960,55	0,23	0,24	23,27	938,49	960,34	0,20	0,22	22,06	+2	22,66	+4,17	+3,78	+3,79
[960 : 980]	956,38	979,48	0,21	0,23	23,33	958,45	980,40	0,16	0,18	22,11	+3	22,72	+2,12	+1,92	+1,93
[980 : 1000]	976,40	999,59	0,21	0,22	23,40 (18°)	978,42	1000,40	0,20	0,22	22,18 (18°,8)	+3	22,79	0	0	0
					Mittlere Temp. = 18°,3					Mittlere Temp. = 18°,9		Mittel 20,670°			

Masse des Fadens der 2. Reihe = 0,211 g; Mittlere Temperatur = 18°,6.

[1]) Der Faden der 1. Reihe wurde nicht gewogen.

Normal-Widerstandsrohr No. XI.

b. Calibrirung von 100° zu 100° (Hauptpunkte).

α) Theilsysteme [0° : 500°] und [500° : 1000°].

Mai 1890. Alle corrigirten Fadenlängen sind auf 21° C reducirt. Beob.: Kreichgauer und Jaeger.

Intervall	1. Reihe: Einstellung der Basis unten	oben	Temperatur	Correction wegen der Einstellung $^1/_{100}{}^0$	Corrigirte Fadenlänge	2. Reihe: Einstellung der Basis unten	oben	Temperatur	Correction wegen der Einstellung $^1/_{100}{}^0$	Corrigirte Fadenlänge	Fadenlänge Mittel (bei 21°)	v $^1/_{100}{}^0$	Mittlere corrigirte Fadenlänge	Im System
17. Mai 1890.						**1. Faden von 100°.**								
°	°	°	°		°	°	°	°		°	°		°	°
[0 : 100]	1,24	93,35	18,6	− 23	91,88	2,49	94,55	19,1	− 25	91,81	91,85	− 1		
[100 : 200]	102,35	195,88		− 12	93,46	101,18	194,68		− 10	93,45	93,46	− 4		
[200 : 300]	199,92	295,64		+ 5	95,82	200,83	296,61		+ 3	95,89	95,86	− 1	95,57	[0 : 500]
[300 : 400]	—	—		—	—	301,17	398,72		+ 7	97,66	97,66	0		
[400 : 500]	399,80	498,74		+ 5	99,02	400,75	499,66		+ 3	98,97	99,00	+ 4		
[500 : 600]	500,85	601,40		+ 1	100,61	500,15	600,69		+ 3	100,62	109,61	+ 1		
[600 : 700]	598,81	701,21		+ 5	102,50	599,40	701,83		+ 3	102,49	102,49	0		
[700 : 800]	696,77	801,16		+ 2	104,43	697,92	802,38		0	104,48	104,45	− 1	104,77	[500 : 1000]
[800 : 900]	794,77	901,57		− 9	106,75	795,71	902,61		− 12	106,78	106,77	0		
[900 : 1000]	892,66	1002,58	18,2	− 42	109,52	891,31	1001,22		− 39	109,54	109,53	0		
Masse des Fadens = 1,0548 g.													Mittel 100,17	
													Correction für die Kuppe + 23	
													Corrigirte Fadenlänge [0° : 1000°] = 100,40 bei 21° C.	
22. Mai 1890.						**2. Faden von 200°.**								
[0 : 200]	5,59	195,50	21,8	− 30	189,57	5,58	195,51	22,1	− 30	189,58	189,57	− 3		
[100 : 300]	103,55	297,22		− 5	193,62	102,69	296,34		− 2	193,61	193,61	0		
[200 : 400]	200,64	398,37		+ 5	197,78	200,66	398,39		+ 5	197,77	197,77	0	195,38	[0 : 500]
[300 : 500]	299,74	500,68		− 4	200,89	298,32	499,24		+ 1	200,89	200,89	+ 3		
[500 : 700]	495,42	702,83		+ 25	207,65	494,73	702,10		+ 29	207,63	207,64	− 2		
[600 : 800]	594,45	805,87		+ 14	211,52	593,38	804,76		+ 18	211,52	211,52	0		
[700 : 900]	690,21	906,19		− 15	215,79	690,42	906,45		− 16	215,81	215,80	0	214,11	[500 : 1000]
[800 : 1000]	779,41	1000,44		− 11	220,88	786,75	1008,19	22,3	− 50	220,89	220,89	+ 2		
Masse des Fadens = 2,1520 g.													Mittel 204,74s	
													Correction für die Kuppe + 23	
													Corrigirte Fadenlänge [0° : 1000°] = 204,97s bei 21° C.	
23. Mai 1890.						**3. Faden von 300°.**								
[0 : 300]	9,68	291,39	20,6	− 30	281,43	10,69	292,47	20,8	− 35	281,45	281,44	+ 1		
[100 : 400]	108,10	395,34		− 4	287,24	106,07	393,23		+ 7	287,27	287,25	+ 2	286,91	[0 : 500]
[200 : 500]	203,71	496,27		+ 10	292,59	201,93	494,43		+ 19	292,71	292,65	− 4		
[500 : 800]	496,28	803,72		+ 14	307,61	495,47	802,89		+ 20	307,64	307,62	0		
[600 : 900]	592,43	906,23		− 1	313,80	595,41	909,47		− 24	313,81	313,80	+ 1	314,38	[500 : 1000]
[700 : 1000]	680,79	1001,48	20,8	+ 15	320,82	683,32	1004,22	21,0	− 3	320,84	320,83	0		
Masse des Fadens = 3,1593 g.													Mittel 300,64s	
													Correction für die Kuppe + 23	
													Corrigirte Fadenlänge [0° : 1000°] = 300,87s bei 21° C.	
23. Mai 1890.						**4. Faden von 400°.**								
[0 : 400]	8,86	389,68	21,4	− 3	380,77	10,08	391,00	21,4	− 12	380,78	380,77	0	384,16	[0 : 500]
[100 : 500]	107,80	495,66		− 3	387,82	106,74	494,59		+ 4	387,89	387,86	− 1		
[500 : 900]	492,68	908,85		0	416,17	489,80	905,71		+ 29	416,18	416,18	+ 2	420,92	[500 : 1000]
[600 : 1000]	579,78	1004,50	21,2	+ 39	425,07	580,41	105,22	21,4	+ 33	425,10	425,08	− 1		
Masse des Fadens = 4,2296 g.													Mittel 402,54	
													Correction für die Kuppe + 23	
													Corrigirte Fadenlänge [0° : 1000°] = 402,77 bei 21° C.	

r_B im System [0° : 500°] = ± 0,02 mm
" " " [500° : 1000°] = ± 0,01 "

Das Resultat der Ausgleichung der beiden Intervalle [0° : 500°] und [500° : 1000°] sind die Grössen x auf folgender Seite (unter γ).

Normal-Widerstandsrohr No. XI.

β) System [0ᵖ : 1000ᵖ].

Faden von 500ᵖ.
(Vergl. Text S. 394.)

24. Mai 1890. Beob. Kreichgauer und Jaeger.

Intervall	1. Reihe: Einstellung der Basis unten	1. Reihe: Einstellung der Basis oben	1. Reihe: Temperatur	1. Reihe: Correction wegen der Einstellung $^1/_{100}$ᵖ	1. Reihe: Corrigirte Fadenlänge	2. Reihe: Einstellung der Basis unten	2. Reihe: Einstellung der Basis oben	2. Reihe: Temperatur	2. Reihe: Correction wegen der Einstellung $^1/_{100}$ᵖ	2. Reihe: Corrigirte Fadenlänge	Fadenlänge Mittel (bei 21°)	v $^1/_{100}$ᵖ	Mittlere Fadenlänge
ᵖ	ᵖ	ᵖ	°		ᵖ	ᵖ	ᵖ	°		ᵖ	ᵖ		ᵖ
[0 : 500]	12,42	492,92	20,1	— 114	479,43	10,42	490,75	20,1	— 97	479,45	479,44	0	
[100 : 600]	107,33	596,16		— 48	488,46	105,87	594,58		— 37	488,46	488,46	— 1	
[200 : 700]	202,24	699,83		— 11	497,58	200,71	698,19		+ 3	497,61	497,60	+ 1	502,26
[300 : 800]	297,14	803,26		— 8	506,13	296,68	802,76		4	506,11	506,12	+ 1	
[400 : 900]	392,71	908,21		63	514,96	390,45	905,73		— 39	514,96	514,96	0	
[500 : 1000]	480,11	1005,53	20,0	— 44	525,05	478,90	1004,24	20,3	28	525,11	525,08	— 1	

Masse des Fadens = 5,2871 g.

$y_{500} = + 22{,}82_5$ᵖ

$c = + 2{,}26_5$ᵖ

$r_B = \pm 0{,}00_5$ mm.

Correction für die Kuppe + 23

Corrigirte Fadenlänge = 502,49ᵖ
im Intervall [0ᵖ : 1000ᵖ] bei 21° C.

γ) Caliber-Correctionen.
(Vergl. auch Spalte 16, S. 453.)

In den Theilsystemen	Transformirt auf das Hauptsystem Definitive Correctionen
$x_0 = 0$ᵖ	$y_0 = 0$ᵖ
$x_{100} = + 3{,}71$	$y_{100} = + 8{,}45$
$x_{200} = + 5{,}78$	$y_{200} = + 15{,}17$
$x_{300} = + 5{,}48$	$y_{300} = + 19{,}43$
$x_{400} = + 3{,}39$	$y_{400} = + 21{,}80$
$x_{500} = 0$	$y_{500} = + 22{,}82$
$x_{600} = + 4{,}17$	$y_{600} = + 22{,}24$
$x_{700} = + 6{,}45$	$y_{700} = + 19{,}86$
$x_{800} = + 6{,}76$	$y_{800} = + 15{,}58$
$x_{900} = + 4{,}76$	$y_{900} = + 9{,}11$
$x_{1000} = 0$	$y_{1000} = 0$

3. Mittlerer Querschnitt des Rohres, Intervall [0ᵖ : 1000ᵖ], aus der Fadenlänge und dem Gewicht der Fäden.

Faden von	Fadenlänge bei 21°	Gewicht	Mittl. Querschnitt
20ᵖ	20,26[1]) mm	0,211 g	0,7688 mm²
100	$101{,}44_5$	1,055	0,7677
200	$207{,}10_5$	2,152	0,7671
300	$303{,}89_5$	$3{,}159_5$	0,7675
400	406,96	$4{,}229_5$	0,7672
500	$507{,}72_5$	5,287	0,7687

Mittel[2]) = 0,7678 mm²
im Intervall [0ᵖ : 1000ᵖ] bei 21° C

[1]) Die mittlere Länge aus dem Mittel beider Fäden von 20ᵖ ist (S. 453) = 20,670ᵖ; da nur der zweite Faden gewogen wurde, muss diese Zahl durch 1,0303, dem Verhältniss des Mittels zu dem gewogenen Faden, dividirt werden; auf diese Weise erhält man 20,06ᵖ = 20,26 mm.

[2]) Bei der Bildung des Mittels erhielt jede Zahl das der betr. Fadenlänge entsprechende Gewicht.

Normal-Widerstandsrohr No. XI.

4. Zusammenstellung der relativen Querschnitte (s) und der reciproken Querschnitte ($1:s$); Caliberfactor für das Intervall $[0^\sigma : 1000^\sigma]$.

Als definitives Resultat der Calibrirung des Rohres No. XI mit allen Fäden (20^σ, 100^σ, 200^σ, 300^σ, 400^σ, 500^σ) erhält man aus Spalte 16 (S. 453):

Intervall σ	20 (s−1) aus Sp. 16 σ 1	Relativer Querschnitt s 2	Reciproker Querschnitt $1:s$ 3	Intervall σ	20 (s−1) aus Sp. 16 σ 1	Relativer Querschnitt s 2	Reciproker Querschnitt $1:s$ 3	Intervall σ	20 (s−1) aus Sp. 16 σ 1	Relativer Querschnitt s 2	Reciproker Querschnitt $1:s$ 3
[0 : 20]	+ 1,82	1,0910	0,91659	[340 : 360]	+ 0,53	1,0265	0,97418	[680 : 700]	− 0,68	0,9660	1,03520
[20 : 40]	+ 1,77	1,0885	0,91870	[360 : 380]	+ 0,43	1,0215	0,97895	[700 : 720]	− 0,77	0,9615	1,04004
[40 : 60]	+ 1,73	1,0865	0,92039	[380 : 400]	+ 0,28	1,0140	0,98619	[720 : 740]	− 0,80	0,9600	1,04167
[60 : 80]	+ 1,61	1,0805	0,92550	[400 : 420]	+ 0,19	1,0095	0,99059	[740 : 760]	− 0,81	0,9595	1,04221
[80 : 100]	+ 1,52	1,0760	0,92937	[420 : 440]	+ 0,24	1,0120	0,98814	[760 : 780]	− 0,90	0,9550	1,04712
[100 : 120]	+ 1,45	1,0725	0,93240	[440 : 460]	+ 0,22	1,0110	0,98912	[780 : 800]	− 1,00	0,9500	1,05263
[120 : 140]	+ 1,37	1,0685	0,93589	[460 : 480]	+ 0,22	1,0110	0,98912	[800 : 820]	− 1,04	0,9480	1,05485
[140 : 160]	+ 1,33	1,0665	0,93765	[480 : 500]	+ 0,15	1,0075	0,99256	[820 : 840]	− 1,07	0,9465	1,05652
[160 : 180]	+ 1,35	1,0675	0,93677	[500 : 520]	+ 0,09	1,0045	0,99552	[840 : 860]	− 1,24	0,9380	1,06610
[180 : 200]	+ 1,22	1,0610	0,94251	[520 : 540]	− 0,02	0,9990	1,00100	[860 : 880]	− 1,49	0,9255	1,08050
[200 : 220]	+ 1,13	1,0565	0,94652	[540 : 560]	− 0,12	0,9940	1,00604	[880 : 900]	− 1,63	0,9185	1,08873
[220 : 240]	+ 1,03	1,0515	0,95102	[560 : 580]	− 0,22	0,9890	1,01112	[900 : 920]	− 1,71	0,9145	1,09349
[240 : 260]	+ 0,77	1,0385	0,96293	[580 : 600]	− 0,31	0,9845	1,01574	[920 : 940]	− 1,79	0,9105	1,09830
[260 : 280]	+ 0,71	1,0355	0,96572	[600 : 620]	− 0,30	0,9850	1,01523	[940 : 960]	− 1,82	0,9090	1,10011
[280 : 300]	+ 0,62	1,0310	0,96993	[620 : 640]	− 0,36	0,9820	1,01833	[960 : 980]	− 1,86	0,9070	1,10254
[300 : 320]	+ 0,59	1,0295	0,97134	[640 : 660]	− 0,46	0,9770	1,02354	[980 : 1000]	− 1,93	0,9035	1,10681
[320 : 340]	+ 0,54	1,0270	0,97371	[660 : 680]	− 0,58	0,9710	1,02987	Summe	0,00	50,0000	50,14900

Hieraus ergiebt sich als Caliberfactor für das Intervall $[0^\sigma : 1000^\sigma]$: $C = \frac{\Sigma \frac{1}{s}}{\Sigma s} = \frac{50,14900}{50} = 1,002980.$

Zerlegt man jedes Intervall nochmals in 4 Theile, so erhält man $C = \frac{200,5962}{200} = 1,002981$ (vergl. Curve Fig. 6 S. 399).

5. Mikrometrische Ausmessung der Lage der Schnittstellen.

Die eine Endfläche liegt zwischen Strich 139^σ und 140^σ

„ andere „ „ „ „ 939^σ „ 940^σ.

Die Messung ergab folgendes Resultat: Beob.: Wachsmuth.

A. Strich 141^σ bis 142^σ = 240 Trommeltheile
„ 141^σ „ Endfläche = 255 „

Also Endfläche bei $140 - 0,06^\sigma = 139,94^\sigma$

$$\alpha = \frac{+0,06}{20} = +0,0030$$

B. Strich 938^σ bis 939^σ = 250 Trommeltheile.
„ 939^σ „ Endfläche = 214 „

Endfläche bei $940 - 0,14^\sigma = 939,86^\sigma$

$$\beta = \frac{-0,14}{20} = -0,0070 \quad \text{(Text S. 401).}$$

6. Berechnung des Caliberfactors für das abgeschnittene Rohrstück $[139,94^\sigma : 939,86^\sigma]$.

Nach S. 402 des Textes ist der Caliberfactor

$$C = \frac{1}{(\alpha + n + \beta)^2} \left\{ \frac{\alpha}{s_\alpha} + \sum_1^n \frac{1}{s} + \frac{\beta}{s_\beta} \right\} \left\{ \alpha s_\alpha + \sum_1^n s + \beta s_\beta \right\}$$

Hier ist $n = 40$, $\alpha = +0,003$, $\beta = -0,007$, $s_\alpha = 1,0685$, $s_\beta = 0,9105$, $\sum_1^n \frac{1}{s} = 40,36076$, $\sum_1^n s = 39,7170$, $s_1 = 1,0665$, $s_2 = 1,0675$ etc.,

also

$$C = \frac{40,3558 \times 39,7138}{[39,9960]^2} = 1,001878.$$

(Unter der Annahme, dass das Rohr genau bei 140^σ und 940^σ abgeschnitten wäre, also $\alpha = \beta = 0$, erhält man $C = 1,001879$.)

Normal-Widerstandsrohr No. XI.

II. Längenmessung bei o°.

(Ausdehnungscoefficient des Glases 16 III.)

Das zwischen den Schnittflächen [139,94° : 939,86°] liegende Rohrstück wurde nach der Fühlhebel-Methode bei 3 Temperaturen mit dem zwischen den Strichen 42 mm und 850 mm liegenden Intervall des Maassstabes Martins No. 3 verglichen, dessen ganze Länge bei $t°$ durch die Gleichung

$M_3 = 1$ Meter $- [13,9 - 18,07\, t]\,\mu$ gegeben ist. Correction des Striches 42 mm $= -3\,\mu$
850 „ $= +5\,\mu$.

Beob.: Leman und Göpel.

Temperatur	Messung der Differenz $L_t - V = x + yt$.						Beobachtung		
	Oben	Unten	Hinten	Vorn	Mittel		Gesammtmittel	Rechnung	r
t	(o)	(u)	(h)	(v)	$\frac{o+u}{2}$	$\frac{h+v}{2}$			
	μ	μ	μ	μ	μ	μ	μ	μ	μ
+ 0°,3	+ 127,9	+ 135,4	+ 177,8	+ 82,6	+ 131,7	+ 130,2	+ 131,0	+ 130,4	+ 0,6
+ 16,2	+ 223,7	+ 234,0	+ 281,3	+ 185,2	+ 228,9	+ 233,2	+ 231,1	+ 232,5	− 1,4
+ 30,0	+ 316,6	+ 326,0	+ 371,3	+ 273,3	+ 321,3	+ 322,3	+ 321,8	+ 321,1	+ 0,7

Resultat: $L_0 - V = x = +128,5 \quad \pm 0,6\,\mu$

$y = + \quad 6,42 \pm 0,05$

Das Intervall V des Maassstabes M_3 ist nach obiger Gleichung bei 16°,5 ... $V = 808$ mm $+ 238,2\,\mu$, so dass man erhält:

Länge des Rohres, Intervall [139,94° : 939,86°] bei 0° . . $L_0 = 808,3667$ mm $\pm 0,0006$.

Ausdehnungscoefficient für 1° C . . . $E = \frac{6,42 \pm 0,05}{0,8084} = (7,942 \pm 0,063)\,\mu$ für 1° und 1 m zwischen 0° und 30°.

III. Auswägung des Rohrinhaltes bei o°.

1. Correctionen und Volumina der Gewichtsstücke.

Bezeichn.	Correction	Volumen	Material	Bezeichn.	Correction	Volumen	Material
	mg	ml			mg	ml	
10 g	+ 0,040	1,124	Cu	20 mg	0	0,001	Pt
4 „	+ 0,012	0,450	„	10 „	+ 0,028	0	„
3 „	+ 0,099	0,337	„	4 „	+ 0,023	0,002	Al
2 „	+ 0,030	0,225	„	3 „	+ 0,025	0,001	„
1 „	+ 0,008	0,112	„	2 „	− 0,004	0,001	„
400 mg	− 0,004	0,019	Pt	1 „	+ 0,010	0	„
300 „	+ 0,063	0,014	„	0,5 „	+ 0,010	0	„
200 „	− 0,013	0,009	„	0,4 „	+ 0,015	0	„
100 „	+ 0,041	0,005	„	0,3 „	+ 0,005	0	„
40 „	− 0,010	0,002	„	0,2 „	+ 0,007	0	„
30 „	+ 0,001	0,001	„	0,1 „	− 0,013	0	„

2. Bestimmung der bei 0° das Rohr füllenden Quecksilbermasse.

Vergl. Text S. 408. Bezeichnungen: *Gl* 11 bedeutet Wägegläschen No. 11 etc.,
Hg XI „ Quecksilberfüllung des Rohres No. XI bei 0°.

A ist der zu wägende Körper, *B* sind die aufgelegten Gewichte (stets in gleicher Weise zusammengesetzt).
A B (Spalte 5) bedeutet die durch Schwingungsbeobachtung bestimmte Einstellung der Wage in Scalentheilen,

Normal-Widerstandsrohr No. XI.

wenn sich A auf der linken, B auf der rechten Wagschale befindet; die Empfindlichkeit E wurde öfters durch aufgelegte Gewichte (0,1 mg) besonders bestimmt. Aus Spalte 5, 6 und 7 ergiebt sich Spalte 13, aus 8, 9 und 10 Spalte 11. Aus Spalte 4, 11, 12 und 13 erhält man schliesslich das corrigirte, auf das Vacuum bezogene Gewicht (Spalte 14).

Volumen von Gläschen No. 11 = 1,735 ml (27°)
„ „ „ „ 12 = 1,640 „

Juni und Juli 1891. — Beob.: Kreichgauer und Jaeger

No.	Datum	A	B (Nominell)	AB Scalentheile	BA Scalentheile	E 1 Sc.-Th. =	Barometer corrig	Temp. corr	Differ. d. Vol. $A-B$	Correct. auf d. Vacuum	Correct. der Gewichte	Differenz $A-B$	Corrigirtes Gewicht
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
			g			mg	mm	°	ml	mg	mg	mg	g
4	1891 Juni 23	Gl 12	4,0800	9,24	12,47	0,19	758,1	18,3	1,185	+ 1,434	+ 0,031	− 0,304	4,08116
6	„ „ 25.	Gl 12 + Hg XI	12,4670	10,48	10,40	0,18[2]	757,7	18,3	0,885	+ 1,066	+ 0,104	+ 0,007	12,46817$_5$
8	„ „ 27.	Gl 11	4,3220	11,10	10,10	0,18[2]	754,8	20,0	1,270	+ 1,518	+ 0,071	+ 0,090	4,32368
9	„ „ 27	Gl 12	4,0800	8,95	12,20	0,18[2]	754,8	20,0	1,185	+ 1,416	+ 0,031	− 0,292	4,08115$_5$
10	„ „ 27.	Gl 12 + Hg XI	12,4670	10,35	9,37	0,18[2]	754,8	20,0	0,885	+ 1,058	+ 0,104	+ 0,088	12,46825
13	„ Juli 4	Gl 11 + Hg XI	12,7095	10,65	12,25	0,18[2]	755,5	21,6	0,970	+ 1,159	+ 0,183	− 0,144	12,71070
14	„ „ 4.	Gl 11 + Hg XI	12,7095	11,50	12,53	0,18[2]	755,5	21,6	0,970	+ 1,159	+ 0,183	− 0,093	12,71075
16	„ „ 7.	Gl 11	4,3220	11,75	10,85	0,18[2]	752,0	20,7	1,270	+ 1,511	+ 0,071	+ 0,081	4,32366$_5$
17	„ „ 7.	Gl 12 + 0,3 mg	4,0800	10,99	11,67	0,17	752,0	20,7	1,185	+ 1,410	+ 0,026	− 0,057	4,08108
18	„ „ 8.	Gl11 + HgXI + 0,3mg	12,7100	10,93	12,04	0,17	752,0	20,4	0,970	+ 1,154	+ 0,152	− 0,093	12,71091$_5$
21	„ „ 13.	Gl 12 + Hg XI	12,4665	15,00	10,75	0,18[2]	760,0	19,6	0,885	+ 1,066	+ 0,085	+ 0,427	12,46808
22	„ „ 15.	Gl 11	4,3220	12,96	12,36	0,16	753,4	19,1	1,270	+ 1,524	+ 0,071	+ 0,048	4,32364$_5$
24	„ „ 16.	Gl11 + HgXI + 0,6mg	12,7100	11,49	12,77	0,17	755,6	20,0	0,970	+ 1,164	+ 0,160	− 0,110	12,71061$_5$
26	„ „ 17.	Gl 11	4,3220	12,02	11,52	0,18	756,3	19,4	1,270	+ 1,524	+ 0,071	+ 0,045	4,32364
27	„ „ 17.	Gl 12 + 0,4 mg	4,0800	11,75	12,00	0,18	756,3	19,6	1,185	+ 1,422	+ 0,016	− 0,023	4,08101$_5$
29	„ „ 17	Gl11 + HgXI + 0,8mg	12,7100	12,84	10,62	0,18	755,4	19,4	0,970	+ 1,159	+ 0,142	+ 0,195	12,71069$_5$
31	„ „ 22.	Gl12 + HgXI + 0,1mg	12,4670	7,71	8,50	0,17	758,6	19,1	0,885	+ 1,062	+ 0,117	− 0,068	12,46801
34	„ „ 23.	Gl 12 + 0,4 mg	4,0800	10,32	10,81	0,18[2]	756,7	20,3	1,185	+ 1,422	+ 0,016	− 0,041	4,08099$_5$
36	„ „ 24.	Gl12 + HgXI + 0,3mg	12,4670	10,85	10,46	0,18[2]	757,4	19,9	0,885	+ 1,062	+ 0,099	+ 0,036	12,46789$_5$[3]
37	„ „ 27.	Gl 12 + 0,4 mg	4,0800[1]	9,86	11,17	0,18	753,3	19,6	1,185	+ 1,416	+ 0,111	− 0,118	4,08101
40	„ „ 28.	Gl12 + HgXI + 0,2mg	12,4670	11,35	10,02	0,16	751,5	19,4	0,885	+ 1,053	+ 0,097	+ 0,107	12,46805$_5$

Aus diesen Wägungen ergeben sich die folgenden Gewichte für die einzelnen Füllungen des Rohres mit Quecksilber bei 0°. In Spalte 2 ist die Bildungsweise aus den obigen Nummern angegeben, in Spalte 3 das betr. Wägegläschen, Spalte 5 (r) enthält die Abweichung der einzelnen Wägungen vom Mittel.

Lfd. No.	No.	Bem.	Masse des Quecksilbers	r $^1/_{100}$ mg	Lfd. No.	No.	Bem.	Masse des Quecksilbers	r $^1/_{100}$ mg
1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
			g					g	
1	No. 6 — No. 4	Gl 12	8,38701$_5$	+ 4	6	No. 24 — No. 22	Gl 11	8,38697	+ 8$_5$
2	„ 10 — „ 9	Gl 12	8,38709$_5$	− 4	7	„ 29 — „ 26	Gl 11	8,38705$_5$	0
3	$\frac{\text{No.13 + No.14}}{2}$ — „ 8	Gl 11	8,38704$_5$	+ 1	8	„ 31 — „ 27	Gl 12	8,38699$_5$	+ 6
4	No. 18 — „ 16	Gl 11	8,38725	− 19$_5$	9	„ 36 — „ 34	Gl 12	8,38707$_5$	− 2
5	„ 21 — „ 17	Gl 12	8,38700	+ 5$_5$	10	„ 40 — „ 37	Gl 12	8,38704$_5$	+ 1

Mittel = 8,38705$_5$ ± 0,00002 g
Correction (Text S. 411) = − 15
Endresultat: Corrigirte Masse = 8,38690$_5$ g.

(Fortsetzung nächste Seite oben.)

[1] Hier ist 4 g aus 3 g + 1 g zusammengesetzt.

[2] Bei diesen Wägungen wurde für E die mittlere Empfindlichkeit 0,18 mg angenommen.

[3] Hierbei ist ein Glassplitter von 0,041 mg mitgewogen, der von dem Verschlussplättchen stammte und in der Röhre das seinem Volumen entsprechende Gewicht Quecksilber verdrängte. Daher ist dieser Wägung als Correction der Betrag von + 0,016 (13,6—2,5) mg = + 0,175 mg hinzuzufügen.

Normal-Widerstandsrohr No. XI.

Unter Annahme des specifischen Gewichts des Quecksilbers bei 0° zu 13,5956 entspricht diese Masse dem Volumen von 0,616884 ml des Rohrinnern bei 0° und dem mittleren Querschnitt 0,763124 mm² im Intervall [139,94°: 939,86°] bei 0°.

IV. Berechnung des elektrischen Widerstandes bei 0°.

(Vgl Text S. 412.)

1. Widerstand des Rohres selbst.

Bezeichnung: W = Widerstand in Siemens-Einheiten; L = Länge in mm,
W_1 = " " legalen Ohm; G = Masse des Quecksilbers in Gramm,
W_2 = " " internationalen Ohm, d = Spec. Gewicht des Quecksilbers bei 0° (13,5956),
C = Caliberfactor.

$$W = 10^{-6}\frac{C.d.L^2}{G} = 1{,}061276 \text{ S.-E. bei } 0°,$$

$$W_1 = \frac{W}{1{,}06} = 1{,}001204 \text{ legale Ohm bei } 0°,$$

$$W_2 = \frac{14{,}4521}{(1063)^2}\cdot C\frac{L^2}{G} = 0{,}998377 \text{ internationale Ohm bei } 0°.$$

2. Ausbreitungswiderstand.

a = Factor für den Ausbreitungswiderstand = 0,80; r_1 und r_2 = Radien der Endquerschnitte.

Endquerschnitt bei 140° = 1,0675 × 0,76855[1]) = 0,82042 mm²
" " 940° = 0,9097 × 0,76855[1]) = 0,69915 mm²

Radius bei 140° r_1 = 0,51103 mm
" " 940° r_2 = 0,47175 mm

$$\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = 4{,}077 \text{ mm}^{-1}.$$

Der Ausbreitungswiderstand A ist also:

$$A = 10^{-3}\frac{a}{\pi}\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right) = 0{,}001038 \text{ S.-E.}$$

$$A_1 = 0{,}000979 \text{ legale Ohm.}$$

$$A_2 = 0{,}000976_5 \text{ internationale Ohm.}$$

[1]) Mittlerer Querschnitt des Intervalls (0° : 1000°) = 0,763124 $\frac{\alpha + n + \beta}{\alpha s_\alpha + \Sigma s + \beta s_\beta}$ (vgl. S. 456)

Normal-Widerstandsrohr No. XIV.

I. Untersuchung des Calibers.

1. Bestimmung der Theilungsfehler.

a. Theilungsfehler-Correctionen der Hauptpunkte − 5°, 95°, 195° etc.

v = Uebrigbleibende Fehler. Einheit 1° = 1,01 mm.
r_B = Wahrscheinlicher Fehler einer Beobachtung

Beob. Kreichgauer und Jaeger

März 1890.

I. Intervall [−5°:495°].

Hilfs-Intervall von 100°			von 200°			von 300°			von 400°		
Intervall °	Ueberschuss[1] °	v $^1/_{1000}$°	Intervall °	Ueberschuss[1] °	v $^1/_{1000}$°	Intervall °	Ueberschuss[1] °	v $^1/_{1000}$°	Intervall °	Ueberschuss[1] °	v $^1/_{1000}$°
[−5 : 95]	+ 0,056$_{9}$	− 0$_{3}$	[−5:195]	+ 0,059	− 0$_{7}$	[−5:295]	+ 0,012$_{4}$	1$_{7}$	[−5:395]	+ 0,067$_{4}$	− 1$_{3}$
[95 : 195]	+ 0,005$_{3}$	+ 1$_{6}$	[95:295]	+ 0,005$_{3}$	− 1$_{1}$	[95:395]	+ 0,004$_{3}$	0	[95:495]	+ 0,013$_{9}$	+ 1$_{3}$
[195 : 295]	+ 0,002$_{3}$	0	[195:395]	+ 0,050$_{7}$	+ 0$_{7}$	[195:495]	+ 0,008	+ 1$_{6}$			
[295 : 395]	+ 0,045$_{8}$	− 1$_{8}$	[295:495]	+ 0,054	+ 1$_{1}$						
[395 : 495]	+ 0,006$_{7}$	+ 0$_{3}$									

Correctionen im Intervall [−5°:495°] in $^1/_{1000}$°

$x_5 = 0$ $x_{195} =$ · 13$_{8}$ $x_{395} = -16_{8}$
$x_{95} = -33_{3}$ $x_{295} = +6_{7}$ $x_{495} = 0$
$r_B = \pm 0{,}001$°

II. Intervall [495°:995°].

Intervall	Ueberschuss	v	Intervall	Ueberschuss	v	Intervall	Ueberschuss	v	Intervall	Ueberschuss	v
[495 : 595]	+ 0,000$_{1}$	− 0$_{3}$	[495:695]	+ 0,003$_{2}$	− 2$_{7}$	[495:795]	+ 0,001$_{7}$	− 2$_{4}$	[495:895]	+ 0,006$_{0}$	+ 3$_{5}$
[595 : 695]	+ 0,017$_{2}$	+ 2$_{0}$	[595:795]	+ 0,038$_{7}$	+ 2$_{0}$	[595:895]	+ 0,017$_{3}$	− 3$_{4}$	[595:995]	+ 0,033	− 3$_{4}$
[695 : 795]	+ 0,029$_{6}$	− 1$_{8}$	[695:895]	+ 0,040$_{8}$	+ 1$_{1}$	[695:995]	+ 0,047$_{0}$	+ 5$_{4}$			
[795 : 895]	+ 0,017$_{0}$	− 0$_{1}$	[795:995]	+ 0,043$_{3}$	− 0$_{7}$						
[895 : 995]	+ 0,034$_{8}$	− 0$_{4}$									

Correctionen im Intervall [495°:995°] in $^1/_{1000}$°

$x_{495} = 0$ $x_{695} = +24_{6}$ $x_{895} = +15_{5}$
$x_{595} = +19_{1}$ $x_{795} = +12_{7}$ $x_{995} = 0$
$r_B = \pm 0{,}003$°

III. Intervall [−5°:995°].

von 500° (vgl. S. 386)		
Intervall °	Ueberschuss[1] °	v $^1/_{1000}$°
[−5:495]	+ 0,069$_{3}$	− 2$_{7}$
[95:595]	+ 0,006$_{5}$	+ 0$_{1}$
[195:695]	+ 0,010$_{3}$	+ 2$_{5}$
[295:795]	+ 0,040$_{3}$	− 3$_{3}$
[395:895]	+ 0,002$_{3}$	+ 1$_{0}$
[495:995]	+ 0,025$_{3}$	+ 2$_{5}$

Correctionen im Intervall [−5°:995°] in $^1/_{1000}$°

$y_5 = 0$ $y_{495} = -19_{5}$
$y_{95} = -37_{4}$ $y_{595} = +3_{5}$
$y_{195} = -21_{6}$ $y_{695} = +12_{7}$
$y_{295} = -48$ $y_{795} = +5_{1}$
$y_{395} = -32_{4}$ $y_{895} = +11_{6}$
$y_{995} = 0$
$r_B = \pm 0{,}002$°

[1] Grösseren Mikrometerlesungen entsprechen kleinere Intervalle.

b. Theilungsfehler-Correctionen der Zwischenpunkte.

März 1890. Einheit $^1/_{1000}$° = 1 u. Beob.: Kreichgauer und Jaeger.

Strich °	Correction $^1/_{1000}$°	Strich °	Correction $^1/_{1000}$°	Strich °	Correction $^1/_{1000}$°	Strich °	Correction $^1/_{1000}$°	Strich °	Correction $^1/_{1000}$°	Strich °	Correction $^1/_{1000}$°	Strich °	Correction $^1/_{1000}$°
995	0	854	+ 10	675	+ 9	536	+ 2	415	− 32	295	− 5	135	− 27
975	+ 12	835	+ 15	674	+ 11	535	0	414	− 32	294	− 6	134	− 25
974	+ 13	834	+ 11	655	+ 13	534	− 5	413	− 31	293	− 4	115	− 21
973	+ 12	815	+ 7	654	+ 14	516	− 14	395	− 32	275	2	114	− 23
955	+ 20	814	+ 8	635	+ 12	515	− 18	394	− 29	274	− 5	95	− 37
953	+ 21	795	+ 5	634	+ 14	514	− 15	393	− 33	255	− 4	94	− 42
935	+ 19	794	+ 7	615	+ 10	495	− 19$_{5}$	375	− 36	254	+ 1	75	− 41
933	+ 20	793	+ 9	614	+ 10	475	− 29	374	− 36	235	− 16	74	− 41
915	+ 13	775	+ 5	596	+ 2	474	− 26	373	− 34	234	− 15	55	− 38
913	+ 15	774	+ 8	595	+ 3	473	− 22	356	− 33	215	− 21	54	− 38
903	+ 10	755	+ 5	594	+ 7	456	− 24	355	− 30	214	− 18	35	− 37
895	+ 12	754	+ 10	576	+ 3	455	− 24	354	− 32	195	− 22	34	− 40
894	+ 13	736	+ 7	575	0	454	− 24	353	− 29	194	− 24	15	− 28
893	+ 13	735	+ 8	574	+ 4	436	− 27	335	0	175	− 24	14	− 29
875	+ 12	715	+ 6	556	− 1	435	21	334	0	174	− 20	− 5	0
874	+ 15	695	+ 13	555	− 2	434	− 24	315	+ 1	155	− 30		
855	+ 16	694	+ 12	554	+ 4	433	− 22	314	− 2	154	− 22		

Normal-Widerstandsrohr No. XIV.

2. Calibrirung.

a. Calibrirung des Intervalls [— 5° : 995°] mit einem Faden von 20°.

April, Mai 1890. Zwei Reihen mit demselben Faden. Beob. Kreichgauer und Jaeger.

	28. April 1890	1. Reihe (in Luft)[1]			3. Mai 1890	2. Reihe (in Flüssigkeit)[1]				Calibercorrectionen		
Intervall	Einstellung der Basis unten	Einstellung der Basis oben	Kuppenhöhe	Corrigirte Fadenlänge	Einstellung der Basis unten	Einstellung der Basis oben	Kuppenhöhe	Corrigirte Fadenlänge	2. Reihe − Mittel $^1/_{100}$"	Fadenlänge Mittel	2. Annäherung	Defin. Correct. transf. auf Hauptp.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
	d	d	d	d	d	d	d	d		d	d	d
−5 : 15	− 4,37	+ 15,43	0,24	20,03 (14°,8)	− 4,64	+ 15,22	0,23	20,08 (17°,0)	+ 2	20,06	− 0,14	− 0,15
15 : 35	15,41	35,26	0,22	20,08	14,82	34,65	0,21	20,04	− 2	20,06	− 0,29	− 0,30
35 : 55	35,79	55,68	0,23	20,13	34,67	54,57	0,21	20,12	− 1	20,13	− 0,50	− 0,52
55 : 75	55,53	75,40	0,21	20,10	54,53	74,41	0,22	20,11	+ 1	20,10	− 0,69	− 0,72
75 : 95	75,56	95,39	0,22	20,07	74,61	94,47	0,21	20,09	+ 1	20,08	− 0,86	− 0,89
95 : 115	95,44	115,22	0,21	20,02	94,62	114,38	0,24	20,04	+ 1	20,03	− 0,97	− 1,00
115 : 135	115,65	135,30	0,22	19,88	114,64	134,28	0,23	19,88	0	19,88	− 0,93	− 0,96
135 : 155	135,78	155,44	0,21	19,89	134,55	154,20	0,21	19,88	− 1	19,89	− 0,91	− 0,92
155 : 175	155,73	175,41	0,22	19,92	154,68	174,33	0,24	19,90	− 1	19,91	− 0,90	− 0,91
175 : 195	175,67	195,47	0,21	20,02	174,67	194,50	0,21	20,05	+ 2	20,03	− 1,02	− 1,02
195 : 215	195,48	215,25	0,22	20,00	194,66	214,42	0,23	20,02	+ 1	20,01	− 1,12	− 1,11
215 : 235	215,73	235,46	0,23	19,97	214,59	234,34	0,21	19,98	+ 1	19,97	− 1,18	− 1,16
235 : 255	235,57	255,38	0,23	20,06	234,68	254,47	0,22	20,05	0	20,05	− 1,31	− 1,29
255 : 275	255,56	275,51	0,22	20,19	254,49	274,46	0,22	20,20	+ 1	20,19	− 1,59	− 1,56
275 : 295	275,33	295,49	0,24	20,41	274,54	294,68	0,22	20,38	− 1	20,39	− 2,07	− 2,03
295 : 315	295,44	315,77	0,22	20,57	294,58	314,96	0,22	20,63	+ 3	20,60	− 2,74	− 2,69
315 : 335	315,37	335,74	0,22	20,61	314,41	334,83	0,20	20,63	+ 1	20,62	− 3,43	− 3,38
335 : 355	335,79	356,17	0,24	20,61	334,46	354,91	0,20	20,63	+ 1	20,62	− 4,12	− 4,07
355 : 375	355,34	375,68	0,23	20,58	354,36	374,75	0,20	20,60	+ 1	20,59	− 4,78	− 4,72
375 : 395	375,29	395,59	0,21	20,53	373,80	394,10	0,20	20,52	0	20,52	− 5,38	− 5,32
395 : 415	395,74	416,21	0,23	20,72	393,84	414,32	0,21	20,71	0	20,71	− 6,16	− 6,08
415 : 435	415,73	436,36	0,22	20,87	413,82	434,49	0,21	20,90	+ 1	20,89	− 7,10	− 7,01
435 : 455	435,72	456,29	0,24	20,82	433,89	454,53	0,22	20,88	+ 3	20,85	− 8,01	− 7,90
455 : 475	454,74	475,24	0,22	20,73	453,89	474,48	0,19	20,80	+ 4	20,76	− 8,83	− 8,71
475 : 495	474,58	495,07	0,22	20,72	473,89	494,44	0,21	20,78	+ 3	20,75	− 9,65	− 9,51
495 : 515	495,63	516,16	0,22	20,77	494,89	515,48	0,23	20,83	+ 3	20,80	− 10,51	− 10,35
515 : 535	515,72	536,25	0,23	20,80	514,88	535,46	0,23	20,85	+ 3	20,82	− 11,39	− 11,22
535 : 555	535,79	556,38	0,23	20,83	534,89	555,51	0,23	20,87	+ 2	20,85	− 12,30	− 12,11
555 : 575	555,60	576,20	0,22	20,84	554,88	575,52	0,23	20,88	+ 2	20,86	− 13,22	− 13,01
575 : 595	575,82	596,43	0,22	20,85	574,83	595,47	0,23	20,89	+ 2	20,87	− 14,15	− 13,92
595 : 615	594,79	615,25	0,21	20,69	594,87	615,35	0,23	20,73	+ 2	20,71	− 14,93	− 14,70
615 : 635	614,64	634,97	0,23	20,58	614,88	635,27	0,22	20,63	+ 2	20,61	− 15,61	− 15,37
635 : 655	634,60	654,74	0,20	20,36	634,35	654,51	0,23	20,41	+ 3	20,38	− 16,06	− 15,83
655 : 675	654,50	674,47	0,22	20,20	655,46	675,45	0,23	20,23	+ 1	20,22	− 16,37	− 16,13
675 : 695	674,77	694,62	0,22	20,09	674,55	694,43	0,23	20,13	+ 2	20,11	− 16,56	− 16,32
695 : 715	694,65	714,45	0,21	20,03	695,35	715,16	0,23	20,05	+ 1	20,04	− 16,68	− 16,45
715 : 735	715,62	735,16	0,23	19,78	715,52	735,08	0,22	19,81	+ 1	19,80	− 16,57	− 16,33
735 : 755	736,08	755,38	0,24	19,55	735,73	755,07	0,22	19,58	+ 1	19,57	− 16,20	− 15,97
755 : 775	755,09	774,26	0,23	19,41	755,76	774,96	0,24	19,46	+ 2	19,44	− 15,71	− 15,47
775 : 795	774,41	793,46	0,23	19,30	775,89	794,95	0,25	19,33	+ 2	19,31	− 15,08	− 14,84
795 : 815	795,49	814,37	0,23	19,14	795,51	814,39	0,25	19,15	+ 1	19,14	− 14,25	− 14,03
815 : 835	815,73	834,49	0,22	18,99	815,61	834,37	0,25	19,02	+ 1	19,01	− 13,29	− 13,09
835 : 855	835,83	854,45	0,23	18,86	835,53	854,14	0,25	18,88	+ 1	18,87	− 12,17	− 11,99
855 : 875	855,82	874,27	0,23	18,70	855,75	874,21	0,26	18,73	+ 1	18,72	− 10,87	− 10,71
875 : 895	875,41	893,67	0,24	18,53	875,80	894,05	0,25	18,53	0	18,53	− 9,36	− 9,21
895 : 915	895,65	913,73	0,24	18,33	895,35	913,44	0,27	18,39	+ 3	18,36	− 7,65	− 7,54
915 : 935	915,58	933,57	0,26	18,27	915,34	933,35	0,27	18,31	+ 2	18,29	− 5,87	− 5,79
935 : 955	935,46	953,36	0,27	18,22	935,89	953,90	0,26	18,28	+ 3	18,25	− 4,02	− 3,98
955 : 975	955,59	973,51	0,24	18,17	955,62	973,54	0,26	18,19	+ 1	18,18	− 2,08	− 2,08
975 : 995	974,70	992,53	0,23	18,05 (16°,0)	974,93	992,67	0,26	18,01 (17°,9)	− 2	18,03	0	0
	Mittlere Temperatur = 15°,4				Mittlere Temperatur = 17°,4				Mittel	19,950		

Masse des Fadens = 0,2001 g, Mittlere Temperatur = 17°,4.

[1]) Bei der zweiten Reihe wurde die Röhre in eine Flüssigkeit von ungefähr demselben Brechungsquotienten wie Glas gelegt (2 Th. Anilin, 1 Th. Terpentinöl), um die unregelmässige Brechung an der Glasoberfläche zu vermeiden (vgl. S. 391).

Normal-Widerstandsrohr Nr. XIV.

b. Calibrirung von 100° zu 100° (Hauptpunkte).

NB. Alle corrigirten Fadenlängen sind auf 19° C. reducirt.

Mai, Juli 1890. Beob.: Kreichgauer und Jaeger.

Intervall	1. Reihe: Einstellung der Basis unten	oben	Temperatur	Correction wegen der Einstellung $^1/_{100}$°	Corrigirte Fadenlänge	2. Reihe: Einstellung der Basis unten	oben	Temperatur	Correction wegen der Einstellung $^1/_{100}$°	Corrigirte Fadenlänge	Fadenlänge Mittel (bei 19°)	Correctionen in 2. Annäherung $^1/_{100}$°
Mai 24.					**1. Faden von 100°.**							
	°	°	°		°	°	°	°		°	°	
[−5 : 95]	− 5,09	96,33	19,0	− 0$_5$	101,37$_5$	− 5,07	96,33	19,0	− 0$_5$	101,36$_5$	101,37	− 91
[95 : 195]	94,68	195,27		− 0$_5$	100,60$_5$	94,73	195,33		− 0$_5$	100,61	100,61	− 105$_5$
[195 : 295]	193,85	295,32		− 1	101,48	195,15	296,67		− 5	101,48$_5$	101,48	− 207$_5$
[295 : 395]	293,40	397,35		− 12$_5$	103,80	291,80	395,74		− 17$_5$	103,74$_5$	103,77	− 538$_5$
[395 : 495]	392,58	497,42		− 18	104,67	392,65	497,49		− 18	104,67	104,67	− 959
[495 : 595]	492,60	597,65		− 21	104,86$_5$	492,30	597,34		− 21	104,84$_5$	104,85$_5$	− 1398$_5$
[595 : 695]	594,32	697,19		− 4$_5$	102,83$_5$	592,75	695,69		− 10	102,86	102,85	− 1637
[695 : 795]	694,64	793,66		− 5$_5$	98,96	694,81	793,82		− 5	98,96	98,96	− 1487
[795 : 895]	797,17	892,25		− 28	94,82	797,33	892,41		− 27	94,82	94,82	− 922$_5$
[895 : 995]	903,60	995,41	18,7	− 56	91,24	902,52	994,34		− 57	91,23$_5$	91,23$_5$	0
						903,88	995,68	19,1	− 56	91,23		
Juli 30.					**2. Faden von 500°.**							
[−5 : 495]	− 4,59	503,89	20,5	− 35	508,30$_5$	− 4,24$_5$	504,22$_5$	20,6	− 35	508,28	508,29	− 951$_5$
[495 : 995]	506,32$_5$	995,56$_5$	20,5	+ 115	489,25$_5$	506,38	995,65	20,7	+ 115	489,28	489,26$_5$	0

1. Faden von 100° (Mai 24.):

Mittlere Temperatur = 18°,95

Masse des Fadens = 1,009$_5$ g

Mittel = 100,46°

Correction für die Kuppe = + 23

Corrigirte Fadenlänge = 100,69° bei 19° C

2. Faden von 500° (Juli 30.):

Mittlere Temperatur = 20°,6

Masse des Fadens = 5,001 g

Mittel = 498,78°

Correction für die Kuppe = + 23

Corrigirte Fadenlänge = 499,01° bei 19° C

Caliber-Correctionen.

(Vergl. auch Spalte 13 S. 461.)

	I.	II.
x_{-5}	0	0
x_{95}	− 0,91°	− 0,89°
x_{195}	− 1,05$_5$	− 1,02
x_{295}	− 2,07$_5$	− 2,03
x_{395}	− 5,38$_5$	− 5,32
x_{495}	− 9,59	− 9,51
x_{595}	− 13,98	− 13,92
x_{695}	− 16,37	− 16,32
x_{795}	− 14,87	− 14,84
x_{895}	− 9,22$_5$	− 9,21
x_{995}	0	0

I ist aus der Calibrirung mit dem Faden von 100° allein abgeleitet, II auf den durch den Faden von 500° bestimmten Werth des Striches 495 bezogen.

Normal-Widerstandsrohr No. XIV.

3. Mittlerer Querschnitt des Rohres, Intervall [— 5°: 995°], aus der Fadenlänge und dem Gewicht der Fäden.

Fäden von	Fadenlänge bei 19°	Gewicht	Mittl. Querschnitt
20°	20,16 mm	0,200 g	0,7321 mm²
100	$101{,}73_5$	$1{,}009_5$	0,7323
500	504,20	5,001	0,7320

Mittel[1]) = $0{,}7320_5$ mm²
im Intervall [— 5°: 995°] bei 19° C.

4. Zusammenstellung der relativen Querschnitte (*s*) und der reciproken Querschnitte (1 : *s*); Caliberfactor für das Intervall [— 5°: 995°].

Als definitives Resultat der Calibrirung mit den Fäden von 20°, 100° und 500° erhält man aus Spalte 13 (S. 461):

Intervall °	20 (*s*—1) aus Sp. 13 ° 1	Relativer Querschnitt *s* 2	Reciproker Querschnitt 1 : *s* 3	Intervall °	20 (*s*—1) aus Sp. 13 ° 1	Relativer Querschnitt *s* 2	Reciproker Querschnitt 1 : *s* 3	Intervall °	20 (*s*—1) aus Sp. 13 ° 1	Relativer Querschnitt *s* 2	Reciproker Querschnitt 1 : *s* 3
[—5: 15]	—0,15	0,9925	1,00756	[335 : 355]	—0,69	0,9655	1,03573	[675 : 695]	—0,19	0,9905	1,00959
[15: 35]	—0,15	0,9925	1,00756	[355 : 375]	—0,65	0,9675	1,03359	[695 : 715]	—0,13	0,9935	1,00654
[35: 55]	—0,22	0,9890	1,01112	[375 : 395]	—0,60	0,9700	1,03093	[715 : 735]	+0,12	1,0060	0,99404
[55: 75]	—0,20	0,9900	1,01010	[395 : 415]	—0,76	0,9620	1,03950	[735 : 755]	+0,36	1,0180	0,98232
[75: 95]	—0,17	0,9915	1,00857	[415 : 435]	—0,93	0,9535	1,04877	[755 : 775]	+0,50	1,0250	0,97561
[95 : 115]	—0,11	0,9945	1,00553	[435 : 455]	—0,89	0,9555	1,04657	[775 : 795]	+0,63	1,0315	0,96946
[115 : 135]	+0,04	1,0020	0,99800	[455 : 475]	—0,81	0,9595	1,04221	[795 : 815]	+0,81	1,0405	0,96108
[135 : 155]	+0,04	1,0020	0,99800	[475 : 495]	—0,80	0,9600	1,04167	[815 : 835]	+0,94	1,0470	0,95511
[155 : 175]	+0,01	1,0005	0,99950	[495 : 515]	—0,84	0,9580	1,04384	[835 : 855]	+1,10	1,0550	0,94787
[175 : 195]	—0,11	0,9945	1,00553	[515 : 535]	—0,87	0,9565	1,04548	[855 : 875]	+1,28	1,0640	0,93985
[195 : 215]	—0,09	0,9955	1,00452	[535 : 555]	—0,89	0,9555	1,04657	[875 : 895]	+1,50	1,0750	0,93023
[215 : 235]	—0,05	0,9975	1,00251	[555 : 575]	—0,90	0,9550	1,04712	[895 : 915]	+1,67	1,0835	0,92293
[235 : 255]	—0,13	0,9935	1,00654	[575 : 595]	—0,91	0,9545	1,04767	[915 : 935]	+1,75	1,0875	0,91954
[255 : 275]	—0,27	0,9865	1,01368	[595 : 615]	—0,78	0,9610	1,04058	[935 : 955]	+1,81	1,0905	0,91701
[275 : 295]	—0,47	0,9765	1,02407	[615 : 635]	—0,67	0,9665	1,03466	[955 : 975]	+1,90	1,0950	0,91324
[295 : 315]	—0,66	0,9670	1,03413	[635 : 655]	—0,46	0,9770	1,02354	[975 : 995]	+2,08	1,1040	0,90580
[315 : 335]	—0,69	0,9655	1,03573	[655 : 675]	—0,30	0,9850	1,01523	Summe	0,00	50,0000	50,08653

Hieraus ergiebt sich als Caliberfactor für das Intervall [—5°:995°]: $C = \frac{\Sigma \frac{1}{s}}{\Sigma s} = \frac{50{,}08653}{50} = 1{,}001731.$

5. Mikrometrische Ausmessung der Lage der Schnittflächen.

Die eine Endfläche liegt zwischen Strich 5° und 6°
„ andere „ „ „ „ 755° „ 756°.

Juni 1893.

Die Messung ergab das folgende Resultat:

Beob.: Wachsmuth.

A. Strich 6° bis 7° = 238 Trommeltheile
„ 6° „ Endfläche = 202 „

Also Endfläche bei 5,15°

$\alpha = \frac{15{,}00 - 5{,}15}{20} = +0{,}4925.$

B. Strich 753° bis 754° = 239 Trommeltheile
„ 754° „ Endfläche = 242 „

Endfläche bei 755,01°

$\beta = \frac{755{,}01 - 755{,}00}{20} = +0{,}0005$ (Text S. 401).

[1]) Bei der Bildung des Mittels erhielt jeder Werth das der betr. Fadenlänge entsprechende Gewicht.

Normal-Widerstandsrohr No. XIV.

6. Berechnung des Caliberfactors für das abgeschnittene Rohrstück [+ 5,15° : 755,01°].

Nach S. 402 des Textes ist der Caliberfactor

$$C = \frac{1}{(\alpha + n + \beta)^2} \left\{ \frac{\alpha}{\varkappa_\alpha} + \sum_1^n \frac{1}{\varkappa} + \frac{\beta}{\varkappa_\beta} \right\} \left\{ \alpha \varkappa_\alpha + \sum_1^n \varkappa + \beta \varkappa_\gamma \right\}$$

Hier ist $n = 37$, $\alpha = +0{,}495$, $\beta = +0{,}0005$, $\varkappa_\alpha = 0{,}9925$, $\varkappa_\gamma = 1{,}0250$, $\sum_1^n \frac{1}{\varkappa} = 37{,}82124$, $\sum_1^n \varkappa = 36{,}2090$, $\varkappa_1 = 0{,}9925$, $\varkappa_2 = 0{,}9890$, etc.

also

$$C = \frac{38{,}31797 \times 36{,}69831}{(37{,}4930)^2} = 1{,}000341.$$

(Unter der Annahme, dass das Rohr genau bei + 5° und bei 755° abgeschnitten wäre, also $\alpha = +0{,}50$, $\beta = 0$, erhält man $C = 1{,}000342$.)

II. Längenmessung bei 0°.

(Ausdehnungscoefficient des Glases 16 III.)

Das zwischen den Schnittflächen [5,15° : 755,01°] liegende Rohrstück wurde nach der Fühlhebel-Methode bei 4 Temperaturen mit dem zwischen den Strichen 42 mm und 800 mm liegenden Intervall des Maassstabes Martins No. 3 verglichen, dessen ganze Länge bei $t°$ durch die Gleichung

$M_3 = 1$ Meter − (13,9 − 18,07 t) μ gegeben ist. Correction des Striches 42 mm = − 3 μ

800 „ = + 2 μ

Beob.: Leman und Göpel.

Temperatur	Messung der Differenz $L_t - V = x + yt$.						Beobachtung		
	Oben	Unten	Hinten	Vorn	Mittel		Gesammtmittel	Rechnung	v
t	(o)	(u)	(h)	(v)	$\frac{o+u}{2}$	$\frac{h+v}{2}$			
	μ	μ	μ	μ	μ	μ	μ	μ	μ
+ 0,4°	− 435,4	458,5	− 415,9	− 477,3	− 447,0	− 446,6	− 446,8	− 446,7	− 0,1
+ 15,7	− 343,1	− 367,7	− 325,4	− 384,6	− 355,4	− 355,0	− 355,2	− 353,6	− 1,6
+ 19,0	− 326,7	− 339,1	− 302,9	− 356,5	332,9	− 329,7	− 331,3	− 333,6	+ 2,3
+ 30,5	− 252,5	− 277,7	− 235,4	− 291,7	− 265,1	− 263,5	− 264,3	− 263,7	− 0,6

Resultat: $L_0 - V = x = -449{,}1\ \mu \pm 0{,}7\ \mu$

$y = +\ 6{,}08\ \mu \pm 0{,}06\ \mu$

Das Intervall V des Maassstabes ist nach obiger Gleichung bei 16,5° . . . $V = 758$ mm + 220,4 μ, so dass man erhält:

Länge des Rohres, Intervall [5,15° : 755,01°] bei 0° . . . $L_0 = 757{,}7713$ mm ± 0,0007.

Ausdehnungscoefficient für 1° C . . . $E = \frac{6{,}08 \pm 0{,}06}{0{,}7578} = (8{,}022 \pm 0{,}080)\ \mu$ für 1° und 1 m zwischen 0° und 30°.

Normal-Widerstandsrohr No. XIV.

III. Auswägung des Rohrinhalts bei o°.

Bestimmung der bei 0° das Rohr füllenden Quecksilbermasse.

Vergl. Text S. 408; wegen der Correctionen und Volumina der Gewichte etc. vergl. Rohr XI S. 457; die hier gleichfalls benutzten Wägungen No. 8, 9, 16, 17 und 27 siehe ebendaselbst.

Volumen von Gläschen No. 11 = 1,735 ml (27°)
" " " " 12 = 1,640 "
" " " " 13 = 1,805 "

Juni und Juli 1891. Beob.: Kreichgauer und Jaeger.

No.	Datum	*A*	*B* (Nominell)	*A B* Scalentheile	*B A* Scalentheile	*E* 1 Sc. = Th. –	Barometer corrig	Temp. corrig	Differ. d. Vol *A–B*	Correct. auf d. Vacuum	Correct. der Gewichte	Differenz *A–B*	Corrigirtes Gewicht
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
			g			mg	mm	°	ml	mg	mg	mg	g
5	1891 Juni 24.	*Gl* 11	4,3220	10,55	10,28	0,18²)	758,5	18,6	1,270	+ 1,530	+ 0,071	+ 0,025	4,32362$_5$
7	" " 25.	*Gl* 11 + *Hg* XIV	11,7075	11,57	10,22	0,18²)	757,7	18,3	1,010	+ 1,217	+ 0,165	+ 0,121	11,70900$_5$
11	" " 27.	*Gl* 11 + *Hg* XIV	11,7070	14,30	6,50	0,18²)	754,8	20,0	1,010	+ 1,207	+ 0,155	+ 0,702	11,70906$_5$
12	" Juli 4.	*Gl* 12 + *Hg* XIV	11,4650	11,73	9,25	0,18²)	755,5	21,6	0,925	+ 1,105	+ 0,067	+ 0,223	11,46639$_5$
15	" " "	*Gl* 12 + *Hg* XIV	11,4652	12,46	11,62	0,17	755,5	21,6	0,925	+ 1,105	+ 0,074	+ 0,073	11,46645
19	" " 8.	*Gl* 12 + *Hg* XIV	11,4652	12,27	10,81	0,18	752,0	20,6	0,925	+ 1,101	+ 0,074	+ 0,131	11,46650$_5$
20	" " 13.	*Gl* 11 + *Hg* XIV	11,7075	12,45	11,90	0,18²)	760,0	19,6	1,010	+ 1,217	+ 0,165	+ 0,050	11,70893
23	" " 15.	*Gl* 12 + 0,3 mg	4,0800	11,97	12,81	0,19	753,4	19,1	1,185	+ 1,422	+ 0,026	– 0,079	4,08107
25	" " 16.	*Gl* 12 + *Hg* XIV	11,4650	12,61	11,16	0,18²)	755,6	20,0	0,925	+ 1,110	+ 0,067	+ 0,130	11,46630$_5$³)
28	" " 17.	*Gl* 12 + *Hg* XIV	11,4651	12,43	11,68	0,19	755,4	19,6	0,925	+ 1,105	+ 0,072	+ 0,070	11,46651$_5$
30	" " 21.	*Gl* 13 + 0,3 mg	4,4950	11,73	11,93	0,17	760,1	19,6	1,330	+ 1,603	+ 0,027	– 0,017	4,49631$_5$
32	" " 22.	*Gl* 13 + *Hg* XIV + 0,1 mg	11,8800	10,84	10,41	0,18²)	758,6	20,0	1,075	+ 1,290	+ 0,180	+ 0,036	11,88140$_5$
33	" " "	*Gl* 13 + 5,3 mg	4,5000	10,15	10,09	0,18²)	758,6	20,0	1,330	+ 1,596	+ 0,011	+ 0,004	4,49631
35	" " 24.	*Gl* 13 + *Hg* XIV	11,8800	11,44	9,71	0,19	757,4	19,8	1,075	+ 1,290	+ 0,167	+ 0,163	11,88162
38	" " 27.	*Gl* 13 + 0,3 mg	4,4950¹)	9,62	11,27	0,18	753,3	19,6	1,330	+ 1,589	+ 0,122	– 0,145	4,49626$_5$
39	" " 28.	*Gl* 13 + *Hg* XIV	11,8800	11,56	10,27	0,18	751,5	19,4	1,075	+ 1,279	+ 0,167	+ 0,113	11,88156

Aus diesen Wägungen ergeben sich die folgenden Gewichte für die einzelnen Füllungen des Rohres mit Quecksilber bei 0°. In Spalte 2 ist die Bildungsweise der Gewichte aus den obigen Nummern angegeben, in Spalte 3 das betreffende Wägegläschen; Spalte 5 (*v*) enthält die Abweichung der einzelnen Wägungen vom Mittel.

Lfd. No.	No.	Bem	Masse des Quecksilbers	*v* $^1/_{100}$ mg	Lfd. No.	No.	Bem	Masse des Quecksilbers	*v* $^1/_{100}$ mg
1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
			g					g	
1	No. 7 – No. 5	*Gl* 11	7,38538	– 5	6	No. 25 – No. 23	*Gl* 12	7,38536$_5$	– 3$_5$
2	" 11 – " 8	*Gl* 11	7,38538$_5$	– 5$_5$	7	" 28 – " 27	*Gl* 12	7,38553	– 20
3	$\frac{\text{No. 12 + No. 15}}{2}$ – " 9	*Gl* 12	7,38526$_5$	+ 6$_5$	8	" 32 – " 30³)	*Gl* 13	7,38509	+ 24
4	No. 19 – " 17	*Gl* 12	7,38542$_5$	– 9$_5$	9	" 35 – " 33	*Gl* 13	7,38531	+ 2
5	" 20 – " 16	*Gl* 11	7,38526$_5$	+ 6$_5$	10	" 39 – " 38	*Gl* 13	7,38529$_5$	+ 3$_5$

Mittel = 7,38533 g ± 0,00002 g
Correction (Text S. 411) = – 15

Endresultat: Corrigirte Masse = 7,38518 g

Unter Annahme des specifischen Gewichtes des Quecksilbers bei 0° zu 13,5956 entspricht diese Masse dem **Volumen** von 0,543204 ml des Rohrinnern bei 0° und dem **mittleren Querschnitt** von 0,716844 mm² im Intervall [5,15° : 755,01°] bei 0°.

¹) Hier sind 4 g zusammengesetzt aus 3 g + 1 g.

²) Bei diesen Wägungen ist für *E* der Mittelwerth 0,18 mg angenommen.

³) Hierzu kommt noch eine Correction von + 0,128 mg für einen kleinen, besonders gewogenen Quecksilbertropfen. (Auf der Spitzenwage gewogen.)

Normal-Widerstandsrohr No. XIV.

IV. Berechnung des elektrischen Widerstandes bei 0°.

(Vergl. Text S. 412).

1. Widerstand des Rohres selbst.

Bezeichnungen siehe bei Rohr No. XI. (S. 459.)

$$W = 10^{-6}\,\frac{C \,.\, d \,.\, L^2}{G} = 1{,}057455 \text{ S.-E. bei } 0^{\circ}.$$

$$W_1 = \frac{W}{1{,}06} = 0{,}997599 \text{ legale Ohm bei } 0^{\circ}.$$

$$W_2 = \frac{14{,}4521}{(1063)^2} \,.\, C\,\frac{L^2}{G} = 0{,}994782 \text{ internationale Ohm bei } 0^{\circ}.$$

2. Ausbreitungswiderstand.

Factor $\alpha = 0{,}80$.

$$\text{Endquerschnitt bei } 5^{\circ} = 0{,}9925 \times 0{,}732367^{1)} = 0{,}72687 \text{ mm}^2$$

$$\text{„} \quad \text{„} \quad 755^{\circ} = 1{,}0215 \times 0{,}732367^{1)} = 0{,}74811 \text{ mm}^2$$

$$\text{Radius bei } 5^{\circ} \quad r_1 = 0{,}48101 \text{ mm}$$

$$\text{„} \quad \text{„} \quad 755^{\circ} \quad r_2 = 0{,}48799 \text{ „}$$

$$\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = 4{,}128 \text{ mm}^{-1}.$$

Der Ausbreitungswiderstand A ist also:

$$A = 10^{-3}\,\frac{\alpha}{\pi}\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) = 0{,}001051 \text{ S.-E.}$$

$$A_1 = 0{,}000991_5 \text{ legale Ohm.}$$

$$A_2 = 0{,}000989 \text{ internationale Ohm.}$$

[1] Mittlerer Querschnitt des Intervalls $[-5^{\circ} : 995^{\circ}] = 0{,}716844\,\frac{\alpha + n + \beta}{\alpha x_{\alpha} + \Sigma x + \beta x_{\beta}}$ (Vergl. S. 464).

B. Elektrische Widerstandsmessungen.

I. Widerstandssatz von Siemens & Halske No. 5039.

(Nickelin, richtig bei 15°.)

Werthe der einzelnen Widerstände bei 20° in legalen Ohm.

Zu jedem Widerstand gehören zwei Kupferzuleitungen à 0,00045 Ohm, welche in den folgenden Werthen mitgerechnet sind. Der Widerstand jedes Stöpsels ist 0,00015 Ohm; Temperaturcoefficient = 0,000205 pro Grad.

Bezeichnung Ohm	Werth bei 20° in leg. Ohm	Bezeichnung Ohm	Werth bei 20° in leg. Ohm
[1000]	1001,01	[30]	30,031
[500]	500,58	[20]	20,021
[400]	400,49	[10]	10,008
[300]	300,38	[5]	5,0027
[200]	200,21	[4]	4,0017
[100]	100,100	[3]	3,0012
[50]	50,054	[2]	2,0002
[40]	40,045	[1]	1,0000

II. Manganinwiderstände No. 148, 149, 150, 151 bez. 148a, 149a, 150a, 151.

1. Temperaturcoefficienten.

December 1891. Beob.: Kreichgauer und Jaeger.

Bezeichnung	Temperatur[1] von		Differenz		v	Bezeichnung	Temperatur[1] von		Differenz		v
$A - B$	A	B	beobachtet Leg. Ohm	berechnet Leg. Ohm	10^{-6} Ohm	$A - B$	A	B	beobachtet Leg. Ohm	berechnet Leg. Ohm	10^{-6} Ohm
$\frac{1}{[149]} - \frac{1}{[148]}$	24,7°	5,3°	0,000 489	0,000 488	+ 1	$\frac{1}{[149]} - \frac{1}{[151]}$	24,6°	6,9°	0,000 247	0,000 243	+ 4
$\frac{1}{[148]} - \frac{1}{[150]}$	24,5	5,1	0,000 484	0,000 487	− 3	$\frac{1}{[149]} - \frac{1}{[148]}$	24,1	6,6	0,000 147	0,000 150	− 3
$\frac{1}{[148]} - \frac{1}{[151]}$	24,5	5,2	0,000 526	0,000 526	0	$\frac{1}{[150]} - \frac{1}{[149]}$	24,9	18,05	0,000 024	$0{,}000\,024_5$	-0_5
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[150]}$	23,8	6,6	0,000 379	0,000 374	+ 5	$\frac{1}{[150]} - \frac{1}{[151]}$	25,3	18,1	0,000 075	0,000 070	+ 5
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[148]}$	23,65	6,3	0,000 323	0,000 322	+ 1	$\frac{1}{[148]} - \frac{1}{[150]}$	18,1	25,45	0,000 019	0,000 024	− 5
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[149]}$	23,95	6,2	0,000 399	0,000 394	+ 5	$\frac{1}{[149]} - \frac{1}{[150]}$	9,8	9,8	0,000 040	$0{,}000\,040_5$	-0_5
$\frac{1}{[149]} - \frac{1}{[150]}$	26,5	7,1	0,000 191	0,000 190	+ 1						

Aus diesen Beobachtungen ergeben sich die folgenden, zwischen 5° und 25° gültigen Formeln zur Reduction der Widerstände auf 18°:

Reductions-formeln:

No. $148_t = 148_{18^\circ}[1 + 19{,}0 \times 10^{-6}(t - 18) - 0{,}55 \times 10^{-6}(t - 18)^2]$ (auch gültig für No. 148a, vergl. S. 423)

" $149_t = 149_{18}[1 + 9{,}2 \times 10^{-6}(t - 18) - 0{,}54 \times 10^{-6}(t - 18)^2]$

" $150_t = 149_{18^\circ}[1 + 5{,}6 \times 10^{-6}(t - 18) - 0{,}50 \times 10^{-6}(t - 18)^2]$ (auch gültig für No. 150a, vergl. S. 423)

" $151_t = 150_{18^\circ}[1 + 20{,}8 \times 10^{-6}(t - 18) - 0{,}52 \times 10^{-6}(t - 18)^2]$

[1]) Die Temperaturen beziehen sich auf die Temperaturscala der Thermometer aus Jenaer Glas 16[III].

Manganinwiderstände.

Aus den Vergleichungen der 4 Widerstände bei 18° (S. 427, Tabelle) und aus den vorstehenden Formeln erhält man die unter „Berechnet" angegebenen Zahlen; die mit v bezeichnete Spalte enthält die Differenzen zwischen Beobachtung und Rechnung.

Vom September 1892 ab wurden die Widerstände theilweise abgeändert, da Isolationsfehler vorhanden waren. Bei No. 148 wurde der Nebenschluss abgewickelt; bei No. 150 wurde ein neuer Nebenschluss aufgewickelt und No. 149 wurde ganz neu gewickelt, während No. 151 ungeändert blieb. Die neuen Widerstände sind von nun an mit No. 148a, 149a, 150a bezeichnet. No. 148a und No. 150a besitzen dieselben Temperaturcoefficienten, wie No. 148 und No. 150; derjenige von No. 149a wurde im April 1894 durch Vergleichung mit No. 150a bestimmt.

6. April 94. **Temperaturcoefficient von No. 149a.** Beob.: Jaeger.

Bezeichnung $A - B$	Temperatur von A	Temperatur von B	Differenz Beobachtet leg. Ohm	Differenz Berechnet leg. Ohm	v 10^{-6} Ohm
$\frac{1}{[150a]} - \frac{1}{[149a]}$	8°,7	17°,4	− 0,000164	− 0,000160$_5$	− 3$_5$
$\frac{1}{[150a]} - \frac{1}{[149a]}$	10,65	17,9	− 0,000116$_5$	− 0,000121$_5$	+ 5$_5$
$\frac{1}{[150a]} - \frac{1}{[149a]}$	32,3	19,3	+ 0,000132	+ 0,000133	− 1

NB. Die Vergleichung bei 18° siehe S. 428, Tabelle.

Hieraus folgt $149a_t = 149a_{18}\,[1 + 15{,}3 \times 10^{-6}\,(t - 18) - 0{,}49 \times 10^{-6}\,(t - 18)^2]$.

2. Vergleichung der vier Manganinwiderstände zu verschiedenen Zeiten.

α. Vergleichung der Manganin-Normale No. 148, 149, 150, 151 unter einander.

Hauptstrom = 0,02 bis 0,04 *Am.* **1. Vergleichung im December 1891.** Beob.: Kreichgauer und Jaeger.

Lfde. No.	Datum	Bezeichnung $A - B$	Temperatur von A	Temperatur von B	Nebenschluss (Nominell) leg. Ohm	Ausschlag Scalentheile	Differenz Beobachtet leg. Ohm	Differenz Reducirt[1] auf 18° leg. Ohm	Differenz Berechnet für 18° leg. Ohm	v 10^{-6} Ohm
1	2. XII. 91	$\frac{1}{[149]} - \frac{1}{[150]}$	17°,1	17°,1	40000 ∞	+ 2,3 − 2,5	+ 0,000017$_5$	+ 0,000014	+ 0,000014	0
2	"	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[150]}$	17,7	17,7	17000 17500	+ 0,4 − 0,3	+ 0,000061	+ 0,000057	+ 0,000055	+ 2
3	"	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[149]}$	17,9	17,9	22000 25000	+ 2,0 − 0,5	+ 0,000042	+ 0,000041	+ 0,000041	0
4	3. XII. 91	$\frac{1}{[148]} - \frac{1}{[149]}$	18,4	18,4	8300 9000	+ 2,4 − 0,9	+ 0,000118	+ 0,000122	+ 0,000121	+ 1
5	"	$\frac{1}{[148]} - \frac{1}{[150]}$	18,5	18,5	7000 9000	+ 7,0 − 4,2	+ 0,000126	+ 0,000132$_5$	+ 0,000135	− 2$_5$
6	"	$\frac{1}{[148]} - \frac{1}{[151]}$	18,5	18,5	12000 13000	+ 2,0 − 0,7	+ 0,000082	+ 0,000081	+ 0,000080	+ 1

Hieraus ergeben sich die folgenden relativen Widerstände:

$\frac{1}{[148]} = A + 0{,}000084$ leg. Ohm bei 18° $\frac{1}{[150]} = A - 0{,}000051$ leg. Ohm bei 18° $r_B = \pm 0{,}000001$ Ohm

$\frac{1}{[149]} = A - 0{,}000037$ " " " " $\frac{1}{[151]} = A + 0{,}000004$ " " " " $r_e = \pm 0{,}000000_5$ "

Hierbei ist $A = \frac{1}{4}\left\{\frac{1}{[148]} + \frac{1}{[149]} + \frac{1}{[150]} + \frac{1}{[151]}\right\}$

[1] An diesen Zahlen ist noch eine kleine Correction wegen der magnetischen Fernwirkung eines anderen Galvanometers angebracht.

Manganinwiderstände.

Hauptstrom 0,015 *Am.* **2. Vergleichung am 3. und 4. August 1892.** Beob.: Kreichgauer und Jaeger.

Lfde. No.	Datum	Bezeichnung $A - B$	Temperatur von A	Temperatur von B	Nebenschluss (Nominell) leg. Ohm	Ausschlag Scalentheile	Differenz Beobachtet leg. Ohm	Differenz Reducirt auf 18° leg. Ohm
1	3. VIII. 92	$\frac{1}{[148]} - \frac{1}{[149]}$	21,8	21,8	10000 20000	+ 2,7 — 4,4	+ 0,000081	+ 0,000118
2	"	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[149]}$	21,9	21,9	50000 ∞	+ 0,6 — 2,8	— 0,000016	+ 0,000031
3	"	$\frac{1}{[148]} - \frac{1}{[151]}$	22,0	22,0	10000 20000	+ 1,3 — 5,8	+ 0,000091	+ 0,000083
4	4. VIII. 92	$\frac{1}{[148]} - \frac{1}{[151]}$	21,0	21,0	10000 15000	+ 1,1 — 3,6	+ 0,000092	+ 0,000086
5	"	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[149]}$	21,6	21,6	60000	+ 0,8 — 1,9	— 0,000012	+ 0,000030
6	"	$\frac{1}{[148]} - \frac{1}{[149]}$	21,7	21,7	10000 20000	+ 2,9 — 4,1	+ 0,000079	+ 0,000114

Die Reihe vom 4. VIII hat das doppelte Gewicht erhalten, da die Beobachtungen sorgfältiger angestellt waren; als Mittel erhält man dann:

	Beobachtet leg. Ohm	Berechnet leg. Ohm	r
$\frac{1}{[148]} - \frac{1}{[149]} =$	+ 0,000115	+ 0,000116	+ 1
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[149]} =$	+ $0{,}000030_5$	+ 0,000031	+ 0_5
$\frac{1}{[148]} - \frac{1}{[151]} =$	+ 0,000085	+ 0,000085	0

$$r_B = \pm 0{,}00000 \text{ Ohm}$$
$$r_c = \pm 0{,}000000 \text{ „}$$

Resultat:

$$\frac{1}{[148]} = B + 0{,}000067 \text{ leg. Ohm bei } 18^\circ$$
$$\frac{1}{[149]} = B - 0{,}000049 \text{ „ „ „ „}$$
$$\frac{1}{[151]} = B - 0{,}000018 \text{ „ „ „ „}$$
$$B = \frac{1}{3}\left[\frac{1}{[148]} + \frac{1}{[149]} + \frac{1}{[151]}\right]$$

Hauptstrom = 0,015 *Am.* **3. Vergleichung am 8. September 1892.** Beob.: Kreichgauer und Jaeger

Lfde. No.	Datum	Bezeichnung A	Bezeichnung B	Temperatur von A	Temperatur von B	Nebenschluss (Nominell) leg. Ohm	Ausschlag Scalentheile	Beobachtet leg. Ohm	Differenz Reducirt auf 18° leg. Ohm	Differenz Berechnet für 18° leg. Ohm	r 10^{-6} Ohm
1	8. IX. 92.	$\frac{1}{[151]}$ —	$\frac{1}{[150]}$	18°,0	18°,0	20000 50000	+ 1,8 — 2,7	+ 0,000038	+ 0,000038	+ 0,000038	0
2	"	$\frac{1}{[148]}$ —	$\frac{1}{[150]}$	18,1	18,1	10000 20000	— 4,0 — 11,7	+ 0,000126	+ $0{,}000127_5$	+ 0,000128	+ 0_5
3	"	$\frac{1}{[149]}$ —	$\frac{1}{[150]}$	$18{,}2_5$	$18{,}2_5$	20000 ∞	+ 5,1 — 2,4	+ $0{,}000016_5$	+ $0{,}000017_5$	+ 0,000018	+ 0_5
4	"	$\frac{1}{[148]}$ —	$\frac{1}{[149]}$	$18{,}3_5$	$18{,}3_5$	10000 20000	— 0,9 — 8,5	+ 0,000106	+ 0,000110	+ 0,000110	0
5	"	$\frac{1}{[151]}$ —	$\frac{1}{[149]}$	$18{,}4_5$	$18{,}4_5$	30000 ∞	+ 2,7 — 2,3	+ 0,000015	+ $0{,}000020_5$	+ 0,000020	— 0_5
6	"	$\frac{1}{[148]}$ —	$\frac{1}{[151]}$	18,5	18,5	10000 20000	+ 1,3 — 6,3	+ 0,000091	+ 0,000090	+ 0,000090	0

Hieraus ergeben sich die folgenden relativen Werthe:

$$\frac{1}{[148]} = C + 0{,}000082 \text{ leg. Ohm bei } 18^\circ \qquad \frac{1}{[150]} = C - 0{,}000046 \text{ leg. Ohm bei } 18^\circ \qquad r_B = 0{,}000000 \text{ Ohm}$$
$$\frac{1}{[149]} = C - 0{,}000028 \text{ „ „ „ „} \qquad \frac{1}{[151]} = C - 0{,}000008 \text{ „ „ „ „} \qquad r_c = 0{,}000000 \text{ „}$$

$$C = \frac{1}{4}\left[\frac{1}{[148]} + \frac{1}{[149]} + \frac{1}{[150]} + \frac{1}{[151]}\right]$$

Manganinwiderstände.

β. Vergleichung der veränderten Widerstände No. 148a, 149a, 150a, 151.

4. Vereinzelte Messungen vom 23. September 1892 bis 20. Februar 1893.

Hauptstrom = 0,015 *Am.* Zuleitung = 0,017 Ohm. Beob.: Jaeger.

Lfde No.	Datum	Bezeichnung A − B	Temperatur von A	Temperatur von B	Nebenschluss (Nominell) leg. Ohm	Ausschlag Scalentheile	Differenz Beobachtet leg. Ohm	Differenz Reducirt auf 18° leg. Ohm
1	23. IX. 92	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[148a]}$	18,7°	18,7°	69 70	+ 28,5 − 3,2	+ 0,0014294	+ 0,014295
2	1. X. 92	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[148a]}$	16,9	16,9	69 70	+ 28,0 − 4,7	+ 0,014306	+ 0,014303
3	"	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[150a]}$	17,2	17,2	1080 1150	+ 3,0 − 5,5	+ 0,000905	+ 0,000893
4	10. X. 92[1]	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[150a]}$	15,0	15,0	1050 1100	+ 2,1 − 4,7	+ 0,000940	+ 0,000895
5	"	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[150a]}$	15,5	15,5	1050 1100	+ 3,2 − 3,7	+ 0,000933	+ 0,000897
6	"	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[150a]}$	15,3	15,3	1050 1100	+ 2,9 − 3,9	+ 0,000935	+ 0,000894
7	"	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[150a]}$	$15{,}4_5$	$15{,}4_5$	1050 1100	+ 3,0 − 3,7	+ 0,000934	+ 0,000895
8	"	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[150a]}$	$15{,}5_5$	$15{,}5_5$	1050 1100	+ 2,8 − 3,5	+ 0,000934	+ 0,000897
9	"	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[150a]}$	$14{,}7_5$	$14{,}7_5$	1040 1090	+ 2,7 − 3,7	+ 0,000943	+ 0,000894
10	"	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[150a]}$	14,8	14,8	1030 1080	+ 4,0 − 2,2	+ 0,000942	+ 0,000893
11	21. X. 92	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[150a]}$	18,1	18,1	1100 1200	+ 2,6 − 8,3	+ 0,000891	$+ 0{,}000892_5$
12	13. XI. 92	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[148a]}$	15,5	15,5	69 70	+ 27,5 − 3,0	+ 0,014304	+ 0,014300
13	12. I. 93	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[150a]}$	$16{,}2_5$	$16{,}2_5$	1050 1150	+ 4,8 − 6,6	+ 0,000917	+ 0,000888
14	17. II. 93	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[148a]}$	18,7	18,7	70 { 9000[2] ∞	+ 11,1 − 2,3	+ 0,014293	+ 0,004294
15	20. II. 93	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[150a]}$	18,5	18,5	1100 1200	+ 2,7 − 6,5	+ 0,000887	+ 0,000895

Mittelwerthe bei 18° C.

Bezeichnung	Sept.–Oct. 1892 leg. Ohm	Jan.–Febr. 1893 leg. Ohm
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[148a]}$	+ 0,014298	+ 0,014297
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[150a]}$	+ 0,000894	+ 0,000891

[1]) Bei den Messungen vom 10. X. 1892 ist auch die Methode der Doppelbrücke (vergl. S. 419) angewandt worden; die damit erhaltenen Werthe stimmen mit dem Mittel dieser Zahlen bis auf 1 Milliontel Ohm überein.

[2]) Das eine Mal wurde ein Nebenschluss von 70 Ohm genommen, das andere Mal an diesen noch ein zweiter Nebenschluss von 9000 Ohm gelegt. Mit 69 Ohm erhielt man einen Ausschlag von + 22,0 Scalentheilen, was mit den obigen Zahlen bis auf 2×10^{-6} Ohm übereinstimmt.

Manganinwiderstände.

5. Vergleichung der Manganinwiderstände am 26. und 29. Juni 1893.

Hauptstrom = 0,005 *Am.* Zuleitung = 0,017 Ohm. Beob.: Jaeger.

Lfde. No.	Datum	Bezeichnung $A - B$	Temperatur von A	Temperatur von B	Temperatur von Nebenschluss	Nebenschluss (Nominell) leg. Ohm	Ausschlag Scalentheile	Differenz — Beobachtet leg. Ohm	Differenz — Reducirt auf 18° leg. Ohm
1	26. VI. 93	$\frac{1}{[149a]} - \frac{1}{[148a]}$	21,4°	21,4°	21,5°	74 75	— 3,7 + 5,1	+ 0,013416	+ 0,013404
2	„	$\frac{1}{[150a]} - \frac{1}{[148a]}$	21,5	21,5	21,5	74 75	— 2,5 + 6,6	+ 0,013442	+ 0,013396
3	„	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[148a]}$	21,5	21,5	21,5	70 71	+ 1,0 + 11,0	+ 0,014282	+ 0,014290
4	„	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[150a]}$	21,5	21,5	21,5	1000 1500	— 8,2 + 8,1	+ 0,000833	+ 0,000886
5	„	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[149a]}$	21,5	21,5	21,5	1000 1500	— 6,2 + 10,0	+ 0,000872	+ 0,000891
6	„	$\frac{1}{[150a]} - \frac{1}{[149a]}$	21,5	21,5	21,5	2500 ∞	— 18,0 + 1,5	+ 0,000031	— 0,000003
7	29. VI. 93	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[149a]}$	22,7	22,7	22,8	1000 1500	+ 7,0 — 9,8	+ 0,000860	+ 0,000884
8	„	$\frac{1}{[150a]} - \frac{1}{[149a]}$	22,7	22,7	22,8	2500 ∞	+ 17,7 — 3,0	+ 0,000058	+ 0,000012₅
9	„	$\frac{1}{[150a]} - \frac{1}{[148a]}$	22,8	22,8	23,0	74 75	+ 1,7 — 7,3	+ 0,013453	+ 0,013390
10	„	$\frac{1}{[149a]} - \frac{1}{[148a]}$	22,8	22,8	23,0	74 75	+ 4,1 — 5,2	+ 0,013408	+ 0,013392
11	„	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[148a]}$	22,9	22,9	23,1	69 71	+ 9,5 — 10,9	+ 0,014275	+ 0,014283
12	„	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[150a]}$	23,0	23,0	23,2	1000 1500	+ 9,5 — 7,5	+ 0,000813	+ 0,000889
13	30. VI. 93	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[150a]}$	22,4	22,4	22,4	1000 1500	+ 8,9 — 7,7	+ 0,000820	+ 0,000886

Mittelwerthe und Ausgleichung.

Bezeichnung $A - B$	Beobachtet leg. Ohm	Berechnet leg. Ohm	v 10^{-6} Ohm
$\frac{1}{[149a]} - \frac{1}{[148a]}$	+ 0,013398	+ 13395	+ 3
$\frac{1}{[150a]} - \frac{1}{[148a]}$	+ 0,013393	+ 13397	— 4
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[148a]}$	+ 0,014286₅	+ 14284	+ 2₅
$\frac{1}{[150a]} - \frac{1}{[149a]}$	+ 0,000005	+ 2	+ 3
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[149a]}$	+ 0,000887₅	+ 889	— 1₅
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[150a]}$	+ 0,000887	+ 887	0

Resultat:

$$\frac{1}{[148a]} = b - 0{,}010269 \text{ leg. Ohm bei } 18^\circ \text{ C.} \qquad \frac{1}{[150a]} = b + 0{,}003128 \qquad r_B = \pm\, 0{,}0000025 \text{ Ohm}$$

$$\frac{1}{[149a]} = b + 0{,}003126 \quad „ \quad „ \quad „ \quad „ \qquad \frac{1}{[151]} = b + 0{,}004015 \qquad r_c = \pm\, 0{,}000001 \quad „$$

$$b = \frac{1}{4}\left[\frac{1}{[148a]} + \frac{1}{[149a]} + \frac{1}{[150a]} + \frac{1}{[151]}\right]$$

Manganinwiderstände.

6. Vergleichung der Manganinwiderstände am 24. November 1893.

Hauptstrom = 0,01 *Am.* Zuleitung = 0,017 Ohm. Beob.: Jaeger.

Lfde. No.	Datum	Bezeichnung A — B	Temperatur von A	Temperatur von B	Temperatur von Nebenschluss	Nebenschluss (Nominell) leg. Ohm	Ausschlag Scalentheile	Beobachtet leg. Ohm	Differenz Reducirt auf 18° leg. Ohm	Differenz Berechnet leg. Ohm	r 10^{-6} Ohm
1	24. XI. 93	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[148a]}$	18,40	18,64	18,3	69 71	+ 17,6 — 19,3	+ 0,014285	+ 0,014281	+ 0,014284	— 3
2	„	$\frac{1}{[150a]} - \frac{1}{[148a]}$	18,40	18,64	18,4	74 75	+ 8,0 — 9,0	+ 0,013416	+ 0,013406	+ 0,013406	0
3	„	$\frac{1}{[149a]} - \frac{1}{[148a]}$	18,64	18,46	18,5	74 75	+ 9,2 — 6,3	+ 0,013394	+ 0,013392	+ 0,013390	+ 2
4	„	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[149a]}$	18,46	18,68	18,6	1000 1200	+ 9,3 — 5,9	+ 0,000897	+ 0,000896	+ 0,000894	+ 2
5	„	$\frac{1}{[150a]} - \frac{1}{[149a]}$	18,50	18,71	18,7	10000 ∞	+ 7,0 — 2,4	+ $0{,}000025_5$	+ $0{,}000017_5$	+ 0,000016	+ 1_5
6	„	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[150a]}$	18,53	18,62	18,7	1000 1200	+ 11,9 — 3,5	+ 0,000871	+ 0,000879	+ 0,000878	+ 1

Resultat:

$\frac{1}{[148a]} = c - 0{,}010270$ leg. Ohm bei 18° C. $\qquad \frac{1}{[150a]} = c + 0{,}003136$ leg. Ohm bei 18° C. $\qquad r_B = \pm 0{,}000002$ Ohm

$\frac{1}{[149a]} = c + 0{,}003120$ „ „ „ „ $\qquad \frac{1}{[151]} = c + 0{,}004014$ „ „ „ „ $\qquad r_c = \pm 0{,}000001$ „

$$c = \frac{1}{4}\left[\frac{1}{[148a]} + \frac{1}{[149a]} + \frac{1}{[150a]} + \frac{1}{[151]}\right]$$

7. Vergleichung der Manganinwiderstände am 16. April 1894.

Hauptstrom = 0,01 *Am.* Zuleitung = 0,017 Ohm. Beob.: Jaeger.

Lfde. No.	Datum	Bezeichnung A — B	Temperatur von A	Temperatur von B	Temperatur von Nebenschluss	Nebenschluss (Nominell) leg. Ohm	Ausschlag Scalentheile	Beobachtet leg. Ohm	Differenz Reducirt auf 18° leg. Ohm	Differenz Berechnet leg. Ohm	r 10^{-6} Ohm
1	16. IV. 94	$\frac{1}{[149a]} - \frac{1}{[148a]}$	18,70	18,70	19,0	74 75	— 9,4 + 6,5	+ 0,013394	+ $0{,}013391_5$	+ 0,013397	+ 5_5
2	„	$\frac{1}{[150a]} - \frac{1}{[148a]}$	19,00	18,70	19,0	74 75	— 6,7 + 9,5	+ 0,013426	+ 0,013418	+ 0,013414	— 4
3	„	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[148a]}$	19,00	18,75	19,1	69 70	— 17,8 + 1,3	+ 0,014286	+ 0,014291	+ 0,014289	— 2
4	„	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[149a]}$	19,05	18,80	19,2	1000 1200	— 11,1 + 4,4	+ 0,000880	+ 0,000889	+ 0,0000892	+ 3
5	„	$\frac{1}{[150a]} - \frac{1}{[149a]}$	19,10	18,80	19,3	10000 ∞	— 7,2 + 1,7	+ 0,000019	+ $0{,}000012_5$	+ 0,000017	+ 4_5
6	„	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[150a]}$	19,15	19,15	19,4	1000 1200	— 12,7 + 2,3	+ 0,000858	+ 0,000 875	+ 0,000875	0

Resultat:

$\frac{1}{[148a]} = d - 0{,}010275$ leg. Ohm bei 18° C. $\qquad \frac{1}{[150a]} = d + 0{,}003139$ leg. Ohm bei 18° C. $\qquad r_B = \pm 0{,}000003$ Ohm

$\frac{1}{[149a]} = d + 0{,}003122$ „ „ „ „ $\qquad \frac{1}{[151]} = d + 0{,}004014$ „ „ „ „ $\qquad r_c = \pm 0{,}000001$ „

$$d = \frac{1}{4}\left[\frac{1}{[148a]} + \frac{1}{[149a]} + \frac{1}{[150a]} + \frac{1}{[151]}\right]$$

Manganinwiderstände.

8. Vergleichung der Manganinwiderstände am 23. und 24. November 1894.

Hauptstrom = 0,01 *Am*. Zuleitung = 0,017 Ohm. Beob. Jaeger.

Lfde. No.	Datum	Bezeichnung $A - B$	Temperatur von A	Temperatur von B	Temperatur von Nebenschluss	Nebenschluss (Nominell) leg. Ohm	Ausschlag Scalentheile	Differenz Beobachtet leg. Ohm	Differenz Reducirt auf 18° leg. Ohm
1	23. XI. 94	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[150a]}$	16°,25	16°,25	17°,0	1000 1200	+ 9,4 − 4,1	+ 0,000884	+ 0,000857
2	"	$\frac{1}{[150a]} - \frac{1}{[149a]}$	16,35	16,20	"	10000 ∞	+ 6,8 − 1,2	+ 0,000015	+ 0,000034
3	"	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[149a]}$	16,40	16,20	"	1000 1200	+ 8,0 − 5,6	+ 0,000902	+ 0,000896
4	"	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[148a]}$	16,40	16,25	"	69 71	+ 16,9 − 17,1	+ 0,014281	+ 0,014281
5	"	$\frac{1}{[150a]} - \frac{1}{[148a]}$	16,45	16,30	"	74 75	+ 9,7 − 5,7	+ 0,013391	+ 0,013415
6	"	$\frac{1}{[149a]} - \frac{1}{[148a]}$	16,30	16,30	"	74 75	+ 10,8 − 4,5	+ 0,013377	+ 0,013384
7	24. XI. 94	$\frac{1}{[149a]} - \frac{1}{[148a]}$	16,90	16,90	"	74 75	+ 10,7 − 4,5	+ 0,013377	+ 0,013382
8	"	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[148a]}$	16,80	16,90	"	69 71	+ 17,3 − 17,3	+ 0,014279	+ 0,014274
9	"	$\frac{1}{[150a]} - \frac{1}{[148a]}$	16,80	16,85	"	74 75	+ 8,5 − 7,1	+ 0,013406	+ 0,013421
10	"	$\frac{1}{[150a]} - \frac{1}{[149a]}$	16,80	16,90	"	10000 ∞	+ 6,2 − 2,3	+ 0,000027	+ 0,000039
11	"	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[149a]}$	16,80	16,85	"	1000 1200	+ 8,2 − 5,9	+ 0,000903	+ 0,000895
12	"	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[150a]}$	16,80	16,80	"	1100 1200	+ 2,2 − 4,1	+ 0,000882	+ 0,000863

Mittelwerthe und Ausgleichung.

Bezeichnung $A - B$	Beobachtet leg. Ohm	Berechnet leg. Ohm	v 10^{-6} Ohm
$\frac{1}{[149a]} - \frac{1}{[148a]}$	+ 0,013383	+ 0,013382$_5$	+ 0$_5$
$\frac{1}{[150a]} - \frac{1}{[148a]}$	+ 0,013418	+ 0,013418	0
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[148a]}$	+ 0,014277$_5$	+ 0,014277$_5$	0
$\frac{1}{[150a]} - \frac{1}{[149a]}$	+ 0,000036$_5$	+ 0,000035$_5$	+ 1
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[149a]}$	+ 0,000895$_5$	+ 0,000895	+ 0$_5$
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[150a]}$	+ 0,000860	+ 0,000859$_5$	+ 0$_5$

Resultat:

$\frac{1}{[148a]} = e - 0{,}010269_5$ leg. Ohm bei 18° C $\quad \frac{1}{[150a]} = e + 0{,}003148_5$ leg. Ohm bei 18° C $\quad r_B = \pm 0{,}000000_5$ Ohm

$\frac{1}{[149a]} = e + 0{,}003113$ " " " " $\quad \frac{1}{[151]} = e + 0{,}004008$ " " " " $\quad r_e = \pm 0{,}000000$ "

$$e = \frac{1}{4}\left[\frac{1}{[148a]} + \frac{1}{[149a]} + \frac{1}{[150a]} + \frac{1}{[151]}\right]$$

Manganinwiderstände.

9. Vergleichung der Manganinwiderstände am 15. Februar 1895.

Hauptstrom = 0,01 *Am.* Zuleitung 0,017 Ohm. Beob.: Jaeger.

Lfde. No	Datum	Bezeichnung $A - B$	Temperatur von A	Temperatur von B	Temperatur von Nebenschluss	Nebenschluss (Nominell) leg. Ohm	Ausschlag Scalentheile	Differenz Beobachtet leg. Ohm	Differenz Reducirt auf 18° leg. Ohm	Differenz Berechnet leg. Ohm	ε 10^{-6} Ohm
1	15. II. 1895	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[148\,a]}$	20°,34	20°,45	18°,8	70[1] $\begin{cases} 10000 \\ \infty \end{cases}$	+7,7 −0,4	+0,014275	+0,014278	+0,014282	+4
2	"	$\frac{1}{[150\,a]} - \frac{1}{[148\,a]}$	20,27	20,27	18,9	75[1] $\begin{cases} 7000 \\ 10000 \end{cases}$	+1,0 −3,0	+0,013453	+0,013423	+0,013421	−2
3	"	$\frac{1}{[149\,a]} - \frac{1}{[148\,a]}$	20,27	20,27	19,0	75[1] $\begin{cases} 10000 \\ \infty \end{cases}$	+1,0 −7,2	+0,013408	+0,013400	+0,013397	−3
4	"	$\frac{1}{[150\,a]} - \frac{1}{[149\,a]}$	20,22	20,22	—	10000 ∞	+4,3 −4,0	+0,000048	+0,000026	+0,000024	−2
5	"	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[149\,a]}$	20,20	20,20	—	1100 1200	+3,0 −3,3	+0,000873	+0,000885	+0,000885	0
6	"	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[150\,a]}$	20,19	20,19	19,2	1100 1300	+6,5 −5,1	+0,000831	+0,000865	+0,000861	−4

Resultat:

$$\frac{1}{[148\,a]} = f - 0{,}010275 \text{ leg. Ohm bei } 18^\circ \text{ C}$$

$$\frac{1}{[149\,a]} = f + 0{,}003122 \quad " \quad " \quad " \quad "$$

$$\frac{1}{[150\,a]} = f + 0{,}003146 \quad " \quad " \quad " \quad "$$

$$\frac{1}{[151]} = f + 0{,}004007 \quad " \quad " \quad " \quad "$$

$r_B = \pm 0{,}00003$ Ohm

$r_c = \pm 0{,}00001$ "

$$f = \frac{1}{4}\left[\frac{1}{[148\,a]} + \frac{1}{[149\,a]} + \frac{1}{[150\,a]} + \frac{1}{[151]}\right].$$

[1]) Vergl. Anm. 2 S. 470.

III. Elektrische Vergleichung der Quecksilbernormale.

A. Vergleichung der Quecksilbernormale im März 1892.

1. Vergleichung des Quecksilbernormals No. XI mit den vier Manganinwiderständen am 15. und 16. März 1892.

Hauptstrom = 0,03 *Am.*

Beob.: Kreichgauer und Jaeger.

Lfd. No.	Datum	Zeit	Bezeichnung $A - B$	Temperatur von A	Temperatur von B	Temperatur von Luft	Temperatur von Nebenschluss	Nebenschluss (Nominell) leg. Ohm	Ausschlag Scalentheile	Differenz Beobachtet leg. Ohm	Differenz Reducirt $A = 0°$ $B = 18°$ leg. Ohm
1	15. III. 92	$10^h 0$	$\frac{1}{[150]} - \frac{1}{[XI]}$	13,9°	+ 0,048°[1]	15°	15°	570 600	− 0,9 + 1,6	+ 0,001724	+ 0,001650
2	"	$10^h 30$	$\frac{1}{[150]} - \frac{1}{[XI]}$	13,7	+ 0,021	"	"	570 600	− 1,0 + 1,0	+ 0,001706	+ 0,001654
3	"	—	$\frac{1}{[149]} - \frac{1}{[XI]}$	13,7	+ 0,020	"	"	540 620	− 3,5 + 2,5	+ 0,001713	+ 0,001645
4	"	—	$\frac{1}{[149]} - \frac{1}{[XI]}$	14,7	+ 0,017	"	"	580 620	− 1,0 + 2,1	+ 0,001690	+ 0,001639
5	"	—	$\frac{1}{[150]} - \frac{1}{[XI]}$	14,8	+ 0,017	"	"	570 610	− 2,2 + 1,4	+ 0,001684	+ 0,001646
6	"	—	$\frac{1}{[150]} - \frac{1}{[XI]}$	15,7	+ 0,017	16	16	570 610	− 2,2 + 1,0	+ 0,001676	+ 0,001646
7	"	$1^h 45$	$\frac{1}{[149]} - \frac{1}{[XI]}$	15,7	+ 0,017	"	"	570 610	− 2,2 + 1,7	+ 0,001690	+ 0,001652
8	"	$2^h 15$	$\frac{1}{[148]} - \frac{1}{[XI]}$	16,3	+ 0,017	16,5	16	540 590	− 1,0 + 3,2	+ 0,001812	+ 0,001762
9	"	$2^h 45$	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[XI]}$	16,7	+ 0,017	"	"	550 600	− 2,9 + 2,0	+ 0,001729	+ 0,001686
10	16. III. 92	—	$\frac{1}{[150]} - \frac{1}{[XI]}$	18,2	0	18,5	18,5	580 630	− 2,4 + 1,6	+ 0,001643	+ 0,001644

Mittel und Ausgleichung der Beobachtungen.

Bezeichnung $A - B$	Temperatur von A	Temperatur von B	Differenz Beobachtet Mittel leg. Ohm	Differenz Berechnet[2]) leg. Ohm	v 10^{-6} Ohm
$\frac{1}{[148]} - \frac{1}{[XI]}$	18°	0°	+ 0,001762	+ 0,001766	− 4
$\frac{1}{[149]} - \frac{1}{[XI]}$	"	"	+ 0,001645	+ 0,001645	0
$\frac{1}{[150]} - \frac{1}{[XI]}$	"	"	+ $0,001646_5$	+ 0,001643	+ 3_5
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[XI]}$	"	"	+ 0,001686	+ 0,001686	0
$\frac{1}{[148]} - \frac{1}{[149]}$	18°	18°	+ 0,000121[3])	+ 0,000121	0
$\frac{1}{[148]} - \frac{1}{[150]}$	"	"	+ 0,000126	+ 0,000123	+ 3
$\frac{1}{[148]} - \frac{1}{[151]}$	"	"	+ 0,000081	+ 0,000080	+ 1

[1]) Das Rohr war erst kurze Zeit im Eis. — [2]) Vergl. Berechnung, Text S. 432. — [3]) Vergl. S. 433.

Elektrische Vergleichung der Quecksilbernormale.

2. Vergleichung des Quecksilbernormals No. XIV mit den vier Manganinwiderständen am 17. und 18. März 1892.

Neue Füllung; Hauptstrom verschieden, 0,02 bis 0,015 *Am.*[1] Beob. Kreichgauer und Jaeger.

Lfd. No.	Datum	Bezeichnung $A - B$	Temperatur von A	Temperatur von B	Temperatur von Luft	Temperatur von Nebenschluss	Nebenschluss (Nominell) leg. Ohm	Ausschlag Scalentheile	Differenz Beobachtet leg. Ohm	Differenz Reducirt $A = 0°$ $B = 18°$ leg. Ohm
1	17. III. 92	$\frac{1}{[150]} - \frac{1}{[XIV]}$	19,4°	+ 0,004°	20°	20°	490 520	− 1,3 + 0,7	− 0,001 962	− 0,001 958
2	"	$\frac{1}{[150]} - \frac{1}{[XIV]}$	19,4	+ 0,006	"	"	500 520	− 5,2 + 5,6	− 0,001 963	− 0,001 962
3	"	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[XIV]}$	19,1	+ 0,002	"	"	510 530	− 3,8 + 6,8	− 0,001 935	− 0,001 915
4	"	$\frac{1}{[148]} - \frac{1}{[XIV]}$	19,0	+ 0,004	"	"	530 550	− 5,5 + 3,9	− 0,001 845	− 0,001 830
5	"	$\frac{1}{[149]} - \frac{1}{[XIV]}$	19,0	+ 0,004	19,5	19,5	505 525	− 3,3 + 7,4	− 0,001 955	− 0,001 948
6	"	$\frac{1}{[149]} - \frac{1}{[XIV]}$	18,8	+ 0,004	19,0	"	505 525	− 0,5 + 1,7	− 0,001 961	− 0,001 957
7	18. III. 92	$\frac{1}{[149]} - \frac{1}{[XIV]}$	17,6	+ 0,012	18	18	505 525	− 1,1 + 0,7	− 0,001 932	− 0,001 947
8	"	$\frac{1}{[148]} - \frac{1}{[XIV]}$	17,4	+ 0,012	"	"	530 560	− 2,0 + 0,7	− 0,001 810	− 0,001 832
9	"	$\frac{1}{[150]} - \frac{1}{[XIV]}$	17,1	+ 0,012	"	"	500 530	− 1,6 + 1,8	− 0,001 945	− 0,001 961
10	"	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[XIV]}$	18,4	+ 0,012	"	"	500 540	− 2,0 + 1,9	− 0,001 922	− 0,001 924

[1]) In den Galvanometerzweigen waren bei den einzelnen Messungen verschiedene Widerstände vorgeschaltet.

Mittel und Ausgleichung der Beobachtungen.

Bezeichnung $A - B$	Temperatur von A	Temperatur von B	Differenz Beobachtet leg. Ohm	Differenz Berechnet[1]) leg. Ohm	v 10^{-6} Ohm
$\frac{1}{[148]} - \frac{1}{[XIV]}$	18°	0°	− 0,001 831	− 0,001 832_5	+ 1_5
$\frac{1}{[149]} - \frac{1}{[XIV]}$	"	"	− 0,001 951	− 0,001 952_5	+ 1_5
$\frac{1}{[150]} - \frac{1}{[XIV]}$	"	"	− 0,001 960	− 0,001 959_5	− 0_5
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[XIV]}$	"	"	− 0,001 919	− 0,001 916_5	− 2_5
$\frac{1}{[148]} - \frac{1}{[149]}$	18°	18°	+ 0,000 121[2])	+ 0,000 120	+ 1
$\frac{1}{[148]} - \frac{1}{[150]}$	"	"	+ 0,000 126	+ 0,000 127	− 1
$\frac{1}{[148]} - \frac{1}{[151]}$	"	"	+ 0,000 081	+ 0,000 084	− 3

[1]) Vergl. Text S. 432. — [2]) Vergl. S. 433.

Elektrische Vergleichung der Quecksilbernormale.

3. Vergleichung des Quecksilbernormals No. XIV mit den vier Manganinwiderständen am 25. bis 28. März 1892.

Neue Füllung; Hauptstrom 0,03 *Am.* Beob. Kreichgauer und Jaeger.

Lfd No.	Datum	Zeit	Bezeichnung $A - B$	Temperatur von A	Temperatur von B	Temperatur von Luft	Temperatur von Nebenschluss	Nebenschluss (Nominell) leg. Ohm	Ausschlag Scalentheile	Differenz Beobachtet leg. Ohm	Differenz Reducirt $A = 18^\circ$ $B = 0^\circ$ leg. Ohm
1	25. III. 92	1^h0	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[XIV]}$	18,3°	+ 0,010°	19°	19°	500 530	− 1,6 + 0,9	− 0,001926	− 0,001928
2	"	1^h25	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[XIV]}$	18,6	+ 0,003	"	"	500 530	− 1,7 + 1,2	− 0,001932	− 0,001923
3	"	1^h40	$\frac{1}{[148]} - \frac{1}{[XIV]}$	18,7	+ 0,003	"	"	520 560	− 1,7 + 1,7	− 0,001852	− 0,001842
4	"	1^h55	$\frac{1}{[150]} - \frac{1}{[XIV]}$	18,7	+ 0,001	"	"	500 530	− 0,8 + 2,1	− 0,001967	− 0,001964
5	"	2^h05	$\frac{1}{[150]} - \frac{1}{[XIV]}$	18,8	+ 0,001	"	"	500 530	− 1,0 + 2,0	− 0,001960	− 0,001956
6	26. III. 92	2^h20	$\frac{1}{[150]} - \frac{1}{[XIV]}$	17,8	+ 0,015	18°	18°	490 520	− 2,1 + 0,9	− 0,001956	− 0,001970
7	"	2^h40	$\frac{1}{[149]} - \frac{1}{[XIV]}$	17,7	+ 0,009	"	"	490 520	− 2,6 + 1,0	− 0,001954	− 0,001965
8	"	—	$\frac{1}{[149]} - \frac{1}{[XIV]}$	17,7	+ 0,007	"	"	500 530	− 1,3 + 1,8	− 0,001951	− 0,001960
9	28. III. 92	12^h45	$\frac{1}{[149]} - \frac{1}{[XIV]}$	17,1	+ 0,028	17,5	17,5	500 530	− 2,0 + 1,5	− 0,001933	− 0,001967
10	"	—	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[XIV]}$	16,9	+ 0,016	"	"	510 540	− 2,2 + 1,1	− 0,001886	− 0,001924

Mittel und Ausgleichung der Beobachtungen.

Bezeichnung $A - B$	Temperatur von A	Temperatur von B	Differenz Beobachtet leg. Ohm	Differenz Berechnet[1]) leg. Ohm	v 10^{-6} Ohm
$\frac{1}{[148]} - \frac{1}{[XIV]}$	18°	0°	− 0,001842	− $0,001841_5$	− 0_5
$\frac{1}{[149]} - \frac{1}{[XIV]}$	"	"	− 0,001964	− $0,001963_5$	− 0_5
$\frac{1}{[150]} - \frac{1}{[XIV]}$	"	"	− 0,001963	− $0,001965_5$	+ 2_5
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[XIV]}$	"	"	− 0,001925	− 0,001924	− 1
$\frac{1}{[148]} - \frac{1}{[149]}$	18°	18°	+ 0,000121[2])	+ 0,000122	− 1
$\frac{1}{[148]} - \frac{1}{[150]}$	"	"	+ 0,000126	+ 0,000124	+ 2
$\frac{1}{[148]} - \frac{1}{[151]}$	"	"	+ 0,000081	+ $0,000082_5$	− 1_5

[1]) Vergl. Text S. 432. — [2]) Vergl. S. 433.

B. Vergleichungen im October und November 1894 und im Februar 1895.

1. Vergleichung des Quecksilbernormals No. XIV mit den vier Manganinwiderständen am 30. October 1894.

Hauptstrom = 0,01 *Am.* Zuleitung = 0,017 Ohm. Beob.: Jaeger.

Lfde. No.	Datum	Zeit	Bezeichnung A — B	Temperatur von A	Temperatur von Luft	Temperatur von Nebenschluss	Nebenschluss (Nominell) leg. Ohm	Ausschlag Scalentheile	Differenz Beobachtet leg. Ohm	Differenz Reducirt auf 18° für A leg. Ohm
1	30 X. 94	2h 30	$\frac{1}{[148a]} - \frac{1}{[XIV]}$	16°,9	17°,5	17°,2	61 62	+ 15,0 — 6,3	— 0,016195	— 0,016216
2	"	2h 45	$\frac{1}{[149a]} - \frac{1}{[XIV]}$	"	"	"	350 360	+ 3,0 — 4,0	— 0,002821	— 0,002838
3	"	3h 0	$\frac{1}{[150a]} - \frac{1}{[XIV]}$	"	"	"	350 360	+ 4,7 — 1,9	— 0,002798	— 0,002804
4	"	3h 10	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[XIV]}$	"	"	"	500 550	+ 7,5 — 8,1	— 0,001912	— 0,001936
5	30. X. 94	3h 15	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[XIV]}$	16°,9	17°,5	17°,2	500 550	+ 5,3 — 8,9	— 0,001932	— 0,001956[1]

Ausgleichung.

Bezeichnung A — B	Temperatur von A	Temperatur von B	Differenz Beobachtet leg. Ohm	Differenz Berechnet[2]) leg. Ohm	v 10^{-6} Ohm
$\frac{1}{[148a]} - \frac{1}{[XIV]}$	18°	0°	— 0,016216	— 0,016217	+ 1
$\frac{1}{[149a]} - \frac{1}{[XIV]}$	"	"	— 0,002838	— 0,002837	— 1
$\frac{1}{[150a]} - \frac{1}{[XIV]}$	"	"	— 0,002804	— 0,002802	2
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[XIV]}$	"	"	— 0,001936	— 0,001938	+ 2
$\frac{1}{[148a]} - \frac{1}{[149a]}$	18°	18°	— $0,013382_5$ [3])	— 0,013380	+ 2_5
$\frac{1}{[148a]} - \frac{1}{[150a]}$	"	"	— 0,013418	— 0,013415	+ 3
$\frac{1}{[148a]} - \frac{1}{[151]}$	"	"	— $0,014277_5$	— 0,014279	+ 1_5

[1]) Galvanometer an G_3. — [2]) Vergl. Text S. 432. — [3]) Vergl. S. 428, Tabelle.

Elektrische Vergleichung der Quecksilbernormale.

2. Vergleichung des Quecksilbernormales No. XI mit den vier Manganinwiderständen am 17. November 1894.

Neue Füllung; Hauptstrom = 0,01 *Am.* Zuleitung = 0,017 Ohm. Beob.: Jaeger.

Lfde. No.	Datum	Bezeichnung $A - B$	Temperatur von A	Temperatur von Luft	Temperatur von Nebenschluss	Nebenschluss (Nominell) leg. Ohm	Ausschlag Scalentheile	Differenz Beobachtet leg. Ohm	Differenz Reducirt auf 18° für A leg. Ohm
1	17. XI. 94	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[XI]}$	17°,6	18°,0	18°,1	580 600	− 3,0 + 2,5	+ 0,001690	+ 0,001681
2	"	$\frac{1}{[150a]} - \frac{1}{[XI]}$	17,6	"	"	1200 1400	− 0,9 + 8,3	+ 0,000821	+ 0,000819
3	"	$\frac{1}{[149a]} - \frac{1}{[XI]}$	17,5	"	"	1200 1400	− 3,1 + 5,5	+ 0,000790	+ 0,000782
4	"	$\frac{1}{[148a]} - \frac{1}{[XI]}$	17,55	"	"	79 80	− 4,5 + 8,3	− 0,012593	− 0,012602

Ausgleichung.

Bezeichnung $A - B$	Temperatur von A	Temperatur von B	Differenz Beobachtet leg. Ohm	Differenz Berechnet[1]) leg. Ohm	v 10^{-6} Ohm
$\frac{1}{[148a]} - \frac{1}{[XI]}$	18°	0°	− 0,012602	− 0,012600	− 2
$\frac{1}{[149a]} - \frac{1}{[XI]}$	"	"	+ 0,000782	+ 0,000782	0
$\frac{1}{[150a]} - \frac{1}{[XI]}$	"	"	+ 0,000819	+ 0,000818$_5$	+ 0$_5$
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[XI]}$	"	"	+ 0,001681	+ 0,001679	+ 2
$\frac{1}{[148a]} - \frac{1}{[149a]}$	18°	18°	− 0,013382$_5$ [2])	− 0,013382	− 0$_5$
$\frac{1}{[148a]} - \frac{1}{[150a]}$	"	"	− 0,013418	− 0,013418$_5$	+ 0$_5$
$\frac{1}{[148a]} - \frac{1}{[151]}$	"	"	− 0,014277$_5$	− 0,014279	+ 1$_5$

[1]) Vergl. Text S. 432. — [2]) Vergl S. 428, Tabelle.

Elektrische Vergleichung der Quecksilbernormale.

3. Vergleichung des Quecksilbernormals No. XIV mit den vier Manganinwiderständen am 19. November 1894.

Neue Füllung; Hauptstrom = 0,01 *Am*. Zuleitung = 0,017 Ohm. Beob.: Jaeger.

Lfde. No.	Datum	Bezeichnung $A - B$	Temperatur von A	Temperatur von Nebenschluss	Nebenschluss (Nominell) leg. Ohm	Ausschlag Scalentheile	Differenz Beobachtet leg. Ohm	Differenz Reducirt auf 18° für A leg. Ohm
1	19. XI. 94	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[XIV]}$	16,95°	17,2°	500 550	+ 8,1 − 7,1	− 0,001901	− 0,001924
2	"	$\frac{1}{[150a]} - \frac{1}{[XIV]}$	16,95	"	350 370	+ 6,2 − 6,0	− 0,002778	− 0,002784
3	"	$\frac{1}{[149a]} - \frac{1}{[XIV]}$	16,85	"	350 360	+ 4,6 − 1,9	− 0,002800	− 0,002819
4	"	$\frac{1}{[148a]} - \frac{1}{[XIV]}$	16,90	"	61 62	+ 16,4 − 5,1	− 0,016180	− 0,016201
5	19. XI. 94	$\frac{1}{[149a]} - \frac{1}{[XIV]}$	16,85°	17,2°	350 360	+ 3,9 − 2,5	− 0,002808	0,002826[1]

Ausgleichung.

Bezeichnung $A - B$	Temperatur von A	Temperatur von B	Differenz Beobachtet leg. Ohm	Differenz Berechnet[2] leg. Ohm	v 10^{-6} Ohm
$\frac{1}{[148a]} - \frac{1}{[XIV]}$	18°	0°	− 0,016201	$-0{,}016201_5$	$+0_5$
$\frac{1}{[149a]} - \frac{1}{[XIV]}$	"	"	− 0,002819	− 0,002819	0
$\frac{1}{[150a]} - \frac{1}{[XIV]}$	"	"	− 0,002784	− 0,002784	0
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[XIV]}$	"	"	− 0,001924	− 0,001924	0
$\frac{1}{[148a]} - \frac{1}{[149a]}$	18°	18°	$-0{,}013382_5$ [3]	$-0{,}013382_5$	0
$\frac{1}{[148a]} - \frac{1}{[150a]}$	"	"	− 0,013418	$-0{,}013417_5$	-0_5
$\frac{1}{[148a]} - \frac{1}{[151]}$	"	"	$-0{,}014277_5$	$-0{,}014277_5$	0

[1]) Galvanometer an G_3. — [2]) Vergl. Text S. 432. — [3]) Vergl. S. 428, Tabelle.

Elektrische Vergleichung der Quecksilbernormale.

4. Vergleichung des Quecksilbernormals No. XI mit den vier Manganinwiderständen am 8. und 9. Februar 1895.

Neue Füllung; Hauptstrom = 0,01 *Am*. Zuleitung = 0,017 Ohm. Beob.: Jaeger

Lfde. No.	Datum	Bezeichnung $A - B$	Temperatur von A	Temperatur von Nebenschluss	Nebenschluss (Nominell) leg. Ohm	Ausschlag Scalentheile	Differenz Beobachtet leg. Ohm	Differenz Reducirt auf 18° für A leg. Ohm
1	8. II. 95	$\frac{1}{[148a]} - \frac{1}{[XI]}$	18°,05	19°,0	79 80	+ 2,0 − 4,7	− 0,012597	− 0,012596
2	"	$\frac{1}{[149a]} - \frac{1}{[XI]}$	18,25	"	1200 1400	+ 3,0 − 7,1	+ 0,000798	+ 0,000802
3	"	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[XI]}$	18,25	"	600 630	− 1,4 − 7,8	+ 0,001682	+ 0,001687
4	9. II. 95	$\frac{1}{[150a]} - \frac{1}{[XI]}$	19,25	19,3	1200 1300	+ 1,0 − 4,2	+ 0,000818	+ 0,000821
5	"	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[XI]}$	19,25	"	590 610	+ 3,1 − 2,3	+ 0,001660	+ 0,001685
6	"	$\frac{1}{[149a]} - \frac{1}{[XI]}$	19,15	"	1200 1300	+ 4,0 − 1,5	+ 0,000786	+ 0,000802

Mittelwerthe und Ausgleichung.

Bezeichnung $A - B$	Temperatur von A	Temperatur von B	Differenz Beobachtet leg. Ohm	Differenz Berechnet[1] leg. Ohm	v 10^{-6} Ohm
$\frac{1}{[148a]} - \frac{1}{[XI]}$	18°	0°	− 0,012596	$-0{,}012596_5$	$+0_5$
$\frac{1}{[149a]} - \frac{1}{[XI]}$	"	"	+ 0,000802	+ 0,000801	+ 1
$\frac{1}{[150a]} - \frac{1}{[XI]}$	"	"	+ 0,000821	$+0{,}000822_5$	-1_5
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[XI]}$	"	"	+ 0,001686	$+0{,}001685_5$	$+0_5$
$\frac{1}{[148a]} - \frac{1}{[149a]}$	18°	18°	− 0,013397[2]	$-0{,}013397_5$	$+0_5$
$\frac{1}{[148a]} - \frac{1}{[150a]}$	"	"	− 0,013421	− 0,013419	− 2
$\frac{1}{[148a]} - \frac{1}{[151]}$	"	"	− 0,014282	− 0,014282	0

[1]) Vergl. Text S. 432. — [2]) Vergl. S. 428, Tabelle.

5. Vergleichung des Quecksilbernormals No. XIV mit den vier Manganinwiderständen am 13. Februar 1895.

Neue Füllung; Hauptstrom = 0,01 *Am.* Zuleitung = 0,017 Ohm. Beob.: Jaeger.

Lfde. No.	Datum	Bezeichnung $A - B$	Temperatur von A	Temperatur von Nebenschluss	Nebenschluss (Nominell) leg. Ohm	Ausschlag Scalentheile	Differenz Beobachtet leg. Ohm	Differenz Reducirt auf 18° für A leg. Ohm
1	13. II. 95	$\frac{1}{[149a]} - \frac{1}{[XIV]}$	19°,2	19°,2	350 360	− 1,0 + 5,6	− 0,002 842	− 0,002 825
2	"	$\frac{1}{[148a]} - \frac{1}{[XIV]}$	19,15	—	62 { 6000 10000	− 2,8 + 3,0	− 0,016 247	− 0,016 226
3	"	$\frac{1}{[150a]} - \frac{1}{[XIV]}$	18,95	—	350 360	− 3,9 + 2,5	− 0,002 806	− 0,002 801
4	"	$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[XIV]}$	19,0	18,4	500 520	− 2,8 + 3,9	− 0,001 966	− 0,001 946

Ausgleichung.

Bezeichnung $A - B$	Temperatur von A	Temperatur von B	Differenz Beobachtet leg. Ohm	Differenz Berechnet[1]) leg. Ohm	v 10^{-6} Ohm
$\frac{1}{[148a]} - \frac{1}{[XIV]}$	18°	0°	− 0,016 226	− 0,016 225	− 1
$\frac{1}{[149a]} - \frac{1}{[XIV]}$	"	"	− 0,002 825	− 0,002 826	+ 1
$\frac{1}{[150a]} - \frac{1}{[XIV]}$	"	"	− 0,002 801	− 0,002 802	+ 1
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[XIV]}$	"	"	− 0,001 946	− 0,001 944	− 2
$\frac{1}{[148a]} - \frac{1}{[149a]}$	18°	18°	− 0,013 397 [2])	− 0,013 399	+ 2
$\frac{1}{[148a]} - \frac{1}{[150a]}$	"	"	− 0,013 421	− 0,013 423	+ 2
$\frac{1}{[148a]} - \frac{1}{[151]}$	"	"	− 0,014 282	− 0,014 281	− 1

[1]) Vergl. Text S. 432. — [2]) Vergl. S. 428, Tabelle.

Elektrische Vergleichung der Quecksilbernormale.

6. Vergleichung des Rohres No. XI mit den vier Manganinwiderständen am 23. Februar 1895.

Neue Füllung; Hauptstrom = 0,01 *Am*. Zuleitung = 0,017 Ohm. Beob.: Jaeger.

Lfde. No.	Datum	Bezeichnung $A - B$	Temperatur von A	Temperatur von Nebenschluss	Nebenschluss (Nominell) leg. Ohm	Ausschlag Scalentheile	Differenz Beobachtet leg. Ohm	Differenz Reducirt auf 18° für A leg. Ohm
1	23. II. 95	$\frac{1}{148\,a} - \frac{1}{XI}$	19°,0	19°,4	80 {6000 {10000	− 4,3 + 0,6	− 0,012593	− 0,012575
2	„	$\frac{1}{149\,a} - \frac{1}{XI}$	19,0	„	1200 1300	− 2,4 + 3,3	+ 0,000805	+ 0,000820
3	„	$\frac{1}{150\,a} - \frac{1}{XI}$	19,2	„	1100 1300	− 6,1 + 5,4	+ 0,000835	+ 0,000841
4	„	$\frac{1}{151} - \frac{1}{XI}$	19,2	19,5	590 610	− 1,2 + 3,2	+ 0,001676	+ 0,001700

Ausgleichung.

Bezeichnung $A - B$	Temperatur von A	Temperatur von B	Differenz Beobachtet leg. Ohm	Differenz Berechnet[1] leg. Ohm	v 10^{-6} Ohm
$\frac{1}{148\,a} - \frac{1}{XI}$	18°	0°	− 0,012575	− 0,012578	+ 3
$\frac{1}{149\,a} - \frac{1}{XI}$	„	„	+ 0,000820	+ 0,000819$_5$	+ 0$_5$
$\frac{1}{150\,a} - \frac{1}{XI}$	„	„	+ 0,000841	+ 0,000842	− 1
$\frac{1}{151} - \frac{1}{XI}$	„	„	+ 0,001700	+ 0,001702	− 2
$\frac{1}{148\,a} - \frac{1}{149\,a}$	18°	18°	− 0,013397[2]	− 0,013397$_5$	+ 0$_5$
$\frac{1}{148\,a} - \frac{1}{150\,a}$	„	„	− 0,013421	− 0,013420	− 1
$\frac{1}{148\,a} - \frac{1}{151}$	„	„	− 0,014282	− 0,014280	− 2

[1]) Vergl. Text S. 432. — [2]) Vergl. S. 428, Tabelle.

IV. Vergleichung der Quecksilbercopien unter einander und mit den Manganinwiderständen.

Verzeichniss und Dimensionen der Quecksilbercopien.

No	Form[1]	Dimensionen der Hulse mm	E[2] mm	Schenkellänge mm	Gesammtlänge mm	Quecksilbermasse g	Widerstand bei 0° leg. Ohm
100	I	37 : 65 : 330	100	180	360	1,66	1,00318
101	I	37 : 65 : 330	130	150	300	1,14	1,01268
102	I	37 : 65 : 330	110	180	370	1,75	1,00200
103	II	37 : 95 : 420	100	260	1100	15,4	1,01044
107	II	37 : 95 : 260	60	170	650	5,39	1,00477
109	II	37 : 95 : 330	100	190	730	6,78	1,00824
110	II	37 : 95 : 330	70	220	860	9,39	1,00967
111	II	37 : 95 : 330	60	220	890	10,1	1,00484
114	I	37 : 65 : 260	120	150	300	1,16	0,99479
115	I	37 : 65 : 330	70	200	410	2,17	0,99317
116	II	37 : 95 : 330	110	180	710	6,45	1,00319
117	II	37 : 95 : 330	70	230	870	9,72	0,99828
118	II	37 : 95 : 420	60	300	1260	20,4	0,99824
119	II	37 : 95 : 420	80	300	1240	19,8	0,99551

[1] Vergl. Text S. 438 oben.
[2] E = Entfernung der Endgefässe von dem Ebonitdeckel (Fig 19a, S. 437).

Vergleichung der Quecksilbercopien unter einander und mit den Manganinwiderständen.

A. Vergleichung sämmtlicher Quecksilbercopien und Manganinwiderstände im August und September 1892.

1. Gruppe A (102, 114, 115, 117, 119).

(1. Reihe.)

Am 12. August 1892.

Hauptstrom = 0,015 *Am.*; Zuleitung = 0,07 Ohm. Beob.. Kreichgauer und Jaeger.

Bezeichnung $A - B$	Temperatur Luft	Temperatur Nebenschluss	Nebenschluss (Nominell) leg. Ohm	Ausschlag Sc.-Th.	Differenz Beobachtet leg. Ohm	Differenz Berechnet leg. Ohm	r 10^{-6} Ohm
$\frac{1}{[115]} - \frac{1}{[102]}$	20°,7	20°	112 113	+ 8,8 − 3,6	+ 0,008 865	+ 0,008 867	+ 2
$\frac{1}{[117]} - \frac{1}{[102]}$	"	"	265 267	+ 2,1 − 2,4	+ 0,003 760	+ 0,003 761	+ 1
$\frac{1}{[114]} - \frac{1}{[102]}$	"	"	137,2 138,2	+ 3,4 − 4,8	+ 0,007 262	+ 0,007 264	+ 2
$\frac{1}{[119]} - \frac{1}{[102]}$	"	"	152 154	+ 6,3 − 6,7	+ 0,006 536	+ 0,006 533	− 3
$\frac{1}{[119]} - \frac{1}{[117]}$	"	"	357 363	+ 3,9 − 3,0	+ 0,002 774	+ 0,002 772	− 2
$\frac{1}{[115]} - \frac{1}{[117]}$	"	"	195 197	+ 3,5 − 4,9	+ 0,005 105	+ 0,005 106	+ 1
$\frac{1}{[114]} - \frac{1}{[117]}$	"	"	284 287	+ 2,9 − 3,0	+ 0,003 503	+ 0,003 503	0
$\frac{1}{[114]} - \frac{1}{[119]}$	"	"	1350 1400	+ 0,9 − 2,9	+ 0,000 734	+ 0,000 731	− 3
$\frac{1}{[115]} - \frac{1}{[119]}$	"	"	422 430	+ 5,6 − 2,1	+ 0,002 337	+ 0,002 334	− 3
$\frac{1}{[115]} - \frac{1}{[114]}$	21,0	"	615 635	+ 3,5 − 4,3	+ 0,001 603	+ 0,001 603	0

Resultat:

$\frac{1}{[102]} = a - 0{,}005\,285$ leg. Ohm bei 0° $\qquad \frac{1}{[117]} = a - 0{,}001\,524$ leg. Ohm bei 0° $\qquad r_B = \pm 0{,}000\,002$ Ohm

$\frac{1}{[114]} = a + 0{,}001\,979$ " " " 0° $\qquad \frac{1}{[119]} = a + 0{,}001\,248$ " " " 0° $\qquad r_c = \pm 0{,}000\,001$ "

$\frac{1}{[115]} = a + 0{,}003\,582$ " " " 0°

$$a = \frac{1}{5}\left[\frac{1}{[102]} + \frac{1}{[114]} + \frac{1}{[115]} + \frac{1}{[117]} + \frac{1}{[119]}\right].$$

[1]) Bei dieser Gruppe ist ausnahmsweise der Widerstandskasten Siemens & Halske No. 5521 angewandt worden, der ungefähr bei 20° richtig ist. Es wurden deshalb keine Correctionen für die Temperatur des Nebenschlusses angebracht.

Vergleichung der Quecksilbercopien unter einander und mit den Manganinwiderständen.

2. Gruppe A (102, 114, 115, 117, 119).

(2. Reihe)

Am 16. August 1892.

Hauptstrom = 0,015 *Am.*; Zuleitung = 0,07 Ohm. Beob. Kreichgauer und Jaeger.

Bezeichnung $A - B$	Temperatur Luft	Temperatur Nebenschluss	Nebenschluss (Nominell) leg. Ohm	Ausschlag Sc.-Th.	Differenz Beobachtet leg. Ohm	Differenz Berechnet leg. Ohm	v 10^{-6} Ohm
$\frac{1}{[115]} - \frac{1}{[102]}$	21,7°	ca. 21,0°	112 113	− 8,9 + 3,9	+ 0,008 861	+ 0,008 854$_5$	+ 6$_5$
$\frac{1}{[117]} - \frac{1}{[102]}$	„	„	265 267	− 2,0 + 2,6	+ 0,003 756	+ 0,003 759	− 3
$\frac{1}{[114]} - \frac{1}{[102]}$	„	„	137 138	− 5,0 + 3,4	+ 0,007 257	+ 0,007 258$_5$	− 1$_5$
$\frac{1}{[119]} - \frac{1}{[102]}$	„	„	152 154	− 4,8 + 8,7	+ 0,006 539	+ 0,006 540$_5$	− 1$_5$
$\frac{1}{[119]} - \frac{1}{[117]}$	„	„	357 363	− 2,6 + 5,4	+ 0,002 782	+ 0,002 781$_5$	+ 0$_5$
$\frac{1}{[115]} - \frac{1}{[117]}$	„	„	195 197	− 4,4 + 3,6	+ 0,005 093	+ 0,005 095$_5$	− 2$_5$
$\frac{1}{[114]} - \frac{1}{[117]}$	„	„	284 287	− 3,0 + 3,0	+ 0,003 499	+ 0,003 499$_5$	− 0$_5$
$\frac{1}{[114]} - \frac{1}{[119]}$	„	„	1 350 1 400	− 3,4 + 0,5	+ 0,000 718	+ 0,000 718	0
$\frac{1}{[115]} - \frac{1}{[119]}$	„	„	430 435	− 1,7 + 2,6	+ 0,002 312	+ 0,002 314	− 2
$\frac{1}{[115]} - \frac{1}{[114]}$	22,1°	„	615 635	− 4,7 + 3,0	+ 0,001 593	+ 0,001 596	− 3

Resultat:

$\frac{1}{[102]} = a - 0{,}005\,282_5$ leg. Ohm bei 0° $\qquad \frac{1}{[117]} = a - 0{,}001\,523_5$ leg. Ohm bei 0° $\qquad r_B = \pm\, 0{,}000\,003$ Ohm

$\frac{1}{[114]} = a + 0{,}001\,976$ „ „ „ 0° $\qquad \frac{1}{[119]} = a + 0{,}001\,258$ „ „ „ 0° $\qquad r_e = \pm\, 0{,}000\,001$ „

$\frac{1}{[115]} = a + 0{,}003\,572$ „ „ „ 0°

$$a = \frac{1}{5}\left[\frac{1}{[102]} + \frac{1}{[114]} + \frac{1}{[115]} + \frac{1}{[117]} + \frac{1}{[119]}\right].$$

Vergleichung der Quecksilbercopien No. 102 u. No. 107 mit den Manganinwiderständen No. 148 u. No. 149.

Hauptstrom = 0,015 *Am.*; Zuleitung = 0,02 bez. 0,07 Ohm.

Bezeichnung $A - B$	Temperatur von B	Temperatur von Nebenschluss	Nebenschluss (Nominell) leg. Ohm	Ausschlag Sc.-Th.	Beobachtet leg. Ohm	Red. auf 18° für B leg. Ohm
$\frac{1}{[117]} - \frac{1}{[148]}$	22,1°	22,0°	450 465	+ 5,1 − 6,2	+ 0,002 187	+ 0,002 119
$\frac{1}{[117]} - \frac{1}{[149]}$	22,2	„	435 445	+ 5,2 − 3,0	+ 0,002 263$_5$	+ 0,002 234
$\frac{1}{[102]} - \frac{1}{[149]}$	22,2	„	660 680	+ 3,1 − 3,7	− 0,001 494	− 0,001 523

Vergleichung der Quecksilbercopien unter einander und mit den Manganinwiderständen.

3. Gruppe B (100, 102, 107, 111, 116).

(1. Reihe.)

Am 17. August 1892.

Hauptstrom = 0,015 *Am.*; Zuleitung = 0,07 Ohm. Beob.: Kreichgauer und Jaeger.

Bezeichnung $A - B$	Temperatur Luft	Temperatur Neben-schluss	Nebenschluss (Nominell) leg. Ohm	Aus-schlag Sc.-Th.	Differenz Beobachtet leg. Ohm	Differenz Berechnet leg. Ohm	v 10^{-6} Ohm
$\frac{1}{[116]} - \frac{1}{[107]}$	ca. 25°	ca. 24°	630 640	+ 2,4 − 1,5	+ 0,001 570	+ 0,001 570	0
$\frac{1}{[102]} - \frac{1}{[107]}$	"	"	365 370	+ 2,3 − 3,6	+ 0,002 719	+ 0,002 719	0
$\frac{1}{[100]} - \frac{1}{[107]}$	"	"	670 690	+ 4,4 − 2,2	+ 0,001 460	+ 0,001 460	0
$\frac{1}{[107]} - \frac{1}{[111]}$	"	"	9 900[1] ∞	+ 3,4 − 12,6	+ 0,000 080	+ 0,000 079	+ 1
$\frac{1}{[100]} - \frac{1}{[111]}$	"	"	645 660	+ 1,3 − 4,5	+ 0,001 539	+ 0,001 539	0
$\frac{1}{[116]} - \frac{1}{[111]}$	"	"	600 615	+ 2,5 − 4,1	+ 0,001 648	+ 0,001 649	− 1
$\frac{1}{[102]} - \frac{1}{[111]}$	"	"	355 360	+ 2,1 − 4,2	+ 0,002 797	+ 0,002 798	− 1
$\frac{1}{[102]} - \frac{1}{[100]}$	"	"	780 810	+ 3,1 − 4,5	+ 0,001 260	+ 0,001 259	+ 1
$\frac{1}{[116]} - \frac{1}{[100]}$	"	"	8 000 9 900 } 1	+ 2,6 − 1,5	+ 0,000 109	+ 0,000 110	− 1
$\frac{1}{[102]} - \frac{1}{[116]}$	26,1°	25°	850 880	+ 3,8 − 2,3	+ 0,001 149	+ 0,001 149	0

Resultat:

$\frac{1}{[100]} = b + 0{,}000\,326$ leg. Ohm bei 0° $\qquad \frac{1}{[111]} = b - 0{,}001\,213$ leg. Ohm bei 0° $\qquad r_B = \pm 0{,}000\,001$ Ohm.

$\frac{1}{[102]} = b + 0{,}001\,585$ " " " 0° $\qquad \frac{1}{[116]} = b + 0{,}000\,436$ " " " 0° $\qquad r_e = \pm 0{,}000\,000_3$ "

$\frac{1}{[107]} = b - 0{,}001\,134$ " " " 0°

$$b = \frac{1}{5}\left[\frac{1}{[100]} + \frac{1}{[102]} + \frac{1}{[107]} + \frac{1}{[111]} + \frac{1}{[116]}\right].$$

Vergleichung der Quecksilbercopien No. 111 u. No. 116 mit dem Manganinwiderstand No. 148.

Hauptstrom = 0,015 *Am.*; Zuleitung = 0,07 Ohm.

	Bezeichnung $A - B$	Temperatur von B	Temperatur von Neben-schluss	Neben-schluss (Nominell) leg. Ohm	Aus-schlag Sc.-Th.	Differenz Beobachtet leg. Ohm	Differenz Reducirt auf 18° für B leg. Ohm
Vor der Serie	$\frac{1}{[111]} - \frac{1}{[148]}$	22,1°	24°	228 230	− 2,1 + 3,8	− 0,004 362	− 0,004 430
	$\frac{1}{[116]} - \frac{1}{[148]}$	"	"	365 370	− 3,1 + 3,1	− 0,002 716	− 0,002 784
Nach der Serie	$\frac{1}{[116]} - \frac{1}{[148]}$	22,7	25	365 370	− 4,3 + 1,2	− 0,002 705	− 0,002 782
	$\frac{1}{[111]} - \frac{1}{[148]}$	22,9	"	228 230	− 3,9 + 2,2	− 0,004 352	− 0,004 432

Mittelwerthe.

Bezeichnung $A - B$	Temperatur von A	Temperatur von B	Beobachtet leg. Ohm
$\frac{1}{[111]} - \frac{1}{[148]}$	0°	18°	− 0,004 431
$\frac{1}{[116]} - \frac{1}{[148]}$	"	"	− 0,002 783

[1]) Widerstands-Kasten No. 5521.

Vergleichung der Quecksilbercopien unter einander und mit den Manganinwiderständen.

4. Gruppe B (100, 102, 107, 111, 116).

(2. Reihe.)

Am 18. August 1892.

Hauptstrom = 0,015 *Am.*; Zuleitung = 0,07 Ohm. Beob. Kreichgauer und Jaeger.

Bezeichnung $A - B$	Temperatur Luft	Temperatur Neben-schluss	Nebenschluss (Nominell) leg. Ohm	Aus-schlag Sc. Th	Differenz Beobachtet leg. Ohm	Differenz Berechnet leg. Ohm	v 10^{-6} Ohm
$\frac{1}{[116]} - \frac{1}{[111]}$	232°	ca. 22°	600 615	+ 2,6 − 3,8	+ 0,001 647	+ 0,001 648	− 1
$\frac{1}{[100]} - \frac{1}{[111]}$	"	"	640 655	+ 2,8 − 3,1	+ 0,001 543	$+ 0{,}001\,543_5$	$- 0_5$
$\frac{1}{[107]} - \frac{1}{[111]}$	"	"	9 500 [1]) ∞	+ 4,2 − 12,4	+ 0,000 079	$+ 0{,}000\,078_5$	$+ 0_5$
$\frac{1}{[102]} - \frac{1}{[111]}$	"	"	355 359	+ 1,9 − 3,2	+ 0,002 800	+ 0,002 800	0
$\frac{1}{[102]} - \frac{1}{[107]}$	"	"	365 369	+ 2,1 − 2,5	+ 0,002 722	$+ 0{,}002\,721_5$	$+ 0_5$
$\frac{1}{[116]} - \frac{1}{[107]}$	"	"	630 640	+ 2,5 − 1,7	+ 0,001 569	$+ 0{,}001\,569_5$	$- 0_5$
$\frac{1}{[100]} - \frac{1}{[107]}$	"	"	675 690	+ 2,0 − 2,8	+ 0,001 466	+ 0,001 465	+ 1
$\frac{1}{[116]} - \frac{1}{[100]}$	"	"	8 000 9 700 [1])	+ 3,2 − 0,3	+ 0,000 105	$+ 0{,}000\,104_5$	$+ 0_5$
$\frac{1}{[102]} - \frac{1}{[100]}$	"	"	780 810	+ 3,6 − 3,8	+ 0,001 257	$+ 0{,}001\,256_5$	$+ 0_5$
$\frac{1}{[102]} - \frac{1}{[116]}$	23,7°	ca. 22,5°	855 880	+ 2,6 − 2,6	+ 0,001 151	+ 0,001 152	− 1

Resultat:

$\frac{1}{[100]} = b + 0{,}000\,329_5$ leg. Ohm bei 0° $\qquad \frac{1}{[111]} = b - 0{,}001\,214$ leg. Ohm bei 0° $\qquad r_B = \pm 0{,}000\,000_5$ Ohm.

$\frac{1}{[102]} = b + 0{,}001586$ " " " 0° $\qquad \frac{1}{[116]} = b + 0{,}000\,434$ " " " 0° $\qquad r_c = \pm 0{,}000\,000$ "

$\frac{1}{[107]} = b - 0{,}001\,135_5$ " " " 0°

$$b = \frac{1}{5}\left[\frac{1}{[100]} + \frac{1}{[102]} + \frac{1}{[107]} + \frac{1}{[111]} + \frac{1}{[116]}\right].$$

Vergleichung der Quecksilbercopien No. 111 u. No. 116 mit dem Manganinwiderstand No. 148.

Hauptstrom = 0,015 *Am.*; Zuleitung = 0,07 Ohm.

	Bezeichnung $A - B$	Temperatur von B	Temperatur von Neben-schluss	Neben-schluss (Nominell) leg. Ohm	Aus-schlag Sc.-Th.	Differenz Beobachtet leg. Ohm	Differenz Reducirt auf 18° für B leg. Ohm
Vor der Serie	$\frac{1}{[111]} - \frac{1}{[148]}$	22,0°	22°	228 230	− 1,2 + 5,0	− 0,004 371	− 0,004 438
	$\frac{1}{[111]} - \frac{1}{[148]}$	22,4	"	228 230	− 2,4 + 3,9	− 0,004 364	− 0,004 437
	$\frac{1}{[116]} - \frac{1}{[148]}$	"	"	365 370	− 3,1 + 2,9	− 0,002 718	− 0,002 791
Nach der Serie	$\frac{1}{[116]} - \frac{1}{[148]}$	22,7	"	365 370	− 3,9 + 2,2	− 0,002 714	− 0,002 791

Mittelwerthe.

Bezeichnung $A - B$	Temperatur von A	Temperatur von B	Beobachtet leg. Ohm
$\frac{1}{[111]} - \frac{1}{[148]}$	0°	18°	− 0,004 438
$\frac{1}{[116]} - \frac{1}{[148]}$	"	"	− 0,002 791

[1]) Widerstands-Kasten No. 5521.

Vergleichung der Quecksilbercopien unter einander und mit den Manganinwiderständen.

5. Gruppe C (100, 101, 103, 109, 111).

Am 20 August 1892.

Hauptstrom = 0,015 *Am*; Zuleitung = 0,07 Ohm. — Beob.: Kreichgauer und Jaeger.

Bezeichnung $A - B$	Temperatur Luft	Temperatur Nebenschluss	Nebenschluss (Nominell) leg. Ohm	Ausschlag Scalentheile	Differenz Beobachtet leg. Ohm	Differenz Berechnet leg. Ohm	r 10^{-6} Ohm
$\frac{1}{[100]} - \frac{1}{[111]}$	24°	ca. 23°	620 640	+ 4,0 − 3,8	+0,001 585[1]) + 1 584 *	+ 0,001 585	− 1
$\frac{1}{[100]} - \frac{1}{[103]}$	"	"	140 141	+ 5,0 − 3,3	+ 0,007 098	+ 0,007 096$_5$	+ 1$_5$
$\frac{1}{[111]} - \frac{1}{[103]}$	"	"	180 182	+ 5,1 − 4,7	+ 0,005 510	+ 0,005 511$_5$	− 1$_5$
$\frac{1}{[103]} - \frac{1}{[101]}$	"	"	453 458	+ 2,5 − 1,5	+ 0,002 188	+ 0,002 188$_5$	− 0$_5$
$\frac{1}{[109]} - \frac{1}{[103]}$	"	"	455 465	+ 4,0 − 3,9	+0,002 170[1]) + 2 169 *	+ 0,002 170$_5$	− 1$_5$
$\frac{1}{[109]} - \frac{1}{[101]}$	"	"	228 230	+ 3,1 − 3,0	+ 0,004 357$_5$	+ 0,004 359	− 1$_5$
$\frac{1}{[111]} - \frac{1}{[101]}$	"	"	129 130	+ 5,4 − 4,0	+ 0,007 700	+ 0,007 700	0
$\frac{1}{[100]} - \frac{1}{[101]}$	"	"	107 108	+ 5,8 − 7,6	+ 0,009 287$_5$	+ 0,009 285	+ 2$_5$
$\frac{1}{[100]} - \frac{1}{[109]}$	"	"	202 204	+ 2,7 − 5,0	+ 0,004 923	+ 0,004 926	− 3
$\frac{1}{[111]} - \frac{1}{[109]}$	24,5	ca. 23,5	296 300	+ 4,7 − 2,3	+ 0,003 340$_5$	+ 0,003 341	− 0$_5$
Controlbeobachtungen: $\frac{1}{[100]} - \frac{1}{[111]}$	24,5	ca. 23,5	625 640	+ 2,1 − 3,5	+ 0,001 583		
Controlbeobachtungen: $\frac{1}{[109]} - \frac{1}{[103]}$	"	"	455 465	+ 4,0 − 3,6	+ 0,002 168		

Resultat:

$\frac{1}{[100]} = c + 0{,}004\,578_5$ leg. Ohm bei 0° $\qquad \frac{1}{[109]} = c - 0{,}000\,347_5$ leg. Ohm bei 0° $\qquad r_B = \pm\, 0{,}000\,001_5$ Ohm

$\frac{1}{[101]} = c - 0{,}004\,706_5$ " " " 0° $\qquad \frac{1}{[111]} = c + 0{,}002\,993_5$ " " " 0° $\qquad r_c = \pm\, 0{,}000\,000_5$ "

$\frac{1}{[103]} = c - 0{,}002\,518$ " " " 0°

$$c = \frac{1}{5}\left[\frac{1}{[100]} + \frac{1}{[101]} + \frac{1}{[103]} + \frac{1}{[109]} + \frac{1}{[111]}\right]$$

Vergleichung der Quecksilbercopie No. 111 mit dem Manganinwiderstand No. 148.

Hauptstrom = 0,015 *Am*; Zuleitung = 0,07 Ohm.

	Bezeichnung $A - B$	Temperatur von B	Temperatur von Nebenschluss	Nebenschluss (Nominell) leg. Ohm	Ausschlag Scalentheile	Differenz Beobachtet leg. Ohm	Differenz Reducirt auf 18° für B leg. Ohm
Vor der Serie	$\frac{1}{[111]} - \frac{1}{[148]}$	23,7°	23,0°	229 231	− 2,4 + 3,4	− 0,004 345	− 0,004 435
Nach der Serie	$\frac{1}{[111]} - \frac{1}{[148]}$	24,3	23,5	229 231	− 3,9 + 2,1	− 0,004 336	− 0,004 433
						Mittel	− 0,004 434

[1]) Vergl. die Controlbeobachtungen unten; die mit * versehenen Zahlen sind die Mittel aus beiden Beobachtungen.

Vergleichung der Quecksilbercopien unter einander und mit den Manganinwiderständen.

6. Gruppe D (102, 110, 111, 114, 118).

Am 27. August 1892.

Hauptstrom = 0.015 *Am.*; Zuleitung = 0,07 Ohm. Beob. Kreichgauer und Jaeger

Bezeichnung $A - B$	Temperatur Luft	Temperatur Nebenschluss	Nebenschluss (Nominell) leg. Ohm	Ausschlag Sc.-Th.	Differenz Beobachtet leg. Ohm	Differenz Berechnet leg. Ohm	r 10^{-6} Ohm
$\frac{1}{[111]} - \frac{1}{[110]}$	23°,1	22°,0	202 204	+ 2,4 − 5,7	+ 0,004926	+ 0,004928	− 2
$\frac{1}{[102]} - \frac{1}{[110]}$	"	"	129 130	+ 1,1 − 8,0	+ 0,007729₅	+ 0,007728	+ 1₅
$\frac{1}{[118]} - \frac{1}{[110]}$	"	"	86 87	+ 13,9 − 6,9	+ 0,011511	+ 0,011510	+ 1
$\frac{1}{[114]} - \frac{1}{[110]}$	"	"	66 67	+ 19,9 − 15,0	+ 0,014983	+ 0,014984	− 1
$\frac{1}{[114]} - \frac{1}{[111]}$	"	"	99 100	+ 4,0 − 11,6	+ 0,010055	+ 0,010056	− 1
$\frac{1}{[118]} - \frac{1}{[111]}$	"	"	151 152	+ 4,7 − 2,4	+ 0,006581	+ 0,006582	− 1
$\frac{1}{[102]} - \frac{1}{[111]}$	"	"	353 359	+ 4,6 − 2,6	+ 0,002799	+ 0,002800	− 1
$\frac{1}{[118]} - \frac{1}{[102]}$	"	"	263 266	+ 2,1 − 4,8	+ 0,003782	+ 0,003782	0
$\frac{1}{[114]} - \frac{1}{[102]}$	"	"	137 138	+ 4,1 − 4,1	+ 0,007258	+ 0,007256	+ 2
$\frac{1}{[114]} - \frac{1}{[118]}$	24,1	23,0	285 290	+ 4,2 − 5,4	+ 0,003475	+ 0,003474	+ 1

Resultat:

$\frac{1}{[102]} = d - 0{,}000102$ leg. Ohm bei 0° $\qquad \frac{1}{[114]} = d + 0{,}007154$ leg. Ohm bei 0° $\qquad r_B = \pm 0{,}000001_5$ Ohm

$\frac{1}{[110]} = d - 0{,}007830$ " " " 0° $\qquad \frac{1}{[118]} = d + 0{,}003680$ " " " 0° $\qquad r_e = \pm 0{,}000000_5$ "

$\frac{1}{[111]} = d - 0{,}002902$ " " " 0°

$$d = \frac{1}{5}\left[\frac{1}{[102]} + \frac{1}{[110]} + \frac{1}{[111]} + \frac{1}{[114]} + \frac{1}{[118]}\right]$$

Vergleichung der Quecksilbercopien mit dem Manganinwiderstand No. 148.

Hauptstrom = 0,015 *Am.*; Zuleitung = 0,02 bez. 0,07 Ohm.

	Bezeichnung $A - B$	Temperatur B	Temperatur Nebenschluss	Nebenschluss (Nominell) leg. Ohm	Ausschlag Sc.-Th.	Differenz Beobachtet leg. Ohm	Differenz Reducirt auf 18° für B leg. Ohm
Vor der Serie	$\frac{1}{[111]} - \frac{1}{[148]}$	22°,9	23°,0	228 230	+ 2,8 − 1,4	− 0,004353	− 0,004434
Nach der Serie	$\frac{1}{[118]} - \frac{1}{[148]}$	23,8	24,0	440 450	+ 4,6 − 3,3	+ 0,002241	+ 0,002150
	$\frac{1}{[111]} - \frac{1}{[148]}$	23,8	24,0	229 232	+ 3,1 − 5,1	− 0,004342	− 0,004431
	$\frac{1}{[110]} - \frac{1}{[148]}$	21,8	24,0	107 108	+ 8,6 − 4,6	− 0,009272	− 0,009363
	$\frac{1}{[100]} - \frac{1}{[148]}$ [1]	23,9	24,0	358 362	+ 2,9 − 2,1	− 0,002769	− 0,002862

Mittelwerthe.

Bezeichnung $A - B$	Temp. von A	Temp. von B	Beobachtet leg. Ohm
$\frac{1}{[111]} - \frac{1}{[148]}$	0°	18°	− 0,004433₅
$\frac{1}{[118]} - \frac{1}{[148]}$	"	"	+ 0,002150
$\frac{1}{[110]} - \frac{1}{[148]}$	"	"	− 0,009363
$\frac{1}{[100]} - \frac{1}{[148]}$	"	"	− 0,002862

[1]) No. 100 kam erst nach Beendigung der Serie in den Eiskasten.

Vergleichung der Quecksilbercopien unter einander und mit den Manganinwiderständen.

7. Gruppe E (100, 107, 114, 116, 118).

Am 8. September 1892.

Hauptstrom = 0,015 *Am.*; Zuleitung = 0,07 Ohm. Beob.: Kreichgauer und Jaeger.

Bezeichnung $A - B$	Temperatur Luft	Temperatur Nebenschluss	Nebenschluss (Nominell) leg. Ohm	Ausschlag Sc.-Th.	Differenz Beobachtet leg. Ohm	Differenz Berechnet leg. Ohm	v 10^{-6} Ohm
$\frac{1}{[118]} - \frac{1}{[100]}$	18,7°	ca. 17,5	199 201	+ 3,0 − 4,7	+ 0,005 001	+ 0,004 997	+ 4
$\frac{1}{[114]} - \frac{1}{[100]}$	"	"	117 118	+ 7,9 − 3,0	+ 0,008 484	+ 0,008 484	0
$\frac{1}{[116]} - \frac{1}{[100]}$	"	"	9500 [1] ∞	+ 4,6 − 11,7	+ 0,000 075	+ 0,000 077	− 2
$\frac{1}{[116]} - \frac{1}{[107]}$	"	"	635 645	+ 0,6 − 3,1	+ 0,001 569	+ 0,001 570	− 1
$\frac{1}{[100]} - \frac{1}{[107]}$	"	"	660 680	+ 3,1 − 3,7	+ 0,001 494	+ 0,001 493	+ 1
$\frac{1}{[118]} - \frac{1}{[107]}$	"	"	153 154	+ 5,7 − 0,6	+ 0,006 491	+ 0,006 490	+ 1
$\frac{1}{[114]} - \frac{1}{[107]}$	"	"	100 101	+ 1,4 − 13,4	+ 0,009 977	+ 0,009 977	0
$\frac{1}{[114]} - \frac{1}{[116]}$	"	"	118 119	+ 8,6 − 2,1	+ 0,008 407	+ 0,008 407	0
$\frac{1}{[118]} - \frac{1}{[116]}$	"	"	201 204	+ 7,7 − 3,1	+ 0,004 918	+ 0,004 920	− 2
$\frac{1}{[114]} - \frac{1}{[118]}$	19,0	ca. 18,0	285 290	+ 2,4 − 6,7	+ 0,003 489	+ 0,003 487	+ 2

Resultat:

$\frac{1}{[100]} = e - 0{,}002\,413$ leg. Ohm bei 0° $\qquad \frac{1}{[116]} = e - 0{,}002\,336$ leg. Ohm bei 0° $\qquad r_B = \pm 0{,}000\,001_5$ Ohm

$\frac{1}{[107]} = e - 0{,}003\,906$ " " " 0° $\qquad \frac{1}{[118]} = e + 0{,}002\,584$ " " " 0° $\qquad r_e = \pm 0{,}000\,000_5$ "

$\frac{1}{[114]} = e + 0{,}006\,071$ " " " 0°

$$e = \frac{1}{5}\left[\frac{1}{[100]} + \frac{1}{[107]} + \frac{1}{[114]} + \frac{1}{[116]} + \frac{1}{[118]}\right]$$

Vergleichung einiger Quecksilbercopien mit dem Manganinwiderstand No. 148 und No 151.

Hauptstrom = 0,015 *Am.*; Zuleitung = 0,02 bez. 0,07 Ohm.

	Bezeichnung $A - B$	Temperatur B	Temperatur Nebenschluss	Nebenschluss (Nominell) leg. Ohm	Ausschlag Sc.-Th.	Differenz Beobachtet leg. Ohm	Differenz Reducirt auf 18° für B leg. Ohm
Vor der Serie	$\frac{1}{[100]} - \frac{1}{[148]}$	19,0°	17,5°	348 354	+ 3,6 − 3,9	0,002 848	− 0,002 866
	$\frac{1}{[118]} - \frac{1}{[148]}$	"	"	460 465	+ 2,4 − 1,0	+ 0,002 155	+ 0,002 137
Nach der Serie	$\frac{1}{[118]} - \frac{1}{[148]}$	"	"	460 468	+ 3,5 − 2,1	+ 0,002 149	+ 0,002 131
	$\frac{1}{[100]} - \frac{1}{[148]}$	"	"	350 354	+ 1,3 − 3,5	0,002 845	− 0,002 863
	$\frac{1}{[107]} - \frac{1}{[151]}$	20,8	18,0	236 239	+ 3,3 − 4,8	− 0,004 210$_5$	− 0,004 264$_5$

Mittelwerthe.

Bezeichnung $A - B$	Temperatur von A	Temperatur von B	Beobachtet leg. Ohm
$\frac{1}{[100]} - \frac{1}{[148]}$	0°	18°	0,002 864$_5$
$\frac{1}{[118]} - \frac{1}{[148]}$	"	"	+ 0,002 134
$\frac{1}{[107]} - \frac{1}{[151]}$	"	"	− 0,004 264$_5$

[1]) Widerstands-Kasten No. 5521.

B. Vergleichung einiger Quecksilbercopien und Manganinwiderstände vom 15. Oktober 1892 bis 28. Juni 1893.

1. Vergleichung der Quecksilbercopien No. 102 und No. 111 mit den Manganinwiderständen No. 150a und No. 151 in allen Combinationen.

Am 15. October 1892.

Hauptstrom = 0,015 *Am*; Zuleitung = 0,07 Ohm. Beob.: Kreichgauer und Jaeger.

Bezeichnung $A - B$	Temperatur von A	Temperatur von B	Temperatur von Nebenschluss	Nebenschluss (Nominell) leg. Ohm	Ausschlag Sc.-Th.	Differenz Beobachtet leg. Ohm	Differenz Reducirt auf 15° für M[1] leg. Ohm	Differenz Berechnet leg. Ohm	r 10^{-6} Ohm
$\frac{1}{[150a]} - \frac{1}{[111]}$	13,75°	0°	13,5°	285 290	− 4,2 + 4,9	+ 0,003 477	+ 0,003 465	+ 0,003 466	− 1
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[111]}$	13,75	0	„	224 228	− 3,8 + 7,5	+ 0,004 437	+ 0,004 407	+ 0,004 407	0
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[102]}$	13,8	0	„	600 625	− 6,6 + 3,6	+ 0,001 623	+ 0,001 595	+ 0,001 596	− 1
$\frac{1}{[150a]} - \frac{1}{[102]}$	13,8	0	„	1400 1600	− 7,1 + 6,1	+ 0,000 666	+ 0,000 655	+ 0,000 655	0
$\frac{1}{[102]} - \frac{1}{[111]}$	0	0	„	350 360	− 6,7 + 5,0	+ 0,002 811	+ 0,002 811	+ 0,002 811	0
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[150a]}$	18	18	„	Siehe Tabelle S. 428			+ 0,000 941	+ 0,000 941	0

$r_B = \pm 0{,}000000_5$ Ohm
$r_c = \pm 0{,}000000$ „

Ausgleichung:

	Berechnet[2] leg. Ohm	v 10^{-6} Ohm
$\frac{1}{[150a]} = S_1 + 0{,}000\,795$ leg. Ohm bei 15° C	$+0{,}000\,795_5$	-0_5
$\frac{1}{[151]} = S_1 + 0{,}001\,736$ „ „ „ 15° „	$+0{,}001\,736_5$	-0_5
$\frac{1}{[102]} = S_1 + 0{,}000\,140$ „ „ „ 0° „	$+0{,}000\,145_5$	-5_5
$\frac{1}{[111]} = S_1 - 0{,}002\,671$ „ „ „ 0° „	$-0{,}002\,677_5$	$+6_5$

$$S_1 = \frac{1}{4}\left[\frac{1}{[150a]} + \frac{1}{[151]} + \frac{1}{[102]} + \frac{1}{[111]}\right]$$

Resultat:[3]

$\frac{1}{[151]} = 1 - 0{,}000\,480$ leg. Ohm bei 18° C

$\frac{1}{[150a]} = 1 - 0{,}001\,375$ „ „ „ 18° „

$\frac{1}{[102]} = 1 - 0{,}002\,004$ „ „ „ 0° „

$\frac{1}{[111]} = 1 - 0{,}004\,827$ „ „ „ 0° „

$S_1 = 1 - 0{,}002\,149_5$

[1]) Für die Manganinwiderstände. — [2]) Aus den rechts stehenden Werthen. — [3]) Vergl. Tabelle S. 449.

Vergleichung der Quecksilbercopien unter einander und mit den Manganinwiderständen.

2. Vergleichung der Quecksilbercopien No. 102, 107, 109, 111, 114 mit dem Manganinwiderstand No. 151

Am 20. October 1892.

Hauptstrom = 0,015 *Am.*; Zuleitung = 0,02 bez. 0,07 Ohm. Beob.: Jaeger.

Bezeichnung $A - B$	Temperatur von A	Temperatur von B	Temperatur von Nebenschluss	Nebenschluss (Nominell) leg. Ohm	Ausschlag Sc.-Th.	Differenz Beobachtet leg. Ohm	Differenz Reducirt auf 18° für M[1]) leg. Ohm	Differenz Berechnet leg. Ohm	v 10^{-6} Ohm
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[111]}$	17,7°	0°	16,0°	228 233	+ 5,8 − 8,1	+ 0,004341	+ 0,004335	+ 0,004335	0
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[102]}$	17,5	"	"	630 680	+ 8,4 − 9,3	+ 0,001529	+ 0,001518	+ 0,001520	+ 2
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[107]}$	17,35	"	"	233 238	+ 3,0 − 10,7	+ 0,004270	+ 0,004256	+ 0,004256	0
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[109]}$	17,25	"	"	129 131	+ 7,6 − 10,0	+ 0,007694	+ 0,007679	+ 0,007680	+ 1
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[114]}$	17,15	"	"	174 177	+ 6,3 − 8,5	− 0,005701	− 0,005719	− 0,005719	0
$\frac{1}{[102]} - \frac{1}{[111]}$	0	"	"	350 360	+ 5,8 − 5,4	+ 0,002815	+ 0,002815	+ 0,002815	0
$\frac{1}{[107]} - \frac{1}{[111]}$	0	"	"	2600 ∞	+ 46,0 − 12,3	+ 0,000079	+ 0,000079	+ 0,000079	0
$\frac{1}{[111]} - \frac{1}{[109]}$	0	"	"	297 302	+ 3,1 − 5,2	+ 0,003345	+ 0,003345	+ 0,003345	0
$\frac{1}{[114]} - \frac{1}{[102]}$	0	"	"	137 139	+ 7,4 − 8,3	+ 0,007242	+ 0,007242	+ 0,007239	− 3

$r_B = \pm 0{,}000001$ Ohm

$r_c = \pm 0{,}000000_5$ "

Ausgleichung:

	Berechnet[2]) leg. Ohm	v 10^{-6} Ohm
$\frac{1}{[151]} = S_2 + 0{,}002012$ leg. Ohm bei 18°	$+ 0{,}002010_5$	$- 1_5$
$\frac{1}{[111]} = S_2 - 0{,}002323$ " " " 0°	$- 0{,}002326_5$	$- 3_5$
$\frac{1}{[102]} = S_2 + 0{,}000492$ " " " 0°	$+ 0{,}000496_5$	$+ 4_5$
$\frac{1}{[107]} = S_2 - 0{,}002244$ " " " 0°	$- 0{,}002244_5$	$- 0_5$
$\frac{1}{[109]} = S_2 - 0{,}005668$ " " " 0°	$- 0{,}005670_5$	$- 2_5$
$\frac{1}{[114]} = S_2 + 0{,}007731$ " " " 0°	$+ 0{,}007734_5$	$+ 3_5$

$$S_2 = \frac{1}{6}\left[\frac{1}{[151]} + \frac{1}{[111]} + \frac{1}{[102]} + \frac{1}{[107]} + \frac{1}{[109]} + \frac{1}{[114]}\right]$$

Resultat[3]):

$\frac{1}{[151]} = 1 - 0{,}000490$ leg. Ohm bei 18° C

$\frac{1}{[111]} = 1 - 0{,}004827$ " " " 0° C

$\frac{1}{[102]} = 1 - 0{,}002004$ " " " "

$\frac{1}{[107]} = 1 - 0{,}004745$ " " " "

$\frac{1}{[109]} = 1 - 0{,}008171$ " " " "

$\frac{1}{[114]} = 1 + 0{,}005234$ " " " "

$S_2 = 1 - 0{,}002500_5$

[1]) Für die Manganinwiderstände — [2]) Aus den rechts stehenden Werthen. — [3]) Vergl. Tabelle S. 449.

Vergleichung der Quecksilbercopien unter einander und mit den Manganinwiderständen.

3. Vergleichung der Quecksilbercopien No. 102, 107, 109, 111 mit dem Manganinwiderstand No. 151.

Am 23. März 1898.

Hauptstrom = 0,01 *Am*; Zuleitung = 0,07 Ohm. Beob.: Jaeger.

Bezeichnung $A - B$	Temperatur von A	Temperatur von B	Temperatur von Nebenschluss	Nebenschluss (Nominell) leg. Ohm	Ausschlag Sc.-Th.	Differenz Beobachtet leg. Ohm	Differenz Reducirt auf 18° für A leg. Ohm	Differenz Berechnet leg. Ohm	r 10^{-6} Ohm
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[109]}$	18°,2	0°	18°,3	129 131	+ 4,7 − 9,5	+ 0,007 700	+ 0,007 704	+ 0,007 706	− 2
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[102]}$	"	"	"	650 660	+ 2,0 − 0,2	+ 0,001 515	+ 0,001 519	+ 0,001 519	(0)
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[111]}$	"	"	"	229 231	+ 1,6 − 0,2	+ 0,004 333	+ 0,004 337	+ 0,004 342	− 5
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[107]}$	"	"	18,4	233 238	+ 3,4 − 6,0	+ 0,004 259	+ 0,004 261	+ 0,004 260	+ 1

Resultat[2]):

$\frac{1}{[151]} = 1 - 0{,}000\,485$ leg. Ohm bei 18° C

$\frac{1}{[109]} = 1 - 0{,}008\,191$ " " " 0° C

$\frac{1}{[102]} = 1 - 0{,}002\,004$ " " " "

$\frac{1}{[111]} = 1 - 0{,}004\,827$ leg. Ohm bei 0° C

$\frac{1}{[107]} = 1 - 0{,}004\,745$ " " " "

4. Vergleichung der Quecksilbercopien No. 102, 107, 109, 111, 114 mit den Manganinwiderständen No. 150_a und 151.

am 28. Juni 1898.

Hauptstrom = 0,005 *Am*; Zuleitung = 0,02 bez. 0,07 Ohm. Beob.: Jaeger.

Bezeichnung $A - B$	Temperatur von A	Temperatur von B	Temperatur von Nebenschluss	Nebenschluss (Nominell) leg. Ohm	Ausschlag Sc.-Th	Differenz Beobachtet leg. Ohm	Differenz Reducirt auf 18° für M[3]) leg. Ohm	Differenz Berechnet[1]) leg. Ohm	r 10^{-6} Ohm
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[102]}$	22°,1	0°	22°,2	650 750	+ 6,1 − 5,0	+ 0,001 418	+ 0,001 496	+ 0,001 497	+ 1
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[109]}$	22,25	"	22,5	130 133	+ 3,2 − 5,2	+ 0,007 611	+ 0,007 694	+ 0,007 694	0
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[114]}$	22,3	"	22,7	170 173	+ 4,0 − 1,9	− 0,005 804	− 0,005 724	− 0,005 732	− 8
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[111]}$	22,35	"	"	230 240	+ 4,5 − 3,5	+ 0,004 237	+ 0,004 318	+ 0,004 317	− 1
$\frac{1}{[151]} - \frac{1}{[107]}$	22,4	"	"	230 250	+ 8,5 − 9,0	+ 0,004 171	+ 0,004 253	+ 0,004 253	0
$\frac{1}{[107]} - \frac{1}{[111]}$	0	"	"	2500 ∞	+ 6,0 − 1,2	+ 0,000 067	+ 0,000 067	+ 0,000 064	− 3

Resultat[2]):

$\frac{1}{[151]} = 1 - 0{,}000\,507$ leg. Ohm bei 18° C

$\frac{1}{[102]} = 1 - 0{,}002\,004$ " " " 0° C

$\frac{1}{[111]} = 1 - 0{,}004\,824$ " " " "

$\frac{1}{[107]} = 1 - 0{,}004\,760$ leg. Ohm bei 0° C

$\frac{1}{[109]} = 1 - 0{,}008\,201$ " " " "

$\frac{1}{[114]} = 1 + 0{,}005\,225$ " " " "

[1]) Berechnet aus den untenstehenden Werthen. [2]) Siehe Tabelle S. 449. — [3]) Für die Manganinwiderstände.

Vergleichung der Quecksilbercopien unter einander und mit den Manganinwiderständen.

C. Vergleichung sämmtlicher Quecksilbercopien und Manganinwiderstände im März 1894.

1. Gruppe A_1 (102, 114, 115, 117, 119).

Am 24. März 1894.

Hauptstrom = 0,01 *Am.*; Zuleitung = 0,06 Ohm. Beob.: Jaeger.

Bezeichnung	Temperatur von		Nebenschluss (Nominell)	Ausschlag	Differenz		v
$A - B$	Luft	Nebenschluss	leg. Ohm	Scalentheile	Beobachtet leg. Ohm	Berechnet leg. Ohm	10^{-6} Ohm
$\frac{1}{[115]} - \frac{1}{[102]}$	18,2°	18,2°	111 113	− 5,4 + 8,3	+ 0,008 938	+ 0,008 937	− 1
$\frac{1}{[117]} - \frac{1}{[102]}$	"	18,2	266 269	− 2,8 + 1,2	+ 0,003 726	+ 0,003 726	0
$\frac{1}{[114]} - \frac{1}{[102]}$	"	18,2	137 139	− 4,3 + 4,6	+ 0,007 241	+ 0,007 242	+ 1
$\frac{1}{[119]} - \frac{1}{[102]}$	"	18,3	152 155	− 5,9 + 5,9	+ 0,006 510	+ 0,006 510	0
$\frac{1}{[119]} - \frac{1}{[117]}$	"	18,3	355 365	− 2,9 + 4,4	+ 0,002 785	+ 0,002 784	− 1
$\frac{1}{[115]} - \frac{1}{[117]}$	"	18,4	190 195	− 4,0 + 7,3	+ 0,005 211	+ 0,005 211	0
$\frac{1}{[114]} - \frac{1}{[117]}$	"	18,5	281 286	− 3,5 + 2,0	+ 0,003 516	+ 0,003 516	0
$\frac{1}{[114]} - \frac{1}{[119]}$	"	18,5	1200 1400	− 9,0 + 1,9	+ 0,000 733	+ 0,000 732	− 1
$\frac{1}{[115]} - \frac{1}{[119]}$	"	18,5	400 420	− 6,6 + 4,1	+ 0,002 425	+ 0,002 427	+ 2
$\frac{1}{[115]} - \frac{1}{[114]}$	17,9	18,5	580 610	− 2,9 + 4,7	+ 0,001 695	+ 0,001 695	0

Resultat:

$\frac{1}{[102]} = a_1 - 0{,}005\,283$ leg. Ohm bei 0° C $\quad \frac{1}{[117]} = a_1 - 0{,}001\,557$ leg. Ohm bei 0° C $\quad r_B = \pm 0{,}000\,000_5$ Ohm.

$\frac{1}{[114]} = a_1 + 0{,}001\,959$ " " " " $\quad \frac{1}{[119]} = a_1 + 0{,}001\,227$ " " " " $\quad r_c = \pm 0{,}000\,000_5$ "

$\frac{1}{[115]} = a_1 + 0{,}003\,654$ " " " "

$$a_1 = \frac{1}{5}\left[\frac{1}{[102]} + \frac{1}{[114]} + \frac{1}{[115]} + \frac{1}{[117]} + \frac{1}{[119]}\right]$$

Vergleichung einiger Quecksilbercopien mit dem Manganinwiderstand No. 151.

Hauptstrom = 0,01 *Am.*; Zuleitung = 0,02 bez. 0,06 Ohm.

Bezeichnung	Temperatur von		Nebenschluss (Nominell)	Ausschlag	Differenz	
$A - B$	B	Nebenschluss	leg. Ohm	Scalentheile	Beobachtet leg. Ohm	Reducirt auf 18° für B leg. Ohm
$\frac{1}{[114]} - \frac{1}{[151]}$	18,1°	18,6°	172 175	− 5,1 + 4,0	+ 0,005 752	+ 0,005 750
$\frac{1}{[102]} - \frac{1}{[151]}$	18,1	18,6	640 700	− 7,2 + 5,2	− 0,001 484	− 0,001 486
$\frac{1}{[115]} - \frac{1}{[151]}$	$18{,}0_5$	18,7	132 135	− 11,2 + 4,3	+ 0,007 448	+ 0,007 446

Vergleichung der Quecksilbercopien unter einander und mit den Manganinwiderständen.

2. Gruppe B_1 (100, 102, 107, 111, 116).

Am 28. und 29. März 1894.

Hauptstrom = 0,01 *Am*; Zuleitung = 0,06 Ohm. Beob: Jaeger.

Bezeichnung $A - B$	Temperatur von Luft	Temperatur von Nebenschluss	Nebenschluss (Nominell) leg. Ohm	Ausschlag Scalentheile	Differenz Beobachtet leg. Ohm	Differenz Berechnet leg. Ohm	v 10^{-6} Ohm
$\frac{1}{[100]} - \frac{1}{[111]}$	20,8°	19,0°	590 620	− 3,4 + 4,0	+ 0,001 653	+ 0,001 657	− 4
$\frac{1}{[116]} - \frac{1}{[111]}$	"	19,0	590 620	− 4,8 + 2,8	+ 0,001 641	+ 0,001 641	0
$\frac{1}{[107]} - \frac{1}{[111]}$	19,7	19,1	2500 ∞	− 29,0 + 7,1	+ 0,000 079	+ 0,000 076	+ 3
$\frac{1}{[102]} - \frac{1}{[111]}$	"	19,1	340 360	− 7,5 + 7,6	+ 0,002 856	+ 0,002 855	+ 1
$\frac{1}{[102]} - \frac{1}{[107]}$	17,5	19,2	350 370	− 6,6 + 7,3	+ 0,002 781	+ 0,002 779	+ 2
$\frac{1}{[116]} - \frac{1}{[107]}$	"	"	630 650	− 1,2 + 2,6	+ 0,001 569	+ 0,001 565	+ 4
$\frac{1}{[100]} - \frac{1}{[107]}$	"	19,1	600 650	− 7,6 + 4,4	+ 0,001 581	+ 0,001 581	0
$\frac{1}{[100]} - \frac{1}{[116]}$	"	"	10000 ∞	+ 9,8 + 1,5	+ 0,000 018	+ 0,000 016	+ 2
$\frac{1}{[102]} - \frac{1}{[100]}$	"	"	820 850	− 2,1 + 2,0	+ 0,001 196	+ 0,001 198	− 2
$\frac{1}{[102]} - \frac{1}{[116]}$	18,8	19,1	800 850	− 3,3 + 4,0	+ 0,001 215	+ 0,001 214	+ 1

Resultat:

$\frac{1}{[100]} = b_1 + 0{,}000\,411$ leg. Ohm bei 0° C $\frac{1}{[111]} = b_1 - 0{,}001\,246$ leg. Ohm bei 0° C $r_B = \pm 0{,}000002$ Ohm.

$\frac{1}{[102]} = b_1 + 0{,}001\,609$ " " " " $\frac{1}{[116]} = b_1 + 0{,}000\,395$ " " " " $r_c = \pm 0{,}000000_5$ "

$\frac{1}{[107]} = b_1 - 0{,}001\,170$ " " " "

$$b_1 = \frac{1}{5}\left[\frac{1}{[100]} + \frac{1}{[102]} + \frac{1}{[107]} + \frac{1}{[111]} + \frac{1}{[116]}\right]$$

Vergleichung einiger Quecksilbercopien mit den vier Manganinwiderständen.

Hauptstrom = 0,01 *Am*; Zuleitung = 0,02 bez. 0,06 Ohm.

Datum	Bezeichnung $A - B$	Temperatur von B	Temperatur von Nebenschluss	Nebenschluss (Nominell) leg. Ohm	Ausschlag Scalentheile	Differenz Beobachtet leg. Ohm	Differenz Reducirt auf 18° für B leg. Ohm
28. III. 94	$\frac{1}{[116]} - \frac{1}{[151]}$	19,0°	19,1°	370 380	+ 3,7 − 2,6	− 0,002 658	− 0,002 678
"	$\frac{1}{[102]} - \frac{1}{[151]}$	19,0	19,2	650 750	+ 9,1 − 9,8	− 0,001 438	− 0,001 458
"	$\frac{1}{[111]} - \frac{1}{[151]}$	19,0	19,2	228 230	+ 7,5 + 4,2	− 0,004 295	− 0,004 315
29. III. 94	$\frac{1}{[111]} - \frac{1}{[151]}$	17,35	17,7	230 232	+ 1,0 − 2,3	− 0,004 333	− 0,004 320
"	$\frac{1}{[111]} - \frac{1}{[148\,a]}$	17,4	18,0	100 101	+ 3,3 − 5,7	+ 0,009 956	+ 0,009 967
"	$\frac{1}{[111]} - \frac{1}{[149\,a]}$	17,4	17,9	290 300	+ 0,8 − 10,0	− 0,003 436	− 0,003 427
"	$\frac{1}{[111]} - \frac{1}{[150\,a]}$	17,7	18,0	285 300	+ 5,1 − 10,6	− 0,003 447	− 0,003 445
"	$\frac{1}{[102]} - \frac{1}{[150\,a]}$	17,7	18,0	1600 1800	+ 3,5 − 3,8	− 0,000 591	− 0,000 589

Vergleichung der Quecksilbercopien unter einander und mit den Manganinwiderständen.

3. Gruppe C_1 (100, 103, 109, 111, 115).

Am 31. März und 3. April 1894.

Hauptstrom = 0,01 *Am.*; Zuleitung = 0,06 Ohm. Beob.: Jaeger.

Datum	Bezeichnung $A - B$	Temperatur von Luft	Temperatur von Nebenschluss	Nebenschluss (Nominell) leg. Ohm	Ausschlag Scalentheile	Differenz Beobachtet leg. Ohm	Differenz Berechnet leg. Ohm	v 10^{-6} Ohm
31. III. 94	$\frac{1}{[100]} - \frac{1}{[111]}$	19,1°	18,5°	590 620	+ 3,6 − 3,8	+ 0,001654	+ 0,001657₅	+ 3₅
"	$\frac{1}{[115]} - \frac{1}{[111]}$	"	18,5	84 85	+ 10,7 − 1,4	+ 0,011764	+ 0,011764	0
"	$\frac{1}{[115]} - \frac{1}{[103]}$	"	18,6	57 58	+ 18,2 − 9,1	+ 0,017313	+ 0,017309	− 4
"	$\frac{1}{[109]} - \frac{1}{[103]}$	"	18,7	450 460	+ 1,7 − 2,3	+ 0,002201	+ 0,002203₅	+ 2₅
"	$\frac{1}{[111]} - \frac{1}{[103]}$	"	18,8	180 182	+ 0,7 − 5,1	+ 0,005544	+ 0,005545	+ 1
"	$\frac{1}{[100]} - \frac{1}{[103]}$	"	18,8	138 140	+ 3,2 − 5,7	+ 0,007201	+ 0,007202₅	+ 1₅
3. IV. 94	$\frac{1}{[111]} - \frac{1}{[109]}$	18,5	18,2	295 300	+ 4,1 − 0,5	+ 0,003338	+ 0,003341₅	+ 3₅
"	$\frac{1}{[100]} - \frac{1}{[109]}$	"	18,2	198 200	+ 3,4 − 0,6	+ 0,005003	+ 0,004999	− 4
"	$\frac{1}{[115]} - \frac{1}{[109]}$	"	18,3	66 67	+ 2,2 − 18,0	+ 0,015104	+ 0,015105₅	+ 1₅
"	$\frac{1}{[115]} - \frac{1}{[100]}$	18,8	18,3	98 100	+ 7,8 − 10,5	+ 0,010104	+ 0,010106₅	+ 2₅

Resultat:

$\frac{1}{[100]} = c_1 + 0{,}000750_5$ leg. Ohm bei 0° $\quad \frac{1}{[111]} = c_1 - 0{,}000907$ leg. Ohm bei 0° $\quad r_B = \pm 0{,}000002$ Ohm

$\frac{1}{[103]} = c_1 - 0{,}006452$ " " " 0° $\quad \frac{1}{[115]} = c_1 + 0{,}010857$ " " " 0° $\quad r_c = \pm 0{,}000000_5$ "

$\frac{1}{[109]} = c_1 - 0{,}004248_5$ " " " 0°

$$c_1 = \frac{1}{5}\left[\frac{1}{[100]} + \frac{1}{[103]} + \frac{1}{[109]} + \frac{1}{[111]} + \frac{1}{[115]}\right]$$

Vergleichung der Quecksilbercopie No. 111 mit den Manganinwiderständen No. 150a und No. 151.
Am 3. April 1894.

Hauptstrom = 0,01 *Am.*; Zuleitung = 0,06 Ohm.

Bezeichnung $A - B$	Temperatur von B	Temperatur von Nebenschluss	Nebenschluss (Nominell) leg. Ohm	Ausschlag Scalentheile	Differenz Beobachtet leg. Ohm	Differenz Reducirt auf 18° für B leg. Ohm
$\frac{1}{[111]} - \frac{1}{[151]}$	18,1°	18,2°	230 233	+ 2,5 − 2,7	− 0,004318	− 0,004320
$\frac{1}{[111]} - \frac{1}{[150\,a]}$	18,25	18,5	283 295	+ 8,4 − 5,1	− 0,003443	− 0,003444

Vergleichung der Quecksilbercopien unter einander und mit den Manganinwiderständen.

4. Gruppe D_1 (102, 109, 110, 114, 118).

Am 6., 7. und 10. April 1894.

Hauptstrom = 0,01 *Am*; Zuleitung = 0,06 Ohm. Beob.: Jaeger.

Datum	Bezeichnung	Temperatur von		Nebenschluss (Nominell)	Ausschlag	Differenz		r
	$A - B$	Luft	Nebenschluss	leg. Ohm	Scalentheile	Beobachtet leg. Ohm	Berechnet leg. Ohm	10^{-6} Ohm
6. IV. 94	$\frac{1}{[109]} - \frac{1}{[110]}$	18,8°	18,1°	600 650	− 7,5 + 5,0	+ 0,001 588	+ 0,001 592	− 4
"	$\frac{1}{[102]} - \frac{1}{[110]}$	"	"	128 130	− 3,6 + 7,8	+ 0,007 768	+ 0,007 766	+ 2
"	$\frac{1}{[118]} - \frac{1}{[110]}$	"	"	86 87	− 8,0 + 4,5	+ 0,011 528	+ 0,011 525	+ 3
"	$\frac{1}{[114]} - \frac{1}{[110]}$	18,9	18,3	66 67	− 10,9 + 9,4	+ 0,015 008	+ 0,015 008	0
"	$\frac{1}{[114]} - \frac{1}{[102]}$	18,8	18,5	137 138	− 4,4 + 0,4	+ 0,007 244	+ 0,007 242	+ 2
"	$\frac{1}{[118]} - \frac{1}{[102]}$	18,8	18,5	265 268	− 1,1 + 2,7	+ 0,003 759	+ 0,003 759	0
"	$\frac{1}{[114]} - \frac{1}{[118]}$	"	18,6	285 290	− 2,4 + 3,2	+ 0,003 479	+ 0,003 483	− 4
7. IV. 94	$\frac{1}{[114]} - \frac{1}{[109]}$	18,0	18,2	74 75	+ 7,0 9,2	+ 0,013 417	+ 0,013 416	+ 1
"	$\frac{1}{[102]} - \frac{1}{[109]}$	"	"	160 163	+ 6,3 − 4,2	+ 0,006 173	+ 0,006 174	− 1
"	$\frac{1}{[118]} - \frac{1}{[109]}$	18,1	18,2	100 101	+ 5,3 − 3,3	+ 0,009 928	+ 0,009 933	− 5

Resultat:

$\frac{1}{[102]} = d_1 + 0{,}000\,588$ leg. Ohm bei 0° $\qquad \frac{1}{[114]} = d_1 + 0{,}007\,830$ leg. Ohm bei 0° $\qquad r_B = \pm 0{,}000002_5$ Ohm.

$\frac{1}{[109]} = d_1 - 0{,}005\,586$ " " " 0° $\qquad \frac{1}{[118]} = d_1 + 0{,}004\,347$ " " " 0° $\qquad r_c = \pm 0{,}000001$ "

$\frac{1}{[110]} = d_1 - 0{,}007\,178$ " " " 0°

$$d_1 = \frac{1}{5}\left[\frac{1}{[102]} + \frac{1}{[109]} + \frac{1}{[110]} + \frac{1}{[114]} + \frac{1}{[118]}\right]$$

Vergleichung der Quecksilbercopien No. 102 und No. 109 mit den Manganinwiderständen No. 149a, 150a, 151.

Hauptstrom = 0,01 *Am*; Zuleitung = 0,06 Ohm.

Datum	Bezeichnung	Temperatur von		Nebenschluss (Nominell)	Ausschlag	Differenz	
	$A - B$	B	Nebenschluss	leg. Ohm	Scalentheile	Beobachtet leg. Ohm	Reducirt auf 18° für B leg. Ohm
6. IV. 94	$\frac{1}{[102]} - \frac{1}{[151]}$	18,4°	18,5°	650 700	+ 7,8 − 4,5	− 0,001 466	− 0,001 474
7. IV. 94	$\frac{1}{[109]} - \frac{1}{[151]}$	18,3	18,3	130 132	+ 3,4 − 7,0	− 0,007 647	− 0,007 653
"	$\frac{1}{[109]} - \frac{1}{[150\,a]}$	18,4	18,4	146 149	+ 5,5 7,2	− 0,006 786	− 0,006 788
10. IV. 94	$\frac{1}{[109]} - \frac{1}{[151]}$	17,85	17,8	130 131	+ 2,6 − 3,1	− 0,007 659	− 0,007 656
"	$\frac{1}{[109]} - \frac{1}{[150\,a]}$	17,85	17,8	146 148	+ 5,9 − 2,6	− 0,006 779	− 0,006 778
"	$\frac{1}{[109]} - \frac{1}{[149\,a]}$	17,8	17,8	146 148	+ 6,9 − 2,0	− 0,006 772	− 0,006 769

Vergleichung der Quecksilbercopien unter einander und mit den Manganinwiderständen.

Gruppe E_1 (Quecksilbercopien No. 103, 107, 116, 117, 118; Manganinwiderstände No. 148a, 149a, 150a, 151).

Vom 12. bis 16. April 1894.

Hauptstrom = 0,01 *Am.*; Zuleitung = 0,02 bez. 0,06 Ohm. Beob.: Jaeger.

Datum	Bezeichnung A — B	Temperatur von A	Temperatur von B	Temperatur von Nebenschluss	Nebenschluss (Nominell) leg. Ohm	Ausschlag Sc.-Th.	Differenz Beobachtet leg. Ohm	Differenz Reducirt auf 18° für M leg. Ohm	Differenz Berechnet leg. Ohm	v 10^{-6} Ohm
12. IV. 94	1/[107] — 1/[103]	0°	0°	18,7	178 / 180	+ 2,2 / − 2,9	+ 0,005 587	+ 0,005 587	+ 0,005 591	− 4
"	1/[117] — 1/[103]	0	0	"	82 / 83	+ 10,0 / − 3,3	+ 0,012 067	+ 0,012 067	+ 0,012 068$_5$	− 1$_5$
"	1/[118] — 1/[103]	0	0	18,8	82 / 83	+ 6,4 / − 6,4	+ 0,012 105	+ 0,012 105	+ 0,012 100	+ 5
"	1/[118] — 1/[107]	0	0	"	151 / 154	+ 1,9 / − 2,3	+ 0,006 510	+ 0,006 510	+ 0,006 509	+ 1
"	1/[117] — 1/[107]	0	0	18,9	153 / 155	+ 4,5 / − 3,1	+ 0,006 480	+ 0,006 480	+ 0,006 477$_5$	+ 2$_5$
"	1/[116] — 1/[107]	0	0	"	630 / 650	+ 1,3 / − 3,0	+ 0,001 572	+ 0,001 572	+ 0,001 570$_5$	+ 1$_5$
"	1/[117] — 1/[116]	0	0	"	200 / 205	+ 7,7 / − 3,3	+ 0,004 909	+ 0,004 909	+ 0,004 907	+ 2
"	1/[118] — 1/[116]	0	0	19,0	200 / 205	+ 4,9 / − 6,2	+ 0,004 940	+ 0,004 940	+ 0,004 938$_5$	+ 1$_5$
"	1/[118] — 1/[117]	0	0	"	10 000 / ∞	+ 6,1 / − 2,6	+ 0,000 030	+ 0,000 030	+ 0,000 031$_5$	− 1$_5$
13. IV. 94	1/[103] — 1/[151]	0	17,95	18,0	100 / 101	− 14,1 / − 5,2	− 0,009 832	− 0,009 831	− 0,009 833$_5$	+ 2$_5$
"	1/[103] — 1/[150a]	0	18,05	18,1	110 / 112	− 11,3 / + 3,9	− 0,008 960	− 0,008 960	− 0,008 959$_5$	− 0$_5$
"	1/[103] — 1/[149a]	0	17,8	"	110 / 112	− 12,2 / + 2,6	− 0,008 949	− 0,008 946	− 0,008 943	− 3
"	1/[103] — 1/[148a]	0	17,9	18,2	220 / 230	− 8,1 / + 10,0	+ 0,004 452	+ 0,004 454	+ 0,004 452$_5$	+ 1$_5$
"	1/[107] — 1/[148a]	0	17,95	"	99 / 100	− 4,5 / + 4,6	+ 0,010 041	+ 0,010 042	+ 0,010 043$_5$	− 1$_5$
"	1/[107] — 1/[149a]	0	17,95	18,3	290 / 300	− 8,7 / + 1,8	− 0,003 350	− 0,003 350	− 0,003 352	+ 2
"	1/[107] — 1/[150a]	0	18,3	"	290 / 300	− 7,0 / + 3,1	− 0,003 364	− 0,003 365	− 0,003 368$_5$	+ 3$_5$
"	1/[107] — 1/[151]	0	18,35	"	233 / 240	− 5,1 / + 6,4	− 0,004 232	− 0,004 239	− 0,004 242$_5$	+ 3$_5$
"	1/[116] — 1/[151]	0	18,35	"	370 / 380	− 3,6 / + 3,2	− 0,002 661$_5$	− 0,002 669$_5$	− 0,002 672	+ 2$_5$
"	1/[116] — 1/[150a]	0	18,4	"	540 / 600	− 5,1 / + 11,7	− 0,001 792	− 0,001 794	− 0,001 798	+ 4
"	1/[116] — 1/[149a]	0	18,1	"	530 / 600	− 9,5 / + 10,1	− 0,001 775	− 0,001 777	− 0,001 781$_5$	+ 4$_5$

Vergleichung der Quecksilbercopien unter einander und mit den Manganinwiderständen.

Gruppe E_1 (Fortsetzung).

Datum	Bezeichnung $A - B$	Temperatur von A	Temperatur von B	Temperatur von Nebenschluss	Nebenschluss (Nominell) leg. Ohm	Ausschlag Sc-Th	Differenz: Beobachtet leg. Ohm	Differenz: Reducirt auf 18° für M leg. Ohm	Differenz: Berechnet leg. Ohm	v 10^{-6} Ohm
14. IV. 94	$\frac{1}{\lvert 116\rvert} - \frac{1}{\lvert 148a\rvert}$	0°	18,7°	19,0°	85 87	+ 12,0 − 12,8	+ 0,011 619	+ 0,011 606	+ 0,011 614	− 8
"	$\frac{1}{\lvert 117\rvert} - \frac{1}{\lvert 148a\rvert}$	0	18,7	19,1	60 61	+ 10,2 − 14,1	+ 0,016 531	+ 0,016 518	+ 0,016 521	− 3
"	$\frac{1}{\lvert 117\rvert} - \frac{1}{\lvert 149a\rvert}$	0	18,7	"	310 320	+ 7,8 − 1,3	+ 0,003 138	+ 0,003 128	+ 0,003 125$_5$	+ 2$_5$
"	$\frac{1}{\lvert 117\rvert} - \frac{1}{\lvert 150a\rvert}$	0	18,85	"	315 330	+ 5,4 − 7,5	+ 0,003 109	+ 0,003 105	+ 0,003 109	− 4
"	$\frac{1}{\lvert 117\rvert} - \frac{1}{\lvert 151\rvert}$	0	18,85	"	430 450	+ 6,2 − 2,9	+ 0,002 252	+ 0,002 235	+ 0,002 235	0
"	$\frac{1}{\lvert 118\rvert} - \frac{1}{\lvert 151\rvert}$	0	18,85	"	430 450	+ 3,5 − 5,6	+ 0,002 280$_5$	+ 0,002 263$_5$	+ 0,002 266$_5$	− 3
"	$\frac{1}{\lvert 118\rvert} - \frac{1}{\lvert 150a\rvert}$	0	18,85	"	315 330	+ 2,5 − 10,6	+ 0,003 142	+ 0,003 138	+ 0,003 140$_5$	− 2$_5$
"	$\frac{1}{\lvert 118\rvert} - \frac{1}{\lvert 149a\rvert}$	0	18,7	"	310 330	+ 5,2 − 12,5	+ 0,003 165	+ 0,003 155	+ 0,003 157	− 2
"	$\frac{1}{\lvert 118\rvert} - \frac{1}{\lvert 148a\rvert}$	0	18,7	19,0	60 61	+ 7,4 − 17,0	+ 0,016 565	+ 0,016 552	+ 0,016 552$_5$	− 0$_5$
16. IV. 94	$\frac{1}{\lvert 149a\rvert} - \frac{1}{\lvert 148a\rvert}$	18,7	18,7	19,0	74 75	− 9,4 + 6,5	+ 0,013 394	+ 0,013 391$_5$	+ 0,013 395$_5$	− 4
"	$\frac{1}{\lvert 150a\rvert} - \frac{1}{\lvert 148a\rvert}$	19,0	18,7	"	74 75	− 6,7 + 9,5	+ 0,013 426	+ 0,013 418	+ 0,013 412	+ 6
"	$\frac{1}{\lvert 151\rvert} - \frac{1}{\lvert 148a\rvert}$	19,0	18,75	19,1	69 70	− 17,8 + 1,3	+ 0,014 286	+ 0,014 291	+ 0,014 286	+ 5
"	$\frac{1}{\lvert 151\rvert} - \frac{1}{\lvert 149a\rvert}$	19,0$_5$	18,8	19,2	1 000 1 200	− 11,1 + 4,4	+ 0,000 880	+ 0,000 889	+ 0,000 890$_5$	− 1$_5$
"	$\frac{1}{\lvert 150a\rvert} - \frac{1}{\lvert 149a\rvert}$	19,1	18,8	19,3	10 000 ∞	− 7,2 + 1,7	+ 0,000 019	+ 0,000 012$_5$	+ 0,000 016$_5$	− 4
"	$\frac{1}{\lvert 151\rvert} - \frac{1}{\lvert 150a\rvert}$	19,1$_5$	19,1$_5$	19,4	1 000 1 200	− 12,7 + 2,3	+ 0,000 858	+ 0,000 875	+ 0,000 874	+ 1

$r_B = \pm 0{,}000\,003$ Ohm
$r_e = \pm 0{,}000\,000_5$ „

Resultat:

Quecksilbercopien:

$\frac{1}{\lvert 103\rvert} = e_1 - 0{,}006\,689_5$ leg. Ohm bei 0° C
$\frac{1}{\lvert 107\rvert} = e_1 - 0{,}001\,098_5$ „ „ „ „
$\frac{1}{\lvert 116\rvert} = e_1 + 0{,}000\,472$ „ „ „ „
$\frac{1}{\lvert 117\rvert} = e_1 + 0{,}005\,379$ „ „ „ „
$\frac{1}{\lvert 118\rvert} = e_1 + 0{,}005\,410$ „ „ „ „

Manganinwiderstände:

$\frac{1}{\lvert 148a\rvert} = e_1 - 0{,}011\,142$ leg. Ohm bei 18° C
$\frac{1}{\lvert 149a\rvert} = e_1 + 0{,}002\,253_5$ „ „ „ „
$\frac{1}{\lvert 150a\rvert} = e_1 + 0{,}002\,270$ „ „ „ „
$\frac{1}{\lvert 151\rvert} = e_1 + 0{,}003\,144$ „ „ „ „

$$e_1 = \frac{1}{9}\left[\frac{1}{\lvert 103\rvert} + \frac{1}{\lvert 107\rvert} + \frac{1}{\lvert 116\rvert} + \frac{1}{\lvert 117\rvert} + \frac{1}{\lvert 118\rvert} + \frac{1}{\lvert 148a\rvert} + \frac{1}{\lvert 149a\rvert} + \frac{1}{\lvert 150a\rvert} + \frac{1}{\lvert 151\rvert}\right].$$

DIE ELEKTRISCHEN

NORMAL-DRAHTWIDERSTÄNDE

DER

PHYSIKALISCH-TECHNISCHEN REICHSANSTALT

VON

K. FEUSSNER UND **ST. LINDECK**

INHALTSVERZEICHNISS

Vorbemerkungen.

Im Jahre 1888 wurden im elektrotechnischen Laboratorium der Reichsanstalt Untersuchungen in Angriff genommen, welche den Zweck verfolgten, durch Schaffung möglichst unveränderlicher und für den praktischen Gebrauch geeigneter Normalwiderstände eine sichere Grundlage für die elektrischen Präcisionsmessungen zu gewinnen.

Ueber diese Arbeiten sind bereits verschiedene einzelne Mittheilungen aus der Reichsanstalt veröffentlicht worden.[1] Im Nachfolgenden soll eine zusammenfassende Darstellung dieser Arbeiten gegeben werden.

I. Die Metall-Legirungen für Normalwiderstände.

1. Untersuchung im Handel befindlicher Legirungen.

Bei Beginn unserer Arbeiten nahmen wir zunächst eine Untersuchung der für elektrische Widerstände am meisten benutzten Legirungen vor, in der Absicht, einigen Aufschluss über die Ursachen der Veränderlichkeit des specifischen Widerstands derselben zu erhalten, welche sich bei Präcisionsmessungen so ausserordentlich störend erwiesen hatte.

Es wurde zunächst der Neusilberdraht untersucht, welchen die Firma Siemens & Halske für ihre Normalwiderstände verwandte, sodann Nickelindraht von Obermaier in Nürnberg, sowie Platinsilber und Platiniridium von Heräus in Hanau.

Von diesen Legirungen zeigte sich Platinsilber als nicht homogen genug und so brüchig, dass es als ungeeignet ausgeschlossen werden musste;

[1]) Dr. K. Feussner und Dr. St. Lindeck: Metalllegirungen für elektrische Widerstände, Zeitschr. f. Instrk. **9**, S. 233; 1889. — Dr. St. Lindeck: Tageblatt der Naturforscherversammlung, Heidelberg 1889, S. 726. — Dr. K. Feussner: Die Construction der elektrischen Normalwiderstände d. P. T. R., Zeitschr. f. Instrk. **10**, S. 6 und S. 425; 1890. — K. Feussner: Ueber den Leitungswiderstand der Legirungen von Nickel und Kupfer. Verh. der Physik. Gesellsch. zu Berlin 1892, S. 109. — K. Feussner: Neue Materialien für elektrische Messwiderstände. Elektrotechn. Zeitschr. **13**, S. 99; 1892. — Dr. St. Linderk: Report of the Comm. British Ass. 1892, Appendix IV

Platiniridium konnte wegen seines grossen Temperaturcoefficienten und seines hohen Preises für die praktische Verwendung nur in zweiter Linie in Betracht kommen.

Im Laufe der Untersuchung wurden wir dann noch auf das Material aufmerksam, welches zu den Reichsnickelmünzen verwandt und u. A. von der Firma Basse & Selve in Altena unter der Bezeichnung „Patentnickel" in den Handel gebracht wird.

a) Chemische Zusammensetzung. — Um die untersuchten Materialien sicher zu charakterisiren, wurden von dem chemischen Laboratorium der Reichsanstalt Analysen vorgenommen, deren Ergebnisse in der folgenden Tabelle zusammengestellt sind:

Tabelle 1.

	Neusilber (1 mm) von S & H.	Nickelin (1 mm) von Obermaier	Patentnickel (1 mm)
Kupfer	60,16	61,63	74,71
Zink	25,37	19,67	0,52
Nickel	14,03	18,46	24,14
Kobalt	Spur	0,19	Spur
Eisen	0,30	0,24	0,70
Mangan	Spur	0,18	0,17
Zinn	—	—	Spur
	99,86	100,37	100,24
Specif. Widerstand	30,0	33,2	32,8
Temperaturcoefficient	0,00036	0,00030	0,00021
Thermoelektrisch Kraft gegen Kupfer	14,4	18,1	29,1

Der Uebersichtlichkeit wegen sind die Werthe der drei für den vorliegenden Zweck in Frage kommenden physikalischen Constanten hier gleich beigefügt.

Der specif. Widerstand ist in Mikrohm-Centimeter, und die thermoelektrische Kraft gegen Kupfer in Mikrovolt für 1° C Temperaturdifferenz angegeben

b) Widerstandsänderung durch Biegen. — Zunächst wurde die Aenderung bestimmt, welche durch das Wickeln des Drahtes auf Rollen von verschiedenem Durchmesser hervorgerufen wird.

An die beiden Enden der Probedrähte wurden Kupferstückchen hart angelöthet, der Widerstand gemessen, darauf unter Vermeidung eines stärkeren Zuges, als unbedingt nöthig ist, gewickelt, und der Widerstand wieder bei derselben Temperatur wie das erste Mal bestimmt.

Tabelle 2.

Drahtsorte	Durchmesser der Rolle	Widerstand in Ohm vor dem Wickeln	Widerstand in Ohm nach dem Wickeln	Zunahme in %
1. Normal-Neusilber von S. & H., 1 mm .	20 mm	2,2403	2,2575	0,77
	10 "	2,2460	2,2594	0,60
	10 "	2,2470	2,2666	0,87
	40 "	2,2425	2,2457	0,14
	40 "	2,2468	2,2561	0,41
	40 "	2,2440	2,2500	0,27
	10 "	1,9603	1,9698	0,48
2. Nickelin von Obermaier . . 1 mm	40 "	1,9977	2,0000	0,12
" " " . . 1 "	10 "	2,0008	2,0024	0,08
" " " . . 0,3 "	3 "	2,0099	2,0198	0,49
3. Platinsilber . . . . 0,3 "	4 "	2,0205	2,0217	0,06
4. Platiniridium . . . . 0,3 "	3 "	2,0140$_5$	2,0190	0,25
5. Patentnickel . . . . 1 "	40 "	2,8687	2,8704	0,06
" . . . . 1 "	10 "	1,0031	1,0035	0,04
" . . . . 0,6 "	24 "	6,0106	6,0149	0,07
" . . . . 0,6 "	6 "	2,9986	3,0054	0,23
" . . . . 0,3 "	12 "	15,0748	15,0837	0,06
" . . . . 0,3 "	3 "	5,0583	5,0973	0,77

Alle Drähte zeigten hiernach in Folge des Wickelns eine Zunahme des Widerstandes, welche von einigen Hundertel Procent bis auf annähernd 1 Procent steigt. Am wenigsten Aenderung erfuhr der Patentnickeldraht, am meisten das Neusilber. Wenn der Durchmesser der Rolle 40mal so gross als der des Drahtes ist, kann man bei Patentnickel nur noch eine geringe Zunahme bemerken; bei Neusilber ist sie etwa 4mal so gross und steigt bei beiden Materialien ebenfalls auf das Vierfache, wenn Rollen von nur zehnfachem Drahtdurchmesser benutzt werden.

Als Ursache für die Zunahme des Widerstandes durch das Wickeln ist zum Theil eine Dehnung des Drahtes, zum Theil aber auch eine mechanische Härtung in Folge der Biegung beim Aufwickeln anzunehmen.

Gegen nachträgliche Aenderungen, welche durch Verbiegen entstehen, kann man sich bei Normalwiderständen ziemlich leicht und vollständig dadurch schützen, dass man die Drähte auf einer Metallunterlage mittels eines starken Schellackanstriches aufkittet.

c) Widerstandsänderung durch Erwärmen. — Viel wichtiger ist der Einfluss, welchen Erwärmungen auf den Widerstand des Materials ausüben. Um diesen kennen zu lernen, wurde der grössere Theil der in der vorigen Tabelle aufgeführten Rollen in einem Trockenschrank jedesmal

mehrere Stunden lang den Temperaturen 40° C, 100° C, 150° C, und wieder 100° C ausgesetzt, und der Widerstand vor und nach jeder Erhitzung gemessen. In der nachstehenden Tabelle 3 sind in Spalte 6 die Aenderungen des Widerstandes angegeben, welche durch die in den beiden Spalten 2 und 3 bezeichnete Erhitzung veranlasst worden sind. Die Reihenfolge der verschiedenen Erhitzungen der einzelnen Rollen entspricht der in der Tabelle 3 befolgten Anordnung.

Tabelle 3.

Drahtsorte	Dauer der Erwärmung	Grad der Erwärmung	Widerstand vor der Erwärmung	Widerstand nach der Erwärmung	Aenderung
1	2	3	4	5	6
	Stunden	Grad C.	Ohm	Ohm	%
1. Neusilber von S. & H. . 1 mm	7	40	1,9698	1,9706	+ 0,04
	3	150	1,9706	1,9875	+ 0,85
	5	100	1,9875	1,9878	+ 0,02
2. Nickelin von Obermaier 1 mm	7	40	2,0000	2,0007	+ 0,04
	3	150	2,0007	2,0146	+ 0,69
	5	100	2,0146	2,0147	+ 0,01
3. Patentnickel . . . . . 1 mm	8	40	2,8704	2,8692	— 0,04
	2	150	2,8692	2,8575	— 0,41
	2	100	2,8575	2,8576	+ 0,00$_3$
	8	100	2,8576	2,8577	+ 0,00$_4$
4. Patentnickel . . . . . 0,6 mm	5	100	6,0149	6,0056	— 0,15
	4	100	6,0056	6,0048	— 0,01
	2	150	6,0048	5,9962	— 0,14
	3	100	5,9962	5,9963	+ 0,00$_2$
	14 Tage Zimmertemperatur		5,9963	5,9964	+ 0,00$_2$
5. Patentnickel . . . . . 0,3 mm	8	40	15,0837	15,0779	— 0,04
	2	150	15,0779	15,0067	— 0,47
	3	100	15,0067	15,0071	+ 0,00$_3$
6. Patentnickel . . . . . 0,3 mm	6	40	5,0970	5,0945	— 0,05
	3	100	5,0945	5,0863	— 0,16
	2	150	5,0863	5,0726	— 0,27
	2	100	5,0726	5,0726	0

Zunächst fällt hier auf, dass die Erhitzung bei Patentnickel eine Abnahme, bei Neusilber und Nickelin eine Zunahme des specifischen Widerstandes veranlasst. Die erstmalige Erwärmung auf 40° C hat bei allen Drähten eine geringe, jedoch immerhin recht gut merkliche Aenderung zur Folge. Bei den darauf vorgenommenen Erhitzungen auf 100° und 150° C zeigen Neusilber und Nickelin eine beinahe gleiche Zunahme, die annähernd doppelt so gross ist, als die Abnahme, welche Patentnickel aufweist. Erhitzungen auf 100° nach vorausgegangener längerer Erhitzung auf 150°

haben bei Neusilber und Nickelin nur noch einen sehr geringen Einfluss, bei Patentnickel überhaupt keine merkliche Wirkung mehr, da die beobachteten kleinen Unterschiede auf Beobachtungsfehler zurückgeführt werden können.

Das wichtige Ergebniss, welches hieraus zunächst folgte, war, dass man durch eine mehrstündige Erhitzung auf 150° C den specifischen Widerstand von Neusilber und Nickelin annähernd, den von Patentnickel — soweit bei diesen Versuchen festgestellt werden konnte — vollständig constant machen kann, sodass er auch durch spätere Erhitzungen bis 100° C nicht mehr verändert wird. Zweitens ergiebt sich aus den Versuchen, dass von den untersuchten Materialien Patentnickel sich wesentlich besser als Neusilber und Nickelin[1]) für die Herstellung von Normalwiderständen eignet. Der Grund für diesen Unterschied ist wohl ohne Zweifel in dem Zinkgehalt der beiden erstgenannten Legirungen zu suchen.

d) Widerstandsänderung durch andere Einflüsse. — Von anderen Eigenschaften der Metalllegirungen, welche Aenderungen der daraus hergestellten Widerstände verursachen könnten, würde zunächst ihre Oxydirbarkeit an der Luft in Erwägung zu ziehen sein. Wie bereits oben erwähnt (vergl. S. 505), überziehen wir jedoch schon aus anderen Gründen die Drähte mit einer starken Schellackschicht. Es hat sich nun gezeigt, dass unter einem solchen Ueberzuge auch bedeutend leichter oxydirbare Metalle als die vorerwähnten nickelhaltigen Legirungen (z. B. das später zu erwähnende Manganin) bei Erhitzungen bis auf 150° C nicht merklich anlaufen. Daher braucht bei dem von uns angewandten Herstellungsverfahren der Normalwiderstände auf die Oxydirbarkeit der benutzten Legirungen keine besondere Rücksicht genommen zu werden.

Die thermoelektrische Kraft des Widerstandsmaterials gegen Kupfer kann scheinbare Widerstandsänderungen veranlassen. Am meisten macht sie sich bei Widerständen von sehr kleinem Betrage, welche mit hohen Stromstärken benutzt werden, bemerklich. Durch geeigneten Bau und entsprechende Aufstellung der Apparate bei dem Gebrauche lässt sie sich jedoch ziemlich unwirksam machen. Die Werthe der thermoelektrischen Kraft in Mikrovolt für einen Grad Temperaturunterschied der Löthstellen sind bereits in Tabelle 1 angegeben worden.

Von viel grösserer Wichtigkeit ist die Veränderlichkeit des specifischen Widerstandes mit der Temperatur. Wir besitzen kein Mittel, den Einfluss

[1]) Neuerdings wird von der Firma Fleitmann, Witte & Co. in Schwerte auch eine zinkfreie Nickellegirung unter dem Namen „Nickelin" in den Handel gebracht, welche dem später zu erwähnenden Constantan entsprechend zusammengesetzt und von dem hier erwähnten Nickelin durchaus zu unterscheiden ist.

derselben zu compensiren; nur durch gute Kühlung in Oelbädern können wir die hierdurch auftretenden Aenderungen in engen Grenzen halten und durch Temperaturmessung die Grösse derselben annähernd ermitteln. Dieser Umstand bildete bei den Widerstandsmessungen in der Regel die grösste Quelle von Unsicherheiten und den Ausgangspunkt für unsere weiteren Untersuchungen über Vervollkommnung der Widerstandsmaterialien.

e) Untersuchungen des Herrn Klemenčic. — Bevor wir auf diese übergehen, mögen noch die Ergebnisse einer von anderer Seite angestellten Untersuchung über denselben Gegenstand mit unseren Resultaten verglichen werden.

Herr Klemenčic hat eine ausführliche Arbeit „Ueber die Eignung des Platin-Iridiums und einiger anderer Legirungen zur Anfertigung von Normal-Widerstands-Einheiten“ [1]) in neuerer Zeit veröffentlicht. In derselben werden Platin-Iridium, Platinsilber, Neusilber und Nickelin untersucht. Eine Analyse der verschiedenen Drähte ist nicht mitgetheilt. Dagegen besassen zwei Proben der mit Nickelin bezeichneten Legirung, welche Herr Klemencic im Februar 1890 uns zu überlassen die Freundlichkeit hatte, nach einer in der Reichsanstalt gemachten Analyse die Zusammensetzung:

	Kupfer	Nickel	Mangan
1. nackter Draht	75,4	24,6	Spur,
2. umsponnener Draht . .	75,5	24,5	Spur,

entsprechen also dem auf S. 504 von uns erwähnten Patentnickel.

Die verschiedenen Materialien wurden auf ihren specifischen Widerstand und Temperaturcoefficient, auf ihre thermoelektrische Kraft gegen Kupfer und die zeitliche Constanz der daraus hergestellten Widerstände, sowie auf den Einfluss von mechanischen Deformationen und mässiger Temperaturänderungen geprüft. Als Resultat der ganzen Untersuchung ergab sich dabei, dass Neusilber am wenigsten als Material für Normalwiderstände geeignet sei, da gerade bei diesem Materiale durch den Einfluss mechanischer Deformationen die stärksten und am längsten anhaltenden Widerstandsänderungen hervorgerufen würden. In diesem Punkte stimmen unsere Beobachtungen mit denen von Herrn Klemencic überein. Durch die mässige Temperaturerhöhung, welche Herr Klemencic anwandte, wurden die Widerstandsänderungen bereits merklich beschleunigt. Dazu bemerkt derselbe: „Es wäre sogar vielleicht angezeigt, neu angefertigte Widerstandsbüchsen durch längere Zeit einer mässigen Temperaturerhöhung auszusetzen, um die durch vorausgegangene mechanische Einwirkung eingeleitete Widerstandsänderung rascher

[1]) Siehe Berichte der Academie Wien, 97, 1888, und Centralblatt für Elektr. 1889, S. 281. Die Arbeit ist zwar vor unserer oben erwähnten Mittheilung erschienen, kam jedoch erst später zu unserer Kenntniss.

zum Abschluss zu bringen," indessen hat er diesen Gedanken nicht weiter verfolgt.

Am besten schien sich bei seinen Versuchen Platinsilber zu bewähren, ein Material, welches schon vor 30 Jahren von Matthiessen warm empfohlen wurde, bei unseren Versuchen aber sich wegen mangelnder Homogenität nicht brauchbar erwies.

Gegen die Verwendung von „Nickelin" (Patentnickel) zu Normalwiderständen spricht nach Klemencic „trotz der vielen guten Eigenschaften" die hohe thermoelektrische Kraft gegen Kupfer und eine geringe Resistenzfähigkeit gegen chemische Einflüsse. Zur Herstellung von Widerstandskästen scheine diese Legirung jedoch ganz besonders geeignet zu sein.

2. Neue Legirungen.

a) Herstellung. — Bei dem Patentnickel, welches auf Grund der bisher dargelegten Untersuchungen zunächst als Material für die Normalwiderstände der Reichsanstalt angenommen war, schienen bezüglich des Temperaturcoefficienten noch weitere Verbesserungen möglich, zumal nachdem wir bei einer Probe von Patentnickel, welche gelegentlich in unseren Besitz kam, eine Abnahme desselben bis auf 0,00017 festgestellt hatten.

Die in obiger Tabelle angegebenen Zahlen liessen vermuthen, dass eine Abnahme dieser Grösse mit steigendem Nickelgehalt stattfinde. Dies gab den Anlass, durch Untersuchung einer grösseren Anzahl Legirungen von Kupfer mit Nickel oder ähnlichen Metallen den Einfluss festzustellen, welche dieser letztere Bestandtheil auf den Temperaturcoefficient ausübt.

Zunächst untersuchten wir die Legirungen von Kupfer und Mangan, welche auf der Isabellenhütte bei Dillenburg für Zwecke des Maschinenbaues hergestellt werden, und einige andere Sorten, welche dieses Werk für uns besonders hergestellt hatte. Wir wurden zur Untersuchung dieser Legirungen noch besonders dadurch veranlasst, dass Herr Weston in Newark nach den amerikanischen Patenten No. 381304 und 381305 bei ähnlichen Legirungen einen negativen Temperaturcoefficienten gefunden hatte. Sodann wurde uns zweitens durch das Entgegenkommen der Herren Basse & Selve in Altena i. Westf. eine Reihe von 12 Nickel-Kupfer-Legirungen mit verschiedenem Nickelgehalt zur Verfügung gestellt.

b) Specifischer Widerstand und Temperaturcoefficient. — Die Untersuchung auf specifischen Widerstand und Temperaturcoefficient wurden in der Weise vorgenommen, dass von den Drähten, welche grösstentheils in einer Dicke von 0,5 mm vorlagen, ca. 2 m lange Stücke, an kupferne Contactstücke angelöthet, und, nachdem ihre Dicke und Länge gemessen worden war, bifilar auf ein Glimmerstreifchen gewickelt wurden,

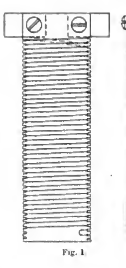


Fig. 1.

wie Fig. 1 zeigt. Darauf wurden die Drähte in einem Trockenschrank einen Tag lang auf etwa 120° C erhitzt, und der Widerstand in Oelbädern von verschiedener Temperatur gemessen.

Die Ergebnisse an beiden Gruppen von Legirungen sind aus den beistehenden Curventafeln Fig. 2 und 3 zu ersehen. Die Abscissen geben hier den Nickel- bez. Mangangehalt der Legirung, die Ordinaten bei der mit ϱ bezeichneten Curve den specifischen Widerstand in Mikrohm für 1 cm Länge und 1 qcm Querschnitt, und bei der mit α bezeichneten Curve den Temperaturcoefficienten in Einheiten der vierten Decimale. Die ausgezogenen Ordinaten entsprechen den untersuchten Legirungen.

Temperaturcoefficient α, specifischer Widerstand ϱ und thermoelektrische Kraft (gegen Kupfer) ϑ der Legirungen von Nickel und Kupfer.

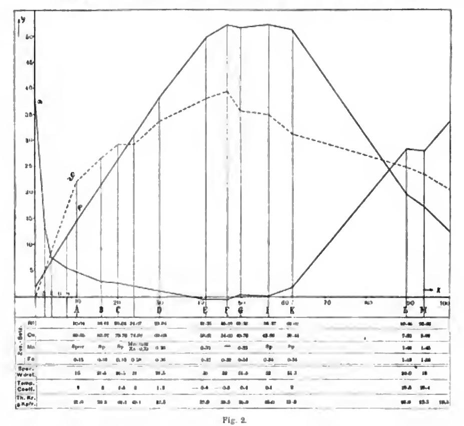
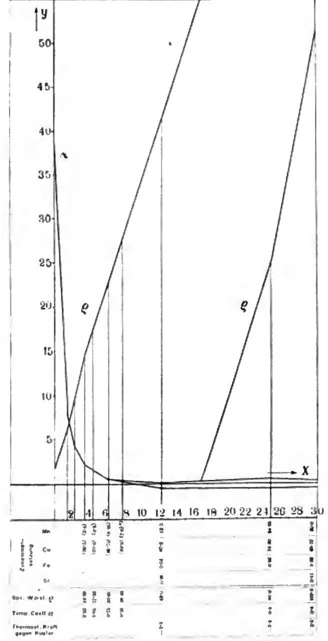


Fig. 2.

Temperaturcoefficient α und specifischer Widerstand ρ der Legirungen von Kupfer und Mangan.



*) Die eingeklammerten Zahlen sind aus den spec. Widerständen der betr. Legirungen interpolirt.

Fig. 3.

Aenderungen des Widerstandes der Legirungen von Mangan und Kupfer mit der Temperatur.

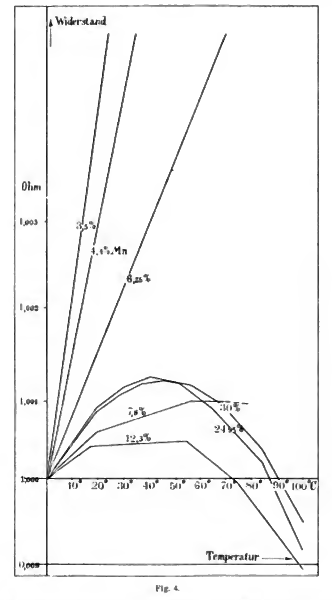


Fig. 4.

Bei den Manganlegirungen konnte die Untersuchung nur bis zu einem Gehalt von 30 % Mangan ausgedehnt werden, da Legirungen mit mehr Mangan sich nicht mehr verarbeiten lassen.

Der specifische Widerstand steigt bei beiden Legirungsarten bis zu einem Gehalt von 30 % Mangan bez. Nickel fast proportional mit der Menge

dieser Metalle, und zwar bei dem Mangankupfer etwa 2,5mal so stark wie bei dem Nickelkupfer. Darüber hinaus ist er nur bei dem letzteren beobachtet worden. Hier nimmt er bis zu einem Gehalt von 46 % Nickel noch weiter zu, bleibt von da bis zu 62 % annähernd gleich und fällt dann anscheinend proportional mit der weiteren Zunahme des Nickels zu dem specifischen Widerstand dieses letzteren Metalls ab.

Der Temperaturcoefficient nimmt bei dem Mangankupfer anfangs sehr schnell, dann allmählich langsamer ab und ist bei einem Gehalt von 7 % *Mn* der Null schon ganz nahe; von da an ändert er sich mit zunehmendem Mangangehalt nicht mehr wesentlich, zeigt aber mit der Temperatur einige Verschiedenheit. Bei 0° behält er einen kleinen positiven Werth, bei 40 bis 50° C verschwindet er nahezu und darüber hinaus nimmt er wachsende negative Werthe an. In Fig. 4 ist durch die Ordinaten der sieben Curven der Zuwachs angegeben, welchen ein Widerstand von 1 Ohm aus den sieben untersuchten Legirungen erfährt, wenn die Temperatur von 0° bis 100° zunimmt.

Bei dem Nickelkupfer ist die Abnahme des Temperaturcoefficienten im Vergleich zu dem Mangankupfer etwa in demselben Maasse langsamer, als der specifische Widerstand geringere Zunahmegeschwindigkeit zeigt. In der Nähe der Nulllinie findet sich ebenfalls ein Knie in der Curve der Aenderung des Temperaturcoefficienten, der zweite Ast derselben verläuft aber nicht horizontal, sondern behält eine geringe Neigung nach abwärts bei, geht durch die Nulllinie und erreicht bei 46 % Nickel seinen niedrigsten Werth. Bei demselben Nickelgehalt erreicht auch der specifische Widerstand sein Maximum. Die betreffende Legirung *F* kommt in ihrer Zusammensetzung der Verbindung *NiCu* sehr nahe, namentlich wenn man das vorhandene Mangan und Eisen dem Nickel noch zurechnet. Es scheint daher die Annahme vielleicht nicht unberechtigt, dass in diesen Legirungen die chemische Verbindung von 1 Molekül Nickel mit 1 Molekül Kupfer in Mischung mit verschiedenen Mengen Kupfer oder Nickel auftritt, und dass derselben ein hoher specifischer Widerstand mit negativem Temperaturcoefficient eigen ist.

Das praktische Ergebniss der Untersuchung war, dass wir zwei Sorten von Legirungen mit verschwindend kleinem Temperaturcoefficienten herstellen konnten. Bei dem Mangankupfer braucht nur über 7 % Mangan in der Legirung vorhanden zu sein, damit das Material einen sehr kleinen Temperaturcoefficienten besitzt. Am zweckmässigsten nimmt man etwa 12 Gewichtstheile Mangan und 2 Gewichtstheile Nickel auf 86 Theile Kupfer. Der Nickelzusatz hat den Zweck, die thermoelektrische Kraft gegen Kupfer aufzuheben und den Wendepunkt der Curve für die Widerstandsänderung mit der Temperatur (vergl. Fig. 4) um ungefähr 20° C tiefer zu legen. Ein Material dieser Zu-

sammensetzung wird auf Grund vorstehender Versuche von der Isabellenhütte unter dem Namen „Manganin“ speciell für elektrische Normalwiderstände hergestellt. Fig. 5 giebt die an einem Widerstande von 1 Ohm aus Manganin beobachteten Widerstandsänderungen mit der Temperatur an. Die den einzelnen Beobachtungspunkten beigesetzten Zahlen bezeichnen die Reihenfolge der Beobachtungen.

Aenderungen eines Manganinwiderstandes mit der Temperatur.

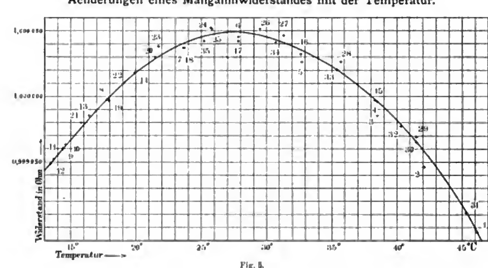


Fig. 5.

Nach der in Fig. 3 dargestellten Curve besitzen von den Nickelkupfer-Legirungen nur zwei bestimmte Mischungen den Temperaturcoefficienten Null. Es muss daher das Verhältniss zwischen den beiden Bestandtheilen genauer eingehalten werden. Die Firma Basse & Selve in Altena, welche die Probelegirungen für unsere Untersuchung geliefert hatte, bringt die Legirung mit 40 % Nickel, welche dem ersten Schnittpunkt der Curve des Temperaturcoefficienten mit der Abscissenachse entspricht, unter dem Namen „Constantan“ in den Handel.

c) Constanz des spezifischen Widerstandes. — Die Beseitigung der Veränderlichkeit mit der Temperatur ist für sehr viele elektrische Apparate von der grössten Wichtigkeit, aber trotzdem könnte die Verwendung obiger Legirungen für Normalwiderstände nicht in Betracht gezogen werden, wenn ihnen nicht durch ein geeignetes Verfahren dieselbe Beständigkeit des specifischen Widerstandes ertheilt werden könnte, welche nach obiger Untersuchung dem Patentnickel eigen ist. Von vorne herein war dies bei dem Constantan zu erwarten, da es sich von jenem nur durch ein anderes Verhältniss der beiden Bestandtheile unterscheidet. Die Erfahrung hat dies durchaus bestätigt. Aber auch bezüglich des Manganins haben wir ebenso

günstige Ergebnisse zu verzeichnen. Dies wird am besten durch die später angeführten Erfahrungen mit den fertigen und längere Zeit in praktischem Gebrauche gewesenen Widerstandsnormalen bewiesen. In Rücksicht auf Constanz des specifischen Widerstandes sind daher beide Materialien dem Patentnickel als durchaus gleichwerthig zu erachten.

d) Thermoelektrische Kraft. — Von anderen Eigenschaften kommt zunächst die thermoelektrische Kraft gegen Kupfer in Betracht. Bei der Mangankupferreihe finden sich nur kleine negative Werthe dieser Kraft (siehe Tabelle unter Fig. 3), welche zudem durch einen kleinen Nickelzusatz fast völlig ausgeglichen werden können. Im Gegensatz hierzu ist bei dem Nickelkupfer, speciell auch bei dem Constantan, eine hohe Thermokraft vorhanden. In der untersten Zeile unter Fig. 2 sind die betreffenden Werthe in Mikrovolt verzeichnet. Sie gelten für 1° C Temperaturunterschied innerhalb des Intervalls von 20° bis 60° C. In der Figur stellt die Curve ϑ die Aenderung dieser Kraft mit dem Nickelgehalt dar. Die angegebenen Werthe wurden in der Weise bestimmt, dass die Enden des zu untersuchenden Drahtes mit angelötheten Kupferdrähten, welche zu einem Galvanometer führten, in zwei Erdölbäder tauchten. Durch ein Flügelrad wurde die Flüssigkeit in beständigem Umlauf, und durch eine elektrische Heizspirale auf gleichbleibender Temperatur gehalten.[1])

Bei Widerstandsmessungen macht sich die thermoelektrische Kraft besonders dann störend bemerklich, wenn kleine Widerstandswerthe und hohe Stromstärken in Frage kommen, und wenn die einzelnen Apparate auf verschiedener Temperatur gehalten werden müssen.

Durch geeignete Construction der Apparate kann man zwar in der Regel den grössten Theil der Thermokraft ausgleichen. Für Messungen grösster Präcision ist es aber immerhin von erheblicher Wichtigkeit, ein Material zur Verfügung zu haben, bei dem die thermoelektrische Kraft gegen Kupfer vollständig zum Verschwinden gebracht werden kann, wie dies bei dem Manganin der Fall ist.

e) Oxydirbarkeit. — Die oberflächliche Oxydation durch den Sauerstoff der Luft ist bei dem Manganin allerdings wegen der grossen chemischen Verwandtschaft von Mangan und Sauerstoff beträchtlich. Bei 100° läuft der Draht bereits an; bei dem Ausglühen oxydirt an der Oberfläche das Mangan aus der Legirung heraus, und es bleibt unter der Oxydschicht ein Ueberzug von reinem Kupfer zurück, welcher die elektrischen Eigenschaften des

[1]) Die betreffenden Messungen wurden im Jahre 1892 von Herrn Reichardt in der Reichsanstalt vorgenommen und sollten nur einen vorläufigen Anhalt über die Grösse der auftretenden Thermokräfte liefern. Später hat Herr Englisch in Tübingen an Proben derselben Legirungen, welche ihm von der Reichsanstalt überlassen waren, die Thermokräfte gegen Blei bestimmt. (Vergl. Wied. Ann. 50, S. 109.)

Drahtes oft vollständig geändert erscheinen lässt. Erst nachdem man die Kupferschicht durch Beizen mit concentrirter Salpetersäure entfernt hat, kommen die Eigenschaften des Manganins wieder zum Vorschein. Durch das bei den Drahtziehern übliche Verpacken des Drahtes in Kohlenpulver während des Glühens lässt sich diese Oxydation nicht genügend verhüten, und das Abbeizen mit concentrirter Säure lässt sich in grösserem Maassstab bei feinen Drähten auch nicht mehr ausführen. Daher bildete die leichte Oxydirbarkeit anfangs eine grosse Schwierigkeit für die Verwendung des Manganins. Die Drahtzieher haben inzwischen jedoch gelernt, den Draht von einem mittleren Durchmesser ab, welcher das Abbeizen noch gestattet, bis zu den feinsten Abmessungen ohne Ausglühen kalt zu ziehen, so dass diese Schwierigkeit jetzt als beseitigt angesehen werden kann. Unter dem Schellacküberzug, welchen wir, wie erwähnt wurde, aus verschiedenen Rücksichten allen Normalwiderständen aus isolirtem Draht geben, findet auch bei dem Erhitzen auf 150° C keine merkliche Oxydation der Oberfläche statt, so dass die leichte Oxydirbarkeit des Manganins für diesen Zweck nicht einmal besondere Vorsichtsmaassregeln erforderlich macht.

Das Constantan zeigt sich im Gegensatz zu dem vorigen sehr widerstandsfähig gegen Oxydation; es kann ohne merkliches Anlaufen bis über 300° C erhitzt werden. Wegen seiner grossen Festigkeit und Dehnbarkeit lässt es sich ausserdem zu besonders feinen Drähten und Blechstreifchen verarbeiten. Für viele elektrische Widerstände, namentlich für solche, welche grössere Erhitzungen durch den Strom aushalten sollen, sind diese Eigenschaften von grossem Werthe; speciell für Normalwiderstände ist dagegen wegen der verschwindend kleinen thermoelektrischen Kraft das Manganin vorzuziehen.

II. Die Construction der Normalwiderstände der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.

Die Normalwiderstände sollen in erster Linie zur Abgleichung und Controle anderer Widerstände dienen. Für diesen Zweck hat die Reichsanstalt eine Reihe von Einzelwiderständen construirt, welche von $^1/_{10000}$ Ohm mit zahlreichen Zwischenstufen bis auf 10000 Ohm steigt.

Ausser zu Controlmessungen können dieselben zweckmässig auch noch zu anderen Verwendungen dienen, z. B. als Nebenzweige der Wheatstone'schen Brückenschaltung oder als Abzweigungswiderstände bei der Strommessung nach dem Compensationsverfahren. Für die letztgenannten Zwecke sind jedoch ausser den eigentlichen Normalwiderständen noch besondere Modelle,

die sogenannten Verzweigungsbüchsen (s. 524) und die grossen Abzweigungswiderstände hergestellt worden.

In der vorliegenden Mittheilung sollen nur die Normalwiderstände von 0,1 Ohm an aufwärts behandelt werden, welche sämmtlich aus Draht hergestellt sind. Für die kleineren Normalwiderstände sind neuerdings einige neue Formen ausgeführt, und dabei neben den seither verwandten Blechstreifen auch Gussstücke aus Manganin als Widerstandskörper verwandt worden. Eine vollständige Beschreibung dieser letzteren Widerstände soll später folgen, wenn erst weitere Erfahrungen mit den neuen Modellen vorliegen.

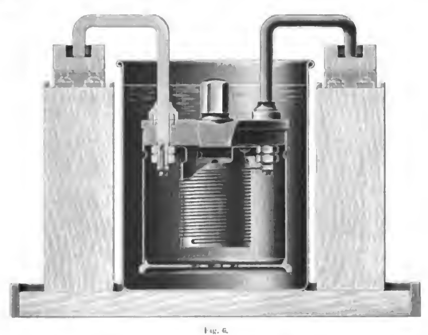


Fig. 6.

a) Beschreibung. — Fig. 6 zeigt eine Normal-Widerstandsbüchse von 1 Ohm, welche in der üblichen Weise in ein Erdölbad eingesetzt ist. Mit den Zuleitungen hängt sie beiderseits in den Quecksilbernäpfen und schwebt im Uebrigen frei im Bade, sodass das Erdöl von allen Seiten freien Zutritt hat. Für die Circulation der Flüssigkeit sind im Deckel, im Boden und in der Seitenwandung der Büchse Löcher angebracht. Der Widerstandsdraht besteht — aus den im ersten Abschnitt erörterten Gründen — in der Regel aus Manganin. Er ist auf dem mittleren, 4 cm weiten Messingcylinder in einer Lage bifilar aufgewickelt. Bei den Apparaten von 0,1 Ohm ist zu dem Hauptdraht noch ein zweiter Draht von ein Zehntel des Querschnitts und der zehnfachen Länge des ersteren parallel geschaltet. Derselbe hat den Zweck, den Widerstandswerth

leichter und genauer abgleichen zu können. Der Hauptdraht wird ungefähr um 1 % grösser als sein Sollwerth gemacht, und die feine Abgleichung an dem Nebenschlussdraht bewirkt. Eine Längenänderung von einem Meter an dem letzteren ist gleichbedeutend mit einer solchen von etwa einem Millimeter am Hauptdraht.

Zur Verbindung der Drahtenden mit den Zuleitungen dienen kleine quadratische Kupferstückchen, an deren Seitenflächen die ersteren mit Silber stumpf angelöthet sind. Dieselben werden mit einer Schraube gegen die Endflächen der Zuleitungen gedrückt. Die Contactflächen werden vorher verzinnt und während des Anziehens der Schraube mit einem Löthkolben bis zum Schmelzen des Lothes erhitzt. Diese Art der Verbindung hat sich bei Drähten von weniger als vier bis fünf Meter Länge ausschliesslich als genügend zuverlässig erwiesen. Löthet man nämlich solche Drähte mit Zinn direct an die Kupferleitungen an, so entstehen im Laufe der Zeit dadurch merkliche Aenderungen des Widerstandes, dass das Zinnloth seine Structur verändert und um den eingelötheten Draht herum feine Risse erhält, welche die wirksame Länge desselben ändern. Ausserdem erlangt man durch die angegebene Verbindung den Vortheil, dass man die Widerstandsrolle aus dem Apparat herausnehmen kann, ohne dass die genaue Abgleichung derselben verloren geht.

Die beiden Verzweigungspunkte des Stromes, welche den wirksamen Widerstand des Apparates abgrenzen, liegen beiderseits unter dem Boden der Quecksilbernäpfe, in welchen die Zuleitungen stehen, in der Kupfermasse der Verbindungsstücke *k*. Zu dem Widerstande des aufgewickelten Manganindrahtes kommt also noch derjenige der beiden kupfernen Zuleitungsbügel und der Uebergangswiderstand im Quecksilber hinzu. Der letztere ist dadurch sehr klein gemacht worden, dass die Enden der Zuleitungen mit ebenen Flächen auf dem ebenen Boden der Quecksilbernäpfe aufstehen. Wenn diese Theile richtig gearbeitet und gut amalgamirt sind, ist der seinem Betrage nach veränderliche Uebergangswiderstand in Folge dieser Anordnung von so kleiner Grössenordnung, dass er vernachlässigt werden darf. Das Quecksilber soll nur 1 bis 2 mm hoch in den Näpfen stehen, um Unterschiede in der wirksamen Länge der Bügel zu vermeiden. Der Widerstand der beiden Zuleitungen zusammen beträgt bei den Büchsen von 0,1 Ohm etwa 70, bei den übrigen etwa 140 Mikrohm, und ist in Folge dessen noch klein genug, um den Temperaturcoefficient des ganzen Apparates nicht erheblich zu beeinflussen und auch bei mehreren Graden Temperaturunterschied zwischen Zuleitungen und Bad keine merkliche Verschiedenheit des Gesammtwiderstandes zu veranlassen.

b) Herstellung der Bewickelung. — Zum Aufbringen des Drahtes

werden die Widerstandsspulen vom Hartgummideckel abgeschraubt, mittels Schellacklösung mit Seidenzeug beklebt und bei 140° getrocknet. Dann wird der doppelt mit weisser Seide besponnene Draht bifilar aufgewickelt, mit Seidenfäden festgebunden und mit der Schellacklösung mehrere Male gestrichen. Die Rolle wird jetzt einen Tag lang in einem Trockenofen auf 140° C erhitzt. Der Schellacküberzug schützt den Draht bei der Erhitzung und bei dem späteren Gebrauche gegen die Einwirkung der Luft so gut, dass keine merkliche Oxydation eintritt. Ausserdem dient er dazu, den Draht auf der Rolle so fest zu kitten, dass keine Lagenveränderungen desselben mehr eintreten können. Nach der lang dauernden Erhitzung bleibt der Lack auch bei höherer Temperatur hart. Die Isolation zwischen Draht und Spule beträgt in der Regel eine Billion Ohm. Um diese hohe Isolation zu erreichen und gleichzeitig das Auftreten von Polarisationserscheinungen zu vermeiden, ist es jedoch erforderlich, die Umspinnung bei dem Wickeln nicht mit den Händen anzufassen, sondern den Draht durch einen reinen Lappen laufen zu lassen.

Durch das Erhitzen wird ferner bewirkt, dass der specifische Widerstand des Drahtes seine frühere Veränderlichkeit verliert. Um diesen Zweck möglichst vollkommen zu erreichen, ist es auch wichtig, dass der Draht nur auf Rollen von ziemlich grossem Durchmesser gewickelt wird. Selbstverständlich muss vor und bei dem Wickeln jede unnöthige Biegung des Drahtes vermieden werden. Auch scheint es aus diesem Grunde zweckmässig zu sein, keine zu dicken Drähte anzuwenden, sondern lieber zwei oder mehrere parallel gelegte Drähte anstatt eines dickeren zu benutzen.

c) Zulässige Belastung. — Ein wesentlicher Gesichtspunkt bei der Construction war schliesslich noch, den Apparat geeignet zu machen, eine möglichst grosse Menge elektrischer Arbeit in Wärme umzuwandeln. Je grösser diese ist, um so weiter ist das Anwendungsgebiet des Apparats und um so grösser auch die Genauigkeit der Messung.

Die von dem Apparat in der Secunde umzuwandelnde Energie lässt sich durch die Formel darstellen

$$Q = J^2 w \,.\, 0{,}24\, cal = (t_1 - t_2)\, F \,.\, E,$$

wo t_1 die Temperatur des Drahtes, t_2 diejenige der Umgebung, F die Oberfläche der Drahtwickelung und E die bei 1° Temperaturunterschied durch 1 qcm Oberfläche in der Secunde ausgegebene Wärmemenge bedeutet. Wir suchten also zu erreichen, dass für erhebliche Werthe von Q die Drahttemperatur t_1 in mässigen Grenzen bliebe. Die Oberfläche F wurde daher so gross genommen, als es die Abmessungen des ganzen Apparats erlaubten. Wir haben einen Cylinder von 4 cm Durchmesser auf eine Länge von ca. 4 cm mit Wickelung bedeckt, also im Ganzen rund 100 qcm wärmeabgebende Oberfläche. Besonders wird darauf gesehen, dass nur eine Lage Draht auf-

gewickelt wird, damit alle Theile desselben gleichmässig an die Oberfläche hervortreten und hier ihre Wärme abgeben können. Um sodann die Kühlung auf der Flächeneinheit gross zu erhalten, wurde Bespülung derselben mit einer isolirenden, leicht beweglichen Flüssigkeit eingeführt. Am besten eignet sich hierzu Petroleum, da es gut isolirt, Metall nicht angreift, wenn es nicht ausnahmsweise schlecht gereinigt ist, und den Schellackanstrich vollständig unversehrt lässt. Die starke Ausdehnung desselben durch die Wärme befördert eine gute Circulation aus der Büchse durch das ganze Bad. Zur Unterstützung derselben wird in dem Bade noch eine Flügelschraube vorgesehen, und ausserdem kann auch eine Kühlschlange eingesenkt werden, um die Temperatur des ganzen Bades niedrig zu halten.

Es wurden nun einige Reihen von Versuchen angestellt, welche die Wirkungsweise dieser Vorkehrungen bestimmen und einige Werthe für die Grösse E unter verschiedenen Umständen liefern sollten. Bei denselben wurde die Temperatur des Drahtes der Wickelung mit einem Thermoelement bestimmt, während Ströme von verschiedener Stärke durch den Apparat geschickt und die Kühlung variirt wurde.

Ein Normalwiderstand von 1 Ohm, wie der in Fig. 6 dargestellte, wurde in ein Erdölbad von 11 cm Breite und 48 cm Länge, das 12 cm hoch mit Flüssigkeit gefüllt und mit einer Rührvorrichtung versehen war, in der üblichen Weise eingesetzt. An einer der mittleren Drahtwindungen waren ein Kupferdraht und ein Constantandraht von 0,2 mm Durchmesser mit wenig Zinn stumpf angelöthet. Dieselben standen möglichst genau auf demselben Querschnitt des Hauptdrahtes, waren mit Seide umsponnen und zur Vermeidung von Wärmeabgabe in ein Hartgummiröhrchen von 1 mm Durchmesser eingezogen, welches bis dicht an die Löthstelle reichte. Der Kupferdraht führte zu einem Galvanometer, und von da ein ebensolcher Draht zurück zu dem äusseren Ende des von der Büchse kommenden Constantandrahtes. Diese zweite Löthstelle unseres Thermoelements wurde in ein besonderes Gefäss mit Petroleum, dessen Temperatur durch ein empfindliches Thermometer controlirt wurde, eingesenkt. Vor jeder Beobachtungsreihe wurde der Ausschlag des Galvanometers bestimmt, welchen eine bekannte Temperaturdifferenz der beiden Löthstellen hervorbrachte. Darauf wurden Ströme verschiedener Stärke durch den Widerstand geschickt, so dass er nacheinander mit 1, 10, 50 und 100 Watt beansprucht wurde. Der Ausschlag des Galvanometers wurde von Minute zu Minute beobachtet. Durch einen Quecksilberumschalter konnte die Richtung des Stromes im Widerstand schnell gewechselt werden, um den Einfluss des Spannungsabfalls im Hauptdrahte durch Beobachtung bei beiden Stromrichtungen auszugleichen. Bei unserem Apparate war die Stellung der Drähte des Thermoelements auf dem Hauptdrahte jedoch zu-

fällig so genau getroffen worden, dass der Wechsel der Stromrichtung keinen merklichen Unterschied ergab.

Die hauptsächlichsten Ergebnisse sind aus den Curven Fig. 7 und der nachstehenden Tabelle zu ersehen.[1])

Zeitlicher Verlauf der Erwärmung des Drahtes einer Normalwiderstandsbüchse bei verschiedenen Beanspruchungen.

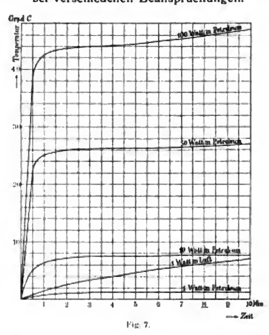


Fig. 7.

Tabelle 5.

Q		d	E
In Luft	1 Watt	9.5° C	0,00034
In Erdöl	1 „	1,1	0,0022
„ „	10 „	6,7	0,0035
„ „	50 „	25,0	0,0048
„ „	100 „	44	0,0055

$d = 9.5$ für durchlöcherte Büchse, $E = 0{,}00034$.

Die Curven zeigen das Ansteigen der Temperatur des Drahtes mit der Zeit bei verschiedener Belastung des Widerstandes. Etwa nach 1 Minute ist bei stärkerer Belastung die Temperaturconstanz erreicht; bei schwächerer Belastung und namentlich in Luft ist jedoch erheblich längere Zeit (½ Stunde bis 1 Stunde) dafür erforderlich.

[1]) Die betreffenden Versuche sind von Herrn Krannhals ausgeführt worden.

In der Tabelle ist unter Q die umgewandelte Arbeit, unter d die Temperaturdifferenz zwischen Draht und Umgebung und unter E die daraus berechnete Wärmeabgabe von 1 qcm Oberfläche bei 1° C Temperaturunterschied zu verstehen.

Der bei dem Versuche benutzte Widerstand war dem in Fig. 5 gezeichneten entsprechend gebaut (nur betrug der Durchmesser der Büchse 70 mm anstatt 85 mm bei dem gezeichneten Modell) und war in gleicher Weise mit 5 mm weiten Löchern im Boden und ebenso weiten Löchern in der Seitenwandung der Büchse versehen.

Die Rührvorrichtung im Bade war bei den mitgetheilten Versuchen nicht in Thätigkeit gesetzt, weil bei Anwendung derselben die Ergebnisse unregelmässiger ausfielen. Die Verstärkung der Kühlung durch das Rühren war nicht gross, mitunter trat sogar eine Schwächung derselben ein. Es ist dies darin begründet, dass der in Folge des grossen thermischen Ausdehnungscoefficienten des Erdöls ziemlich lebhafte Strom erwärmter Flüssigkeit, welcher aus dem Loch im Deckel der Büchse aufsteigt, durch die unregelmässigeren Wirbelströmungen, welche das Rührwerk um die Büchse herum erzeugt, leicht aufgehalten wird. Auf jeden Fall ist dafür Sorge zu tragen, dass die Strömung im verticalen Rohre des Rührwerks nach unten gerichtet ist. Aber auch dann trat mit Rühren mitunter noch eine geringere Kühlung als ohne dasselbe auf.

Auf die Erwärmung des Drahtes ist noch das Gehäuse des Apparates in Folge des Widerstandes, welchen es der Bewegung der Luft und der Flüssigkeit entgegensetzt, von Einfluss. Deshalb wurden entsprechende Versuche angestellt, erstens bei abgenommenem Gehäuse, zweitens mit der durchlöcherten Büchse, und drittens mit einer undurchlöcherten Büchse. Hierbei wurden die folgenden Erwärmungen beobachtet:

Tabelle 6.

	In Luft (nach 30 Minuten) mit 1 Watt	In Petroleum 10 Watt	In Petroleum 50 Watt
Ohne Büchse	7,5°	6,5°	23,3°
Mit durchlöcherter Büchse	9,5	6,7	25,0
Mit geschlossener Büchse	12,7	8,2	32,8

Daraus ergiebt sich, dass die durchlöcherte Büchse die Temperatur des Drahtes in Petroleum nur um einige Procente steigert, während eine undurchlöcherte Büchse eine 30 bis 40% höhere Temperatur zur Folge hat.

Aus der Spalte 3 der Tabelle 5 ist zu ersehen, dass E in Petroleum nicht constant (d. h. die Wärmeabgabe der Flächeneinheit nicht dem Temperatur-

unterschied Δ proportional) ist, vielmehr bei 40° C bereits mehr als noch einmal so gross als bei 20° C ausfällt. Diese Erscheinung ist wohl auf die grössere Beweglichkeit des Erdöls bei höherer Temperatur zurückzuführen.

Die mitgetheilten Versuche zeigen, dass die beschriebenen Normalwiderstände in Erdöl verhältnissmässig recht stark belastet werden können. Ursprünglich sind dieselben für eine Höchstbelastung von 1 Watt (bei Verwendung von Patentnickel) construirt worden. Falls sie als Präcisionsnormale dienen sollen, würden sie der Sicherung ihrer Unveränderlichkeit wegen auch bei der neuen Legirung mit kleinem Temperaturcoefficient am besten nicht über dieses Maass hinaus beansprucht werden. Für Widerstandsvergleichungen liegt auch im Allgemeinen kein Bedürfniss dazu vor. Bei technischen Messungen, namentlich bei Bestimmungen der Stromstärke durch Messung des Spannungsabfalls in Widerständen, ist es dagegen wünschenswerth, die Belastung möglichst hoch steigern zu können. Widerstände, welche nur für solche Zwecke dienen sollen, und bei welchen eine Genauigkeit von einem halben Tausendstel als ausreichend zu erachten ist, kann man erheblich höher beanspruchen. Aus den hier angeführten Messungen über die Erwärmung und aus den oben mitgetheilten Erfahrungen über die Constanz des Werthes bei längeren Erhitzungen auf 100° C ist daher zu entnehmen, dass bei Gebrauchsnormalen des vorliegenden Baues Beanspruchungen mit 100 Watt noch als zulässig zu erachten sind.

Natürlich muss Sorge getragen werden, dass das ganze Bad sich nicht um mehr als höchstens 10° C erwärmt. Entweder darf der Strom immer nur kürzere Zeit eingeschaltet bleiben (bei der angegebenen Grösse des Bades mit etwa 4 l Inhalt nicht über 20 Minuten mit 100 Watt), oder es muss eine wirksame Kühlung des Erdöls vorgesehen werden.

Zur Bemessung der zulässigen Höchststromstärke kommt schliesslich bei höheren Widerstandsbeträgen noch die Grösse der auftretenden Spannungen in Betracht. Es dürfte sich empfehlen, bei der vorliegenden Construction 100 Volt nicht zu übersteigen; dann erhält man die folgenden Werthe:

Tabelle 7.

	Höchste zuverlässige Stromstärke	
	Präcisionsnormal	Gebrauchsnormal
0,1 Ohm	3,2 Ampère	32 Ampère
1 „	1,0 „	10 „
10 „	0,32 „	3,2 „
100 „	0,10 „	1,0 „
1000 „	0,032 „	0,1 „
10000 „	0,010 „	0,01 „

III. Messanordnung.

Ehe wir auf die Beobachtungen über die Haltbarkeit der im vorigen Abschnitt beschriebenen Drahtnormale eingehen, soll die Anordnung der Wheatstone'schen bez. Thomson'schen Brücke besprochen werden, deren wir uns zur genauen Vergleichung von Drahtwiderständen mit Normalen von demselben Sollwerth seit einer Reihe von Jahren mit gutem Erfolge bedienen.

a) Verzweigungsbüchse. — Fig. 8 stellt im Grundriss und Aufriss eine hierbei benutzte Verzweigungsbüchse dar, welche zwei einander gleiche Zweigwiderstände der Wheatstone'schen Brücke enthält; zwischen beide ist ein zum Interpoliren dienender kleiner Widerstand eingeschaltet, der für Präcisionsmessungen auf den tausendsten Theil eines jener Zweigwiderstände abgeglichen ist. Für alle praktisch vorkommenden Fälle reichen zwei verschiedene Sorten von Verzweigungsbüchsen aus, eine mit Widerständen von je 100 Ohm und einem Interpolationswiderstand von 0,1 Ohm für die genaue Vergleichung höherer Widerstände bis etwa 0,1 Ohm abwärts, die andere mit Widerständen von je 10 Ohm und einem Interpolationswiderstand von 0,01 Ohm für die Messung kleinerer Widerstände bis zu 0,0001 Ohm. Ein mit dem Galvanometer verbundener Gleitcontact g kann nun bei der Verzweigungsbüchse in drei Punkten an den Interpolationswiderstand angelegt werden, nämlich in dessen Mitte und an beiden Enden. Es ist somit im Allgemeinen nicht möglich, den Galvanometerausschlag wie bei einer Drahtbrücke auf Null zurückzuführen; das Verhältniss der zu vergleichenden Widerstände wird vielmehr aus den Ausschlägen interpolirt, die man bei den drei möglichen Einstellungen des Gleitcontacts beobachtet hat.

Wie die Fig. 8 zeigt, ist das Constructionsprincip der Verzweigungsbüchse im Uebrigen ganz das nämliche wie bei den oben beschriebenen Drahtnormalen.

Die beiden Zweigwiderstände sind auf das weite Messingrohr m aufgewickelt und genau so behandelt, wie Normalwiderstände, insbesondere also durch Erhitzen künstlich gealtert. Das äussere Ende jedes Widerstandes ist bei k_1, k_2 mit den Zuleitungsbügeln b_1, b_2 der Büchse, das innere Ende mit den durch c_1 und c_3 bezeichneten, den Hartgummideckel d durchsetzenden Contactstücken verlöthet. Zwischen den Contactstücken c_1 und c_3 ist ferner der Interpolationswiderstand (ein Draht oder ein Blechstreifen von 0,1 bez. 0,01 Ohm) eingelöthet, dessen Mitte mit dem Contact c_2 in der gleichen Weise verbunden ist. Oberhalb des Hartgummideckels ragen diese Stücke c_1, c_2, c_3, deren Befestigungsweise die Figur ohne Weiteres erkennen lässt,

etwa 1 cm weit hervor. In der Mitte von *d* ist ein langer, massiver Stift *s* befestigt, der oben zur Aufnahme der einen Galvanometerleitung die Klemmschraube *k* trägt. Ueber diesen Stift ist ein Rohr *r* lose gepasst, an das

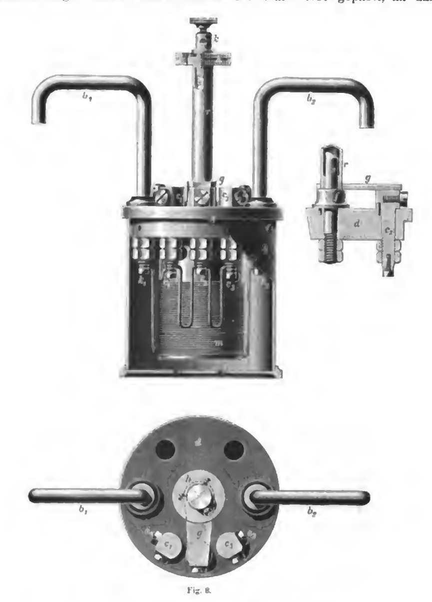


Fig. 8.

unten, wo es auf den Flansch *f* aufstösst, seitlich das Gleitstück *g* hart angelöthet ist. Oben an dem Rohr befindet sich eine mit Hartgummi umkleidete kleine Metallscheibe *h*; auf ihr liegt eine von der Klemmschraube *k* niedergedrückte runde Blattfeder auf. Durch Biegen der Feder kann man

den Druck, mit welchem der Gleitcontact an die oberen, blanken Flächen von c_1, c_2 oder c_3 angepresst wird, passend bemessen. Durch Drehen an der Hartgummischeibe h lässt sich der Gleitcontact auf eines der drei Contactstücke einstellen. Zwei an c_1 und c_3 angebrachte Anschlagschrauben a_1, a_3 verhindern hierbei eine zu weit gehende Drehung. Der Stift s ist deshalb so lang gewählt, weil die ganze Verzweigungsbüchse in ein Petroleumbad derart eingesetzt wird, dass sich die Oberkante der Contactstücke noch einige Centimeter unter dem Flüssigkeitsspiegel befindet. Die im Grundriss an den Contactstücken sichtbaren Schrauben werden, soweit sie nicht als Anschlag dienen, bei einer eventuellen Nachmessung der einzelnen Widerstände benutzt. Auch können mit Hilfe derselben zu einem Zweigwiderstand hohe Widerstände parallel gelegt werden.

Die Abgleichung der Widerstände auf die angegebenen Werthe lässt sich mit vollkommen ausreichender Genauigkeit ausführen; so wurden z. B. für eine der Reichsanstalt gehörige Verzweigungsbüchse aus Manganin folgende Werthe gemessen:

Zweigwiderstände	Interpolationswiderstand
zwischen k_1, c_1: 100,013 Ohm bei 17,1°	zwischen c_1, c_2: 0,0499 Ohm bei 17,5°
„ k_2, c_3: 100,012 „ „ 17,3°	„ c_2, c_3: 0,0498 „ „ 17,5°.

Die sehr geringe Ungleichheit der Widerstände wird durch Commutiren, d. h. durch Umhängen der Büchse in ihren Quecksilbernäpfen, eliminirt.

b) Wheatstone-Thomson'sche Brücke zur Vergleichung von Normalwiderständen. — Der Gebrauch der Büchse ist ohne Weiteres verständlich. Der zu messende Widerstand und ein Normal von dem gleichen Sollwerth werden mit dem einen Ende durch Eintauchen ihrer Bügel in denselben Quecksilbernapf ohne Zwischenwiderstand verbunden. Von den Quecksilbernäpfen, in welche die anderen beiden Bügel eingesetzt sind, führen als Verbindungsstücke kurze, dicke Kupferdrähte zu den Enden der Verzweigungsbüchse, welche die Wheatstone'sche Brücke vervollständigt. Die Zuführungsdrähte zum Galvanometer liegen an der Klemmschraube k der Verzweigungsbüchse und an der Verbindungsstelle des Normals und des zu bestimmenden Widerstandes an. Die Batteriedrähte sind so angeschlossen, dass der Widerstand der dicken, übrigens gleich langen Verbindungsstücke bei der Vergleichung von Widerständen unter 100 bez. 10 Ohm sich zu den Zweigwiderständen der Verzweigungsbüchse, also zu 100 oder zu 10 Ohm addirt, und somit selbst bei den genauesten Messungen nicht in Rechnung gesetzt zu werden braucht. In dieser einfachen Schaltung eignet sich die Verzweigungsbüchse vorzüglich zur Calibrirung eines Stöpselrheostaten und zur Vergleichung eines seiner Widerstände mit einem Normal. Bei der laufenden Prüfung der Widerstands-

kästen, Compensationsapparate u. s. w. wird diese einfache und zuverlässige Anordnung in der Reichsanstalt stets verwandt.

Wie oben erwähnt, sind Schrauben vorgesehen, um zu einem Zweigwiderstand hohe Widerstände parallel zu legen und so ein bestimmtes Widerstandsverhältniss herzustellen. So ist es in einfacher Weise möglich, durch Parallelschalten von rund 35000 Ohm zu einem der Zweigwiderstände von 100 Ohm das Verhältniss der beiden Theile der Verzweigungsbüchse, von c_2 aus gerechnet, auf den Werth $\frac{100,0}{100,3}$ zu bringen, also Widerstände, die nach dem legalen Ohm abgeglichen sind, unmittelbar mit solchen zu vergleichen, welchen das neue, internationale Ohm zu Grunde liegt, ohne bei der Einstellung des Gleitstückes g auf den Contact c_2 zu grosse Ausschläge zulassen zu müssen. Die Parallelschaltung wird so angeordnet, dass eine etwaige Ungleichheit der beiden Zweigwiderstände durch Vertauschen dennoch eliminirt werden kann.

In manchen Fällen können aber der zu messende Widerstand und das Normal mit den einen Enden nicht in denselben Quecksilbernapf eingesetzt werden, z. B. dann, wenn der unbekannte Widerstand bei mehreren Temperaturen geprüft werden soll, oder wenn, wie es bei den Normalwiderständen für kleinere Beträge[1]) der Fall ist, der Widerstand einer Büchse gar nicht von den äusseren Enden der Zuleitungsbügel an rechnet. Es lässt sich dann die Brückenanordnung leicht in der von Thomson angegebenen Weise abändern.

In Fig. 9 ist eine zunächst für Normalwiderstände nach den Modellen der Reichsanstalt passende, aber auch in anderen Fällen häufig verwendbare Messeinrichtung dargestellt, mit Hilfe deren Drahtwiderstände jeder Grösse und auch Blechwiderstände von 0,01 oder 0,001 Ohm (sog. kleines Modell) mit Normalen von demselben Sollwerth verglichen und ihre Temperaturcoefficienten bestimmt werden können.

Das Normal N und der zu messende Widerstand X sind in getrennten Petroleumbädern p_1 und p_2 untergebracht, die ähnlich wie das früher beschriebene[2]) Bad eingerichtet sind. In p_2 ist ein rechteckiger Rahmen aus durchlochtem Messingblech leicht herausnehmbar eingesetzt, der eine vom Boden bis zur Höhe des Flüssigkeitsspiegels reichende Bewickelung mit isolirtem Widerstandsdraht trägt. Er dient dazu, bei der Bestimmung von Temperaturcoefficienten das Petroleum des Bades durch Stromwärme zu heizen. Der hierzu nöthige Strom wird der Accumulatorenbatterie B_2 entnommen, die ausserdem zur Scalenbeleuchtung, zum Treiben kleiner Elektro-

[1]) Feussner, Zeitschr. f. Instrk. **10**, S. 425; 1890.
[2]) Feussner, Zeitschr. f. Instrk. **10**, S. 8; 1890.

motoren u. s. w. dient. Mittels des auf dem Grundbrett des Apparates fest angebrachten, in mehreren Abtheilungen gewickelten Ballastwiderstandes W'_2 lässt sich in kurzer Zeit eine gleichmässige höhere Temperatur in p_2 erzielen. Will man andererseits von einer höheren zu einer niedrigeren Temperatur rasch übergehen, so bewerkstelligt man dies durch eine in p_2 eingesetzte, von kaltem Wasser durchströmte Kühlschlange. Das Petroleum in beiden Bädern wird durch zwei kleine, von einem Elektromotor angetriebene Pumpen in kräftige Bewegung versetzt.

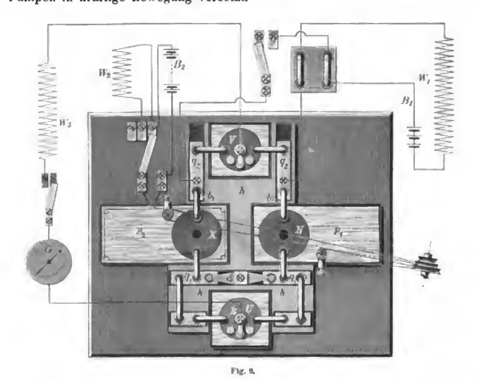


Fig. 9.

Die beiden Widerstände N und X sind auf der einen Seite durch ein breites Kupferblech d verbunden, das mit seinen amalgamirten Enden in kleine Bohrungen der Quecksilbernäpfe q_1, q_1 eintaucht und in der Mitte eine Klemmschraube trägt. Da der Widerstand dieses Verbindungsstückes sehr gering ist, so kann man, wenn es sich um die Vergleichung von hohen Widerständen bei Zimmertemperatur handelt, den einen Galvanometerdraht direct an die Klemmschraube d anlegen. Wenn die Bäder p_1 und p_2 erheblich verschiedene Temperaturen haben, so empfiehlt es sich, eine in einem besonderen kleinen Petroleumbade befindliche Verzweigungsbüchse (Fig. 8) von 10 Ohm als Ueberbrückung U zu d parallel zu schalten und den Galvanometerdraht an die mit dem Gleitcontact der Büchse U verbundene Klemm-

schraube k anzulegen. Der Einfluss von thermoelektrischen Kräften wird erheblich vermindert, und der Widerstand des Verbindungsstückes, selbst wenn N und X nur 0,001 Ohm betragen, nach der sinnreichen, von Thomson herrührenden Modification der Wheatstone'schen Brücke, bei richtiger Anordnung vollkommen eliminirt.

Die mit b_1 und b_2 bezeichneten Zuleitungsbügel von N und X hängen in langen Quecksilbernäpfen q_1, q_2, zwischen welchen ebenfalls die Verzweigungsbüchse V (bei der Vergleichung von Widerständen bis 0,1 Ohm abwärts gewöhnlich eine Büchse von 100 Ohm, für kleinere Widerstände eine solche von 10 Ohm) eingeschaltet ist; auch sie befindet sich in einem besonderen kleinen Petroleumbade. In den Batteriezweig sind, ausser der aus einem oder mehreren Accumulatoren bestehenden Stromquelle B_1, ein Ausschalter, ein Stromwender und ein passender Regulirwiderstand W_1 eingeschaltet; ein solcher (W_2) ist auch im Galvanometerzweig vorgesehen.

Die ganze Messanordnung befindet sich also unter Petroleum, dessen Temperatur in p_1 und p_2 an Thermometern, die in die Büchsen eingesetzt sind, abgelesen werden kann. Es lässt sich somit nicht nur die Temperatur der Widerstände genau ermitteln, sondern es ist auch das Auftreten von Thermokräften (eine Fehlerquelle, die bei Anwendung von Manganin überhaupt fast kaum in Betracht kommt,) so gut wie vollständig vermieden. Es sei noch erwähnt, dass die die Quecksilbernäpfe tragenden Holzklötze h, h nicht massiv gearbeitet, sondern ausgehöhlt und innen mit Kieselguhr ausgefüllt sind.

In der That lassen sich mit der beschriebenen einfachen Anordnung Widerstände bis auf einige Milliontel ihres Werthes rasch und sicher mit einander vergleichen. Sämmtliche weiter unten mitgetheilten Messungen sind auf solche Weise angestellt worden.

Die gewöhnlich bei derartigen Messungen erreichte Genauigkeit soll noch durch ein Zahlenbeispiel erläutert werden.

c) Beispiel für eine Vergleichung. — Drei Manganin-Normale von 1 Ohm (1_A, 1_B, 1_C) wurden in allen drei Combinationen bei etwa 18° C in der zuletzt beschriebenen Anordnung mit einander verglichen. Die vorher ermittelten Temperaturcoefficienten in der Nähe von 18° betrugen: 21×10^{-6}, 21×10^{-6} und 19×10^{-6}. Im Batteriezweig befand sich ein Accumulator mit 20 Ohm Vorschaltwiderstand, die Stromstärke in den Büchsen von 1 Ohm war also etwa 0,1 Ampère; als Galvanometer wurde ein astatisches Instrument mit Glockenmagneten von Siemens & Halske (von 6 Ohm) ohne Vorschaltwiderstand verwendet. Bei einer Entfernung zwischen Spiegel und Scale von 5 m waren an den abgelesenen Ausschlägen keine Correctionen anzubringen. Beobachtet wurde der Galvano-

meterausschlag, wenn das Gleitstück g (Fig. 8) der **Verzweigungsbüchse** V von 100 Ohm auf Contact c_2 stand, und dann die Ablesung mit commutirtem Strom wiederholt; für die letztere Stromrichtung wurde auch bei Einstellung von g auf die Contacte c_1 und c_3 abgelesen. Sämmtliche 4 Beobachtungen wurden nun wiederholt, nachdem man zur Eliminirung einer etwaigen Ungleichheit der Zweigwiderstände die ganze Büchse in ihren Quecksilbernäpfen umgehängt hatte. Die beiden Lagen der Verzweigungsbüchse V seien durch a und b, die des Stromwenders durch I und II bezeichnet. Die folgende Tabelle giebt die drei Messungen vollständig wieder.

Tabelle 8.

1. Vergleichung von 1_A mit 1_B.

Zeit	Ruhelage	Ablenkung des Galvanometers bei Contact			Lage des			Temperatur	
								Thermometer	
		c_2	c_1	c_3	Contacts c_1 an	Verzw.-wdst. V	Stromwenders	No. 267 (1_A)	No. 1713 (1_B)
11h 05m	483	482,2			1_B	a	I	18°,00	17°,89
		484,1	433,7	534,9			II		
		−1,9							
	483,5	482,9				b	I		
		483,8	433,1	534,1			II	18,01	17,86
		−0,9							
		c_2	$c_1 - c_3$			corrigirte		1_A	1_B
	Mittel:	−1,4	101,1			Temperatur:		18°,04	17°,89

Berechnung:

101,1 Th. Str. Ausschlag entspricht 0,2% ⎫ Differenz der zu ver-
0,7 „ „ „ „ 0,0014% ⎭ gleichenden Widerstände,

folglich

bei der Beobachtungstemperatur: $1_A - 1_B = + 0{,}000\,014$ Ohm,
„ 18° C: $1_A - 1_B = + 0{,}000\,011$ „ .

2. Vergleichung von 1_A mit 1_C.

Zeit	Ruhelage	Ablenkung des Galvanometers bei Contact			Lage des			Temperatur	
								Thermometer	
		c_2	c_1	c_3	Contacts c_1 an	Verzw.-wdst. V	Stromwenders	No. 267 (1_A)	No. 1713 (1_C)
11h 48m	479,5	482,1			1_A	a	I	18°,14	18°,07
		476,7	527,1	425,9			II		
		+5,4							
	479,2	481,6				b	I		
		477,2	527,6	426,2			II	18,15	18,07
		+4,4							
		c_2	$c_1 - c_3$			corrigirte		1_A	1_C
	Mittel:	+4,9	101,3			Temperatur:		18°,18	18°,08

Berechnung:

101,3 Th.-Str. Ausschlag entspricht 0,2% } Differenz der zu ver-
2,4 „ „ „ „ 0,0048% } gleichenden Widerstände,

folglich

bei der Beobachtungstemperatur: $1_A - 1_C = -0{,}000\,048$ Ohm,
„ 18° C: $1_A - 1_C = -0{,}000\,050$ „ .

8. Vergleichung von 1_B mit 1_C.

Zeit	Ruhelage	Ablenkung des Galvanometers bei Contact			Lage des			Temperatur Thermometer	
		c_2	c_1	c_3	Contacts c_1 an	Verzw.-wdst. V	Stromwenders	No. 267 (1_B)	No. 1713 (1_C)
$12^h 10^m$	478	481,1			1_C	a	I	18,24°	18,09°
		475,6	425,2	526,1			II		
		+ 5,5							
	478	481,8				b	I		
		475,1	424,7	525,3			II	18,25	18,11
		+ 6,7							
		c_2	$c_1 - c_3$			corrigirte		1_B	1_C
	Mittel:	+ 6,1	100,7			Temperatur:		18,28°	18,11°

Berechnung:

100,75 Th.-Str. Ausschlag entspricht 0,2% } Differenz der zu ver-
3,0 „ „ „ „ 0,0060$_5$% } gleichenden Widerstände

folglich

bei der Beobachtungstemperatur: $1_B - 1_C = -0{,}000\,060_5$ Ohm,
„ 18° C: $1_B - 1_C = -0{,}000\,064$ „ .

Der aus Messung 1 und 2 berechnete Werth der Differenz $1_C - 1_B$ stimmt nach der kleinen Reduction auf 18° C mit der direct gemessenen auf 3 Milliontel des Sollwerthes überein.

Dabei sind die jetzigen Räume des elektrotechnischen Laboratoriums im Erdgeschoss der Technischen Hochschule für genaue Beobachtungen recht ungünstig, da die Räume keineswegs erschütterungsfrei sind und die galvanometrischen Arbeiten sehr unter den durch benachbarte Eisenmassen verursachten magnetischen Störungen zu leiden haben.

Es würde nichts im Wege stehen, die Empfindlichkeit der Anordnung noch viel weiter zu steigern, indessen ist die hier gewählte für praktische Zwecke mehr als ausreichend. Es mag noch erwähnt werden, dass bei zwei etwa 2 Monate auseinander liegenden Messungsreihen für die Widerstandsdifferenzen von 4 anderen Normalen von 1 Ohm aus Manganin, wobei die eine Reihe nach der Kohlrausch'schen Methode des übergreifenden Nebenschlusses, die andere in der beschriebenen Weise angestellt wurde, die grösste Differenz zwischen den von verschiedenen Beobachtern ausgeführten Reihen 0,000001 Ohm betrug. Aus dem obigen Beispiel sieht man ferner,

wie genau gleich die beiden Hälften der Verzweigungsbüchse, von Contact c_2 aus gerechnet, justirt sind. Die durch Commutiren von V bewirkte Aenderung beträgt nämlich nur 1 Scalentheil, was einer Ungleichheit beider Hälften von 0,0005 % entspricht. Schliesslich sei noch bemerkt, dass bei der Messung kleiner Widerstände (etwa solcher von 0,01 oder 0,001 Ohm) der Gleitcontact der Ueberbrückungsbüchse U aus leicht ersichtlichem Grunde stets in demselben Sinne verschoben wird, wie bei V, was bei Widerständen von 1 Ohm aufwärts indessen nicht nöthig ist. Das Gleitstück der Büchse U bleibt dann während der ganzen Messung auf c_2 stehen.

Die Verwendung der Verzweigungsbüchse ist natürlich weder an den in Fig. 9 dargestellten Apparat, noch an ein bestimmtes Modell der Normalwiderstände gebunden.

IV. Haltbarkeit von Drahtwiderständen.

a) Nachprüfung gebrauchter Drahtwiderstände. — Um ein Urtheil darüber zu gewinnen, wie die im Abschnitt II beschriebenen Constructionen von Normal-Drahtwiderständen sich im praktischen Gebrauche bewähren, wurden 45 derartige Apparate, die in den Jahren 1891 und 1892 hier geprüft und beglaubigt worden waren, auf Veranlassung der Reichsanstalt von den Besitzern zur Verfügung gestellt und im Juni 1894 einer Nachprüfung unterzogen. Die fast durchgängig auf dekadische Beträge justirten Widerstände waren zum grössten Theil in elektrotechnischen und physikalischen Laboratorien, einige auch in elektrotechnischen Fabriken und in Elektricitätswerken im Gebrauch.

Die Messung erfolgte in der im Vorhergehenden beschriebenen Anordnung bei den dekadischen Widerständen stets durch Vergleichung mit Normalen von demselben Betrag, deren Unveränderlichkeit aus den periodisch vorgenommenen, directen oder indirecten Vergleichungen mit Quecksilbernormalen festgestellt wurde.

Die folgenden Tabellen 9 geben in ausführlicher Weise über die Ergebnisse der an den 45 Drahtwiderständen angestellten Messungen Aufschluss.

Wie man aus den Spalten 2 und 3 sieht, erfolgten die ersten Messungen stets wenige Monate nach Herstellung der Widerstände, also zu einer Zeit, in der Widerstände, die nicht durch Erwärmung auf hohe Temperaturen künstlich gealtert sind, meistens noch recht beträchtliche Aenderungen aufweisen.

Für einige Widerstände liegen mehrere Nachprüfungen vor, z. B. für die Widerstände No. 9, 20, 31, 39, 43. Nach ihrer ersten Messung waren sie zum

Tabelle 9.

Dekade von 0,1 Ohm.

	1	2	3	4	5	6	
Laufende Nummer	Beglaubigungs-Nummer	Zeit der Wickelung	Zeit der Prüfung	Mittlerer Temperatur-coefficient	Abweichung vom Sollwerth in 0,001 %	Aenderung in 0,001 % in z Jahren	z =
1	59/1891	XI. 1890	VII. 1891	$-0{,}8 \times 10^{-5}$	+ 27		
			VI. 1894		+ 19	− 8	3
2	69/1891	XI. 1890	VII. 1891	+ 0,3 „	+ 22		
			VI. 1894		+ 29	+ 7	3
3	75/1891	IV. 1891	VII. 1891	+ 0,7 „	− 66		
			VI. 1894		− 51	+ 15	3
4	97/1891	VII. 1891	XI. 1891	+ 0,3 „	− 29		
			VI. 1894		− 46	− 17	2 1/2
5	100/1891	VII. 1891	XI. 1891	+ 1,8 „	− 18		
			VI. 1894	+ 3,8 „	+ 227	+ 245	2 1/2
6	14/1892	XI. 1891	II. 1892	− 0,1 „	− 38		
			VI. 1894	+ 0,1 „	− 32	+ 6	2 1/3
7	17/1892	XI. 1891	II. 1892	− 0,1 „	− 3		
			VI. 1894		+ 13	+ 16	2 1/3
8*[1])	52/1892	II. 1892	III. 1892	+ 4,6 „	+ 85		
			VI. 1894		+ 83	− 2	2 1/4
9†	82/1892	IV. 1892	VI. 1892	+ 0,6 „	+ 8		
			IX. 1892		+ 57		
			X. 1892		+ 66		
			VI. 1894		+ 118	+ 110	2
10	104/1892	VI. 1892	X. 1892	+ 0,4 „	+ 7		
			VI. 1894		− 6	− 13	1 2/3
11	133/1892	X. 1892	XII. 1892	+ 0,8 „	+ 10		
			VI. 1894		− 9	− 19	1 1/2
12*	134/1892	X. 1892	XII. 1892	+ 0,6 „	+ 11		
			VI. 1894		− 6	− 17	1 1/2

Bemerkungen. Die mit * bezeichneten Widerstände sind aus Constantan gefertigt. Bei den mit einem † versehenen Büchsen vergl. das auf Seite 532 unten Gesagte. Sofern keine besonderen Angaben über die Sollwerthe vorliegen, sind die Büchsen auf die Einheit der betreffenden Dekade abgeglichen.

[1]) 1/9 Ohm.

Zweck der Demonstration bei einem in England im August 1892 gehaltenen Vortrage benutzt worden. Da es in Folge davon nicht ausgeschlossen war, dass durch das wiederholte Abnehmen der Schutzhülle die Enden des Widerstandsdrahtes Verbiegungen erfahren hatten, so wurden die Widerstände nach ihrer Zurückkunft aus England im September und October des-

Tabelle 9.

Dekade von 1 Ohm.

	1	2	3	4	5	6	
Laufende Nummer	Beglaubigungs-Nummer	Zeit der Wickelung	Zeit der Prüfung	Mittlerer Temperatur-coefficient	Abweichung vom Sollwerth in 0,001%	Aenderung in 0,001% in z Jahren	z =
13	58/1891	XI. 1890	VII. 1891	$+8{,}1 \times 10^{-5}$	−29		
			VI. 1892	+8,1 ,,	−9		
			VI. 1894		+21	+50	3
14	70/1891	XI. 1890	VII. 1891	+1,0 ,,	+38		
			VI. 1894		+48	+10	3
15	98/1891	VII. 1891	XI. 1891	+0,0 ,,	+7		
			VI. 1894		+11	+4	2½
16	101/1891	VII. 1891	XI. 1891	+0,2 ,,	+1		
			VI. 1894	+0,3 ,,	+4	+3	2½
17	9/1892	XI. 1891	II. 1892	+1,2 ,,	+8		
			VI. 1894	+1,3 ,,	+14	+6	2½
18	10/1892	XI. 1891	II. 1892	+2,2 ,,	+11		
			VI. 1894		+25	+14	2½
19*	51/1892	II. 1892	III. 1892	+3,7 ,,	+5		
			VI. 1894		+17	+12	2¼
20†	81/1892	IV. 1892	VI. 1892	+1,5 ,,	+7		
			X. 1892		+14		
			VI. 1894		+18	+11	2
21	129/1892	X. 1892	XII. 1892	+0,3 ,,	+6		
			VI. 1894		+5	−1	1½
22	130/1892	X. 1892	XII. 1892	+3,3 ,,	+12		
			VI. 1894		+13	+1	1½
23	132/1892	X. 1892	XII. 1892	+0,3 ,,	+6		
			VI. 1894		+3	−3	1½
24[1]	139/1892	X. 1892	XII. 1892	+0,5 ,,	+29		
			VI. 1894		+30	+1	1½

[1]) 2 Ohm.

selben Jahres nochmals geprüft, und in der That bei einigen kleine Aenderungen bemerkt.

Die in den Spalten 4 der Tabelle in Einheiten der 5. Decimale mitgetheilten mittleren Temperaturcoefficienten sind durch 2 Messungen in den ungefähren Grenzen von 15° und 35° C erhalten worden. In 7 Fällen liegt eine doppelte Bestimmung dieser Grösse vor, und zwar sind dann die Messungen möglichst bei denselben Temperaturen wie bei der ersten Bestimmung des Temperaturcoefficienten vorgenommen worden; sonst würden bei der

Tabelle 9.

Dekade von 10 Ohm.

Laufende Nummer	1 Beglaubigungs-Nummer	2 Zeit der Wickelung	3 Zeit der Prüfung	4 Mittlerer Temperatur-coefficient	5 Abweichung vom Sollwerth in 0,001 %	6 Aenderung in 0,001 %	in z Jahren
							z =
25	57/1891	XI. 1890	VI. 1891	$+2,3\times10^{-5}$	+ 82		
			VI. 1894		+ 109	+ 27	3
26	71/1891	XI. 1890	VI. 1891	+ 2,5 „	+ 7		
			VI. 1894	+ 2,7 „	+ 5	− 2	3
27	99/1891	VII. 1891	XI. 1891	+ 1,2 „	+ 7		
			VI. 1894		+ 9	+ 2	2 1/2
28	102/1891	VII 1891	XI. 1891	+ 0,5 „	+ 6		
			VI. 1894		+ 8	+ 2	2 1/2
29	7/1892	XI. 1891	II. 1892	+ 0,7 „	+ 13		
			VI. 1894		+ 15	+ 2	2 1/3
30	8/1892	XI. 1891	II. 1892	+ 0,5 „	+ 15		
			VI. 1894		+ 15	0	2 1/3
31†	80/1892	IV. 1892	VI. 1892	+ 0,4 „	+ 17		
			X. 1892		+ 14		
			VI. 1894		+ 13	4	2
32	125/1892	X. 1892	XII. 1892	+ 0,1 „	+ 1		
			VI. 1894	+ 0,2 „	+ 3	+ 2	1 1/2
33	127/1892	X. 1892	XII. 1892	− 0,0 „	− 1		
			VI. 1894		0	+ 1	1 1/2
34[1]	138/1892	X. 1892	XII. 1892	0,6 „	+ 5		
			VI. 1894		+ 6	+ 1	1 1/2

[1] 20 Ohm.

parabolisch gekrümmten Form der Curve für die Aenderung des Widerstandes von Manganin (vergl. Abschnitt I S. 514) mit der Temperatur die erhaltenen Resultate nicht direct vergleichbar sein. Aus den Zahlen der Spalte 5 ergeben sich die in Spalte 6 verzeichneten Aenderungen der Widerstände in tausendtel Procent in dem Zeitraum z, der seit der ersten Messung verflossen war.

Hieraus folgt, dass von allen 45 nachgeprüften Drahtwiderständen (42 aus Manganin, 3 aus Constantan) sich in einem Zeitraum von 1 1/2 bis 3 Jahren geändert haben:

25 Stück um einen Betrag von 0,00 bis 0,01 %,
13 „ „ „ „ „ 0,01 „ 0,02 %,
5 „ „ „ „ „ 0,02 „ 0,05 %,
2 „ „ „ „ „ 0,05 „ 0,25 %.

Tabelle 9.

Dekade von 100, 1000, 10000 Ohm.

	1	2	3	4	5	6	
Laufende Nummer	Beglaubigungs-Nummer	Zeit der Wickelung	Zeit der Prüfung	Mittlerer Temperatur-coefficient	Abweichung vom Sollwerth in 0,001 %	Aenderung in 0,001 % in z Jahren	z =
35	4/1892	XI. 1891	II. 1892	+ 0,7 × 10⁻	+ 3		
			VI. 1894		+ 14	+ 11	2 1/3
36	5/1892	XI. 1891	II. 1892	+ 0,1 „	+ 2		
			VI. 1894		+ 23	+ 21	2 1/3
37	6/1892	XI. 1891	II. 1892	+ 0,5 „	+ 1		
			VI. 1894		+ 9	+ 8	2 1/3
38*	50/1892	II. 1892	III. 1892	+ 1,7 „	+ 12		
			VI. 1894		+ 22	+ 10	2 1/4
39†	79/1892	IV. 1892	VI. 1892	1,0 „	− 10		
			8. X. 1892		− 5		
			14. X. 1892		− 6		
			VI. 1894		+ 5	+ 15	2
40	122/1892	X. 1892	XII. 1892	+ 0,8 „	+ 15		
			VI. 1894		+ 31	+ 16	1 1/2
41	124/1892	X. 1892	XII. 1892	+ 0,6 „	+ 17		
			VI. 1894		+ 37	+ 20	1 1/2
42[1]	137/1892	X. 1892	XII. 1892	+ 1,6 „	+ 29		
			VI. 1894		+ 37	+ 8	1 1/2
43†	78/1892	IV. 1892	VI. 1892	+ 0,6 „	+ 20		
			8. X. 1892		+ 41		
			14. X. 1892		+ 40		
			VI. 1894		+ 69	+ 49	2
44[2]	136/1892	X. 1892	XII. 1892	+ 0,8 „	+ 34		
			VI. 1894		+ 33	− 1	1 1/2
45	96/1892	VI. 1892	X. 1892	+ 1,4 „	+ 68		
			VI. 1894		+ 99	+ 31	1 2/3

[1]) 200 Ohm.
[2]) 2000 Ohm.

Dabei ist zu berücksichtigen, dass die meisten Widerstände in Laboratorien nicht nur zu Widerstandsmessungen mit schwachem Strom, sondern zur Ermittelung von Stromstärken nach dem indirecten Verfahren zum Theil mit relativ starken Strömen benutzt zu werden pflegen, wobei in einigen Fällen die Strombelastung sicher die für Präcisionswiderstände zulässigen Grenzen überschritten hat. So ist z. B. der Widerstand No. 17 von 1 Ohm nach An-

gabe des Besitzers vorübergehend mit 6 Ampère beansprucht worden, ohne sich indess dadurch wesentlich zu ändern; Widerstand No. 5 von 0,1 Ohm, der die grösste beobachtete Aenderung von nahezu 0,25 % zeigt, ist nach Angabe seines Besitzers einmal mit 20 Ampère für kurze Zeit belastet worden. Ob diese Widerstandsänderung indess allein hierauf zurückzuführen ist, erscheint mit Rücksicht auf die früheren Ausführungen (Abschnitt II, S. 523) zweifelhaft; da nämlich beim Eingang dieses Apparates auch das bei der Beglaubigung angelegte Bleisiegel fehlte, so ist eine mechanische Beschädigung nicht ausgeschlossen. Wie aus der Tabelle hervorgeht, kommt hinsichtlich seiner Widerstandsänderung nächst dem soeben erwähnten gleichfalls ein Widerstand von 0,1 Ohm, nämlich No. 9, dessen Werth in 2 Jahren etwa um 0,1 % anstieg. Es dürfte kein Zufall sein, dass gerade Widerstände von 0,1 Ohm sich am meisten geändert haben; auch noch in zwei anderen, nicht hierher gehörigen Fällen sind kleinere Veränderungen bei Büchsen von diesem Betrag, allerdings unter einer sehr grossen Anzahl gleichartiger Widerstände bemerkt worden. Die Widerstandsspule besteht bei den Büchsen von 0,1 Ohm aus zwei parallel geschalteten Drähten von 1,6 mm Durchmesser. Diese starken Drähte erfahren beim Aufwickeln eine erhebliche Deformation, die eine Härtung des Drahtes und demgemäss eine beträchtliche Widerstandszunahme zur Folge haben muss. Die jetzt beobachtete Veränderlichkeit dieser Büchsen wird sich vermuthlich dadurch beseitigen lassen, dass man anstatt zweier Drähte von 1,6 mm Durchmesser 4 biegsamere Drähte von halb so grossem Querschnitt verwendet.

Aenderungen von einigen hunderttel Procent im Laufe mehrerer Jahre wurden ferner noch für einige Widerstände von 1000 Ohm und höhere Beträge beobachtet. Der Widerstandsdraht wird bei diesen Büchsen in hartgezogenem Zustande verwandt, da ein Ausglühen bei der sehr geringen Dicke (0,07—0,06 mm) namentlich für Manganin nicht mehr angängig ist; in Folge davon ist auch hier die Widerstandsabnahme beim Erwärmen eine sehr erhebliche. Mit der Zeit scheint dann der Widerstand bei diesen harten Drähten wieder etwas anzusteigen. In der That weisen die Büchsen No. 43 und 45 von 1000 bez. 10 000 Ohm etwas grössere Veränderungen auf, als sonst beobachtet werden, während allerdings die Büchse No. 44 von 2000 Ohm ihren ursprünglichen Werth beibehalten hat. Es wird sich vielleicht empfehlen, gerade die Widerstände von 1000 Ohm und darüber nach dem Wickeln nicht zu lange der Einwirkung der hohen Temperatur auszusetzen; hierüber sollen indess noch Erfahrungen gesammelt werden.

Ferner ist No. 13 nicht so constant geblieben, wie die überwiegende Zahl der übrigen Widerstände. Der Grund hiervon dürfte der sein, dass dieser Apparat mit No. 1 und No. 25 zu den ältesten Widerständen aus Manganin

gehört, die überhaupt in den Verkehr gelangten. Das Widerstandsmaterial war damals, wie man auch aus dem für Manganin auffallend hohen Temperaturcoefficienten dieser Büchse sieht, noch nicht so gleichmässig, wie dies jetzt der Fall ist, und ausserdem werden auch gerade diese Büchsen ausserordentlich häufig bei den praktischen Uebungen in einem stark besuchten Laboratorium benutzt.

Betrachtet man die Spalte der Temperaturcoefficienten, so ergiebt sich, dass die Abweichungen der verschiedenen Zahlen, absolut genommen, nicht grösser sind als bei den früher verwandten Legirungen. Dazu kommt, dass das Temperaturintervall bei den Messungen der verschiedenen Büchsen nicht immer dasselbe war, wodurch, wie schon erwähnt, die Coefficienten für die verschiedenen Büchsen nicht streng vergleichbar sind. Unter den 42 Manganinwiderständen befanden sich bei der ersten Messung 31 mit mittlerem Coefficienten bis zu $\pm 1 \times 10^{-5}$, 6 bis zu $+2 \times 10^{-5}$, 3 bis zu $+3 \times 10^{-5}$ und 2 Widerstände mit den Coefficienten $+3{,}3 \times 10^{-5}$ und $8{,}1 \times 10^{-5}$ (No. 13).

Sofern es also nicht auf Messungen von sehr hoher Präcision ankommt, also für alle technischen Aufgaben, kann die Veränderlichkeit des specifischen Widerstandes von Manganin mit der Temperatur vollständig vernachlässigt werden.

Auffallender Weise hat sich bei dem Widerstand No. 5, dessen Werth am meisten von allen Widerständen anstieg, auch der Temperaturcoefficient von $+1{,}8 \times 10^{-5}$ auf $+3{,}8 \times 10^{-5}$ geändert, während bei den anderen Büchsen, für die eine wiederholte Bestimmung dieser Grösse vorliegt, die Abweichung höchstens 0,2 Einheiten der 5. Decimale beträgt.

Durch die oben mitgetheilte Tabelle ist der Nachweis geliefert, dass sich das Manganin für Drahtwiderstände im praktischen Gebrauch sehr gut bewährt hat.

Aus Constantan gefertigte Drahtnormale sind bisher in zu geringer Anzahl geprüft worden, um die Constanz derselben durch ausführliche Messungsreihen nachweisen zu können; doch scheint sich nach den bisher vorliegenden Erfahrungen das Constantan in dieser Hinsicht ebenfalls günstig zu verhalten.

Seiner Natur nach eignet sich das Constantan, wie schon im Abschnitt I auseinandergesetzt wurde, hauptsächlich zu stärker beanspruchten technischen Widerständen, bei deren Gebrauch nicht dieselbe Genauigkeit wie bei Präcisionswiderständen verlangt wird. Die Erfahrungen über diese Widerstände werden bei einer späteren Gelegenheit veröffentlicht werden.

b) Haltbarkeit von zwei Patentnickel-Normalen; Vergleichung derselben mit Quecksilberwiderständen. — Die Grundlage für alle

in den früheren Abschnitten mitgetheilten genaueren Widerstandsmessungen, wie überhaupt für die laufende Prüfung eingesandter Widerstände, bilden die Werthe einiger Drahtnormale von 1 Ohm; es muss also noch der Nachweis erbracht werden, in wie weit dieselben ihre Werthe unverändert beibehalten haben. In erster Linie kommen hierbei zwei Widerstände No. 22 und No. 23 von 1 Ohm in Betracht, die im März 1890 nach den in der Zeitschrift für Instrumentenkunde 1890 S. 9 mitgetheilten Angaben aus Patentnickeldraht hergestellt waren; ihre Temperaturcoefficienten betrugen 0,000207 bez. 0,000202. Zu der damaligen Zeit lagen eingehende Erfahrungen über die Haltbarkeit von Manganinwiderständen noch nicht vor, während Patentnickel sich schon als sehr empfehlenswerthes Material erwiesen hatte. Man zog daher zunächst noch vor, für die Haupt-Drahtnormale, deren Werthe durch periodische Vergleichungen mit Quecksilberwiderständen zu bestimmen waren, Patentnickel als Material zu wählen; für Vergleichsnormale fand Manganin indessen schon damals vielfach Verwendung, zumal das Arbeiten mit diesem Material sehr bequem ist. Exacte Messungen an Patentnickelwiderständen erfordern nämlich nicht nur, dass der Widerstandsdraht bis auf wenige hunderttel Grad die von dem Thermometer angezeigte Temperatur besitzt, sondern es müssen namentlich wegen der beträchtlichen thermoelektromotorischen Kraft des Materials gegen Kupfer (ca. 25 Mikrovolt pro Grad) auch die beiden Enden des Drahtes möglichst genau dieselbe Temperatur haben. Die Beobachtungsfehler werden somit bei der Messung von Normalen aus Patentnickel trotz aller Vorsicht grösser sein als bei Manganinwiderständen, wo beide Fehlerquellen wegfallen.

In der folgenden Tabelle ist die auf 20° C umgerechnete Widerstandsdifferenz der Normale No. 22 und No. 23 in tausendtel Procent zu verschiedenen Zeiten innerhalb der letzten 5 Jahre aufgeführt.

Tabelle 10.

Zeit	No. 23 – No. 22 in tausendtel Procent	Zeit	No. 23 – No. 22 in tausendtel Procent	Zeit	No. 23 – No in tausendtel Procent
11. VII. 90	10	21. V. 92	8,5	11. VIII. 93	8
25. XI. 90	9,5	18. VII. 92	8	19. VIII. 93	8,5
29. I. 91	9	20. VII. 92	7,5	— XI. 93*	10,5
2. V. 91	7	8. IX. 92	8,5	7. V. 94	8,5
30. VII. 91	9	— X. 92*	10	13. IX. 94	9
1. III. 92	8,5	12. XII. 92	9	30. I. 95	9
1. III. 92	9	16. VI. 93	9,5	17. VII. 95	10

Die mit * bezeichneten Messungen sind von Herrn Jaeger nach der Kohlrausch'schen Methode des übergreifenden Nebenschlusses angestellt.

Obwohl die beiden Büchsen sehr häufig zu laufenden Messungen benutzt wurden, so ist doch ihre Differenz innerhalb der Beobachtungsfehler constant geblieben, was freilich noch keine Gewähr dafür bietet, dass die absoluten Werthe sich nicht geändert haben. Dies konnte nur durch periodische Vergleichung mit Quecksilberwiderständen einwurfsfrei bewiesen werden.

Zu einer ersten Reihe solcher Vergleichungen dienten die vorläufigen Quecksilbernormale, über welche in der Zeitschrift für Instrumentenkunde 1891, S. 173 u. flgde. berichtet ist.[1]) Die dort mit I, II und III bezeichneten Rohre, deren Widerstandswerthe bei Zimmertemperatur von 1 Ohm nicht sehr viel abweichen, wurden zu zweien durch einen wenige hunderttausendtel Ohm betragenden Kupferbügel hintereinander geschaltet und ähnlich wie in der a. a. O. S. 182 abgebildeten Anordnung mit den ebenfalls in Serie verbundenen Büchsen No. 22 und No. 23 verglichen. Aus der so ermittelten Summe und der bekannten Differenz der Widerstände beider Drahtnormale ergab sich der Werth jedes einzelnen, und man erhielt, auf die gleiche Temperatur bezogen, für No. 23 die folgenden Zahlen, wobei der anfangs ermittelte Werth willkürlich gleich 1 gesetzt ist.

Tabelle 11.

	Widerstand von No. 23, ermittelt durch Vergleichung von No. 22 und No. 23 mit den Quecksilbernormalen		
Datum	I + II	I + III	II + III
21. XI. 90	—	1,00000	—
10. II. 91	—	$1,00000_5$	1,00001
18. VI. 92	$0,99995_5$	$1,00001_5$	0,99994
29. VI. 92	$0,99999_5$	0,99999	$0,99999_5$
Mittel	$0,99997_5$	1,00000	0,99998

[1]) Diese vorläufigen Normale stimmen mit den in der vorhergehenden Arbeit beschriebenen bis auf 0,0001 überein. (Vgl. d. Anmerk. auf S. 382.)

Bei der Herstellung von Drahtcopien nach denselben bediente man sich zur Reduction auf die Beobachtungstemperatur von 18° zunächst des von Mascart, Nerville und Benoit herrührenden Werthes für den specifischen Widerstand des Quecksilbers (σ_{18} = 1,01608).

Dieser letztere Werth ist nach den in sehr guter Uebereinstimmung befindlichen Messungen der Herren Kreichgauer und Jaeger (Wied. Ann. 47, S. 513; 1892) einerseits und Guillaume andererseits um 0,00022 zu klein.

Die absolute Genauigkeit von 0,0001, welche bis zum October 1892 für die von der Reichsanstalt beglaubigten Normale von 1 Ohm angegeben wurde, ist also aus diesem Grunde etwas zu gross. Bei allen nach dem October 1892 beglaubigten, nach legalem Ohm abgeglichenen Drahtnormalen von 1 Ohm wurde deshalb die absolute Genauigkeit nur noch zu 0,0003 mitgetheilt. Durch Multiplication mit 1,0002 kann der durch den unrichtigen Temperaturcoefficienten des Quecksilbers eingeführte Fehler beseitigt und

Später wurden die beiden Patentnickelnormale No. 22 und No. 23 mehrere Male von Herrn Jaeger an die definitiven Quecksilbernormale der Reichsanstalt (vergl. diese Abhandl. 2, S. 451) nach der Kohlrausch'schen Methode des übergreifenden Nebenschlusses angeschlossen. Die folgende Tabelle enthält die Ergebnisse der wiederholten Messung von No. 22 und No. 23 und einer im October 1891 hergestellten Manganinbüchse No. 139.

Tabelle 12.

Bezeichnung	Werthe in legalen Ohm bei 18° C.		
	October 1892	November 1893	Mai 1894
No. 22	0,999669	0,999670	—
No. 23	0,999769	0,999774	0,999797
No. 139	1,000563	1,000601	1,000603

Da in der Arbeit von Herrn Jaeger sich weitere Belege für den Grad finden, bis zu welchem sorgfältig behandelte Manganinnormale ihren Werth Jahre lang beibehalten, so soll hier auf diesen Punkt nicht weiter eingegangen werden, zumal bei den in der ersten Abtheilung der Reichsanstalt angestellten Messungen die grösste zur Zeit erreichbare Genauigkeit angestrebt wurde, während man sich bei den oben mitgetheilten aus bereits angegebenen Gründen mit einer etwas geringeren Genauigkeit begnügen musste. Die Widerstandsänderungen, um die es sich hier handelt, sind so klein, dass sie wenigstens bei den Patentnickelnormalen innerhalb der Grenze der Beobachtungsfehler liegen, und dass es schon sehr schwierig ist, die Constanz der Einheit, die den Messungen zu Grunde liegt, während des ganzen Zeitraumes zu verbürgen und dadurch die beobachteten Aenderungen als thatsächlich erfolgt nachzuweisen.

dadurch die absolute Genauigkeit bei allen diesen Widerständen wirklich auf 0,0001 gebracht werden.

Bei den nach internationalem Ohm abgeglichenen Drahtwiderständen sind die definitiven (bei 0° ausgemessenen) Quecksilbernormale zu Grunde gelegt, die also eine Unsicherheit wegen des Temperaturcoefficienten des Quecksilbers nicht enthalten. Demgemäss kann jetzt für die Drahtnormale von 1 Ohm eine absolute Genauigkeit von 0,0001 verbürgt werden.





$1.50
OCT 1898

